THE REKHÂGAṆITA

OR

GEOMETRY IN SANSKRIT
COMPOSED BY SAMRÂḌ JAGANNÂTHA

VOLUME I. BOOKS I–VI.

UNDERTAKEN FOR PUBLICATION

BY

THE LATE

HARILÂL HARSHÂDARÂI DHRUVA,

B. A., LL. B., D. L. A. (SWEDEN), M. R. A. S.
(LONDON AND BOMBAY),
CITY JOINT JUDGE AND SESSIONS JUDGE, BARODÂ,

Edited and carried through the press with a Critical Preface, Introduction, and notes in English

BY

KAMALÂS'AṄKARA PRÂṆAS'AṄKARA TRIVEDÎ, B. A.

FELLOW OF THE UNIVERSITY OF BOMBAY, HEAD MASTER, BROACH HIGH SCHOOL (FORMERLY PROFESSOR OF ORIENTAL LANGUAGES, SÂMALADÂS COLLEGE, BHÂVANAGAR, AND ACTING PROFESSOR OF ORIENTAL LANGUAGES, ELPHINSTONE AND DECCAN COLLEGES).

1st Edition— 300 COPIES.

Bombay.
GOVERNMENT CENTRAL BOOK DEPÔT.

1901.

Price 12 Rupees.

Bombay Sanskrit Series No. LXI.

श्रीः

रेखागणितम्

सम्राड्जगन्नाथविरचितं

(प्रथमभागात्मकं षष्ठाध्यायपर्यन्तम्)

स्वर्गवासिमहाशयध्रुवोपपदेन हर्षदरायात्मजेन हरिलालेन

संस्करणार्थमङ्गीकृतं

त्रिवेद्युपपदधारिणा

प्राणशंकरसूनुना कमलाशंकरेण संशोधितं

स्वनिर्मिताङ्ग्लभाषाभूमिकाटिप्पणीभ्यां च समुपेतम्।

तत्र

मुम्बापुरीस्थराजकीयग्रन्थशालाधिकारिणा

"निर्णयसागरा"ख्यमुद्रणयन्त्रालये मुद्रयित्वा

शाके १८२३ वत्सरे १९०१ खिस्ताब्दे प्राकाश्यं नीतम्।

प्रथमा आवृत्तिः

मूल्यं द्वादश रूपकाः

इदं पुस्तकं मोहमय्यां निर्णयसागराख्ये मुद्रणालये मुद्रितम् ।

अनुक्रमणिका.

NOTES.

Critical Notice of the Manuscripts of the Rekhâgaṇita.

The edition of the Rekhâgaṇita was undertaken for the Bombay Sanskrit Series by the late Mr. Harilâl Harshadarâi Dhruva B. A., L L. B., D. L. A. (Sweden), M. R. A. S. (London and Bombay), M. P. T. S., &c., &c., City Joint Judge and Sessions Judge, Baroḍâ. He read a paper on the Rekhâgaṇita at the VIII. International Congress of Orientalists, Stockholm and Christiania, which he attended as a Pandit Representative Delegate of His Highness, the Mahârâjâ S'iyâji Râo Gâekwâd of Baroḍâ. He intended to publish the work in three volumes, the first volume to contain the text, the second to contain the English notes, and the third to contain *Variæ Lectiones.* The matter for the 1st Volume was sent to the Curator, Government Central Book Depôt, Bombay, for publication and it was entrusted to the Nirṇayasâgar Press. But the press returned it to the author, as the figures for Propositions were in most cases wanting. The manuscript thus returned remained with him till his death. It is a matter of great sorrow that the eminent scholar was not spared by Providence to finish the work he began very zealously.

The manuscript, that was sent to the press and was returned for want of figures, was handed over to me by Mr. Dhruva's widow. I took it up and thought that the work would be soon ready as figures alone were wanting. To my great surprise, however, I found that it was a copy of a single manuscript. The copy was made by a S'âstrî of Amreli in Kâthiâwâd. 'संपूर्णं । समाप्तोयं ग्रन्थः । शुभं भूयात् । संवत् १८८६ कार्तिक शुदी ५ प्रतिकृतिरियं कृतेंद्रजिच्छर्मणा ज्येष्ठारामात्मजेनाऽमरेलीगुर्जरशालायाः संस्कृतशिक्षकेण प्रभासपत्तनस्थेन ॥ संवत् १९४६ आषाढशुदी ५' is what is found at the end of the manuscript. On examining it minutely I found that it was incorrect on almost every page of it. It was now evident that I had not simply to supply figures, but to settle the text as

well. Thereupon I asked Mr. Dhruva's widow if she had any other manuscripts of the work with her, and she handed over to me two manuscripts. One of these breaks up at the end of the fifth book and is without figures. The second has figures here and there; but they are in most cases incorrect and without letters. This manuscript is also incomplete. It goes almost to the end of the third book and then begins with the 15th proposition of the tenth book and comes up to the end of the work. Thus neither of the two manuscripts was of great use to me. I then secured other manuscripts of the work and two very valuable editions of Euclid from England and settled the text and the figures with the help of these.

It is thus clear that Mr. Dhruva did not live to do anything more than get a manuscript of the work copied by an Amreli S'âstrî. It is a matter of regret that the work did not get through his scholarly hands. The collation of Mss. from different parts of India to settle the text, the construction of figures, the English notes, the Critical Notice of Manuscripts and the Introduction, all this being my work, the shortcomings of the present edition, whatever they may be, are wholly attributable to me.

The present edition is based upon the following manuscripts:—

(I) The copy of a manuscript, received from Mr. Dhruva's widow. I suppose it is the same manuscript that Mr. Dhruva speaks of in his 'Baroḍâ State Delegate'. "I owe it," says he, "to my friend, Râo Bahâdur Justice Janârdan Sakhârâm Gâdgil, B. A., LL. B., F. T. S., of the High Court of Judicature, Baroḍâ State, to be able to present this work to the learned assembly here.............I can do no better than give in the words of Mr. Justice Gâdgil himself how the manuscript of the work under notice was brought to light. 'The original Ms. was found in the Library of the late celebrated Bâl Gangâdhar S'âstrî Jâmbhekar by Âbâ S'âstrî Bakre. I got a copy made of the Ms.'—which original, kindly lent to me by the gentleman, I hold in my hand at present. Mr. Justice Gâdgil's copy was made in V. S. 1942 (A. C. 1886). The date of the original Ms. now with me is V. S. 1886 (A. D. 1830) "Kartek (Sans.

Kârtika) Sudi 5" in the words of the writer. The Ms. extends over 144 double pages and a portion more. Each single page contains 29 lines on an average and each line contains an average of 25 letters. The copy is written in bold beautiful Devanâgarî characters, and the text contains some mistakes in writing..........."

'The geometrical figures for most of the propositions are very neatly drawn. I say most of the propositions, because for some of them, they are wanting...........'

This Ms. I have designated D.

II. A Ms. obtained from Mr. Dhruva's widow. It begins with 'श्रीगणेशाय नमः । अथोक्लीदशाख्यं रेखागणितं लिख्यते ।'. This is the Ms. of which Mr. Dhruva says, "It is to Pandit Durgâprasâda's find that we owe the discovery of Euclid, being the original author, whose Elements of Geometry Jagannâtha Samrâṭ translated. One of the Mss. lent to me by the Pandit has at the beginning a note thus, 'अथोक्लीदशाख्यं रेखागणितं लिख्यते'."* It is an incomplete Ms. It goes on regularly till about the end of the Third Book. The last line of the Ms. on page 66 is 'प्रकारान्तरं झद्रेखा झजरेखा संयोज्या पुनर्झचिह्नात् अववर्गवहवर्गयोः'. Up to page 66 no page is wanting and all the pages are correctly numbered. After this page, there is a long gap and though the next page is numbered 67, it begins with the last portion of proposition 14, Book X. The first line on the page is, 'गतुल्योऽस्ति यदि वदं दजाच्छिन्नं भवति तदा वजं वहाच्छिन्नं भविष्यति कुतः यदि मिलितं चेत् तदा वददजौ'. After this the Ms. goes on regularly to the end. The pages are correctly numbered up to the 70th page. From the next page they are numbered afresh, as one, two, three &c., and the last page is 65. The opening page of the Ms. has 'रेखागणितपत्र १३५'. Thus there are in all 135 pages. Figures are given in the first 66 pages, but most of them are incorrect. In the last 69 pages no figures are given in Book X., though a vacant space is left for every figure, and the figures that are given here and there in the remaining books are quite incorrect. The Ms. has the following colophon:—

* Baroda State Delegate p. VII. and VIII.

'शिल्पशास्त्रमिदं प्रोक्तं ब्रह्मणा विश्वकर्मणे ।
पारम्पर्यवशादेतदागतं धरणीतले ॥
तदुच्छिन्नं महाराज जयसिंहाज्ञया पुनः ।
प्रकाशितं मया सम्यक् गणकानन्दहेतवे ॥
श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्ट्यै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड्जगन्नाथ इति समभिधारूढितेन प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन् नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्य्यध्यायोध्येतृमोहापह इह विरतिं घस्रसंख्यो गतोऽभूत् ॥'

This Ms. is designated A. It is not quite correct.

III. This is the other Ms. I got from Mr. Dhruva's widow. It is a very neat and correct Ms., but it is incomplete. It goes to the end of the Fifth Book. It has no figures. It consists of 85 double pages and has ten lines on each page. This is probably the Ms., of which S'âstrî Durgâprasâda Dviveda, Professor, Sanskrit College, Jeypore, wrote to me as follows in reply to my letter to him requesting him for a loan of a Ms. of the work:—

'श्रीमत्सु विविधविद्याविशारदेषु सनमस्कृति कुशलोदन्तं चेदं वृत्तजातं विनिवेद्यते—चिराधिगतं यौष्माकीणं लेखरत्नमधिगत्य भूयानानन्दः प्रादुरभूत् । सद्यः साफल्यमधिगच्छतां भवदीयोऽयं विश्वजनीनो रेखागणितसंस्करणव्यापारभरः । इहाविर्भूयापि तत् पुस्तकं तिरोभावमधिश्रयदिव दृश्यते । यतो यत्नतो गवेषणे विहितेऽपि सकलप्रयोजनप्रयोजकं सक्षेत्राकृति पुस्तकं नोपलभ्यते । उपलभ्यमानान्यपि द्वित्राणि पुस्तकानि शुद्धिराहित्यादिदोषाक्रान्ततया न कार्यनिर्वाहकाणि । प्रथमं तावन्मदीयपुस्तकं (यस्य प्रारम्भतः पञ्च अध्याया भवदन्तिकें सन्ति) शुद्धप्रायमपि क्षेत्रविकलमास्ते । द्वितीयं राजकीयं पूर्वपुस्तकमातृकम् । तृतीयं मच्छात्रस्य निकटे वर्त्तते तद्भिन्नमातृकमपि न स्पृहणीयम् । एतस्यां पुस्तकत्रय्यामप्याकृतयो नासते किं तु मदभ्यर्णे कतिपयाध्यायानामाकृतयो याथातथ्यगुणानाक्रान्ता वर्त्तन्ते । तदाकृतिपुस्तकमपि पञ्चमाध्यायावसानकं पुरा स्वर्गवासिनो ध्रुवस्य निकटे प्रहितम् । तच्च रेखागणितपुस्तकेन सह भवदन्तिकमधिगतं भवेत् ।'*

This Ms. is designated B.

IV. The fourth Ms. collated for the present edition belongs to the Government Sanskrit College, Benares, and was kindly

* The letter is given in full to shew how difficult it is to secure a correct and complete Ms. of the work even from Jeypore, the place of its birth.

lent to me by Mr. Arthur Venis, M. A., Principal of the College. In reply to my letter of the 13th December 1898 he was good enough to send me the Ms. on the 24th idem. The note on the Ms. in the College Library is रेखागणितं पण्डितराजजगन्नाथविरचितमेकपुटकात्मकं संपूर्णम्.

The Ms. begins as follows:—

श्रीगणेशाय नमः । श्रीशारदायै नमः । श्रीगुरवे नमः । ओं सिद्धिः ।

गजाननं गणाधिपं सुरासुरार्चितं सदा ।
समस्तभक्तकामदं शिवासुतं सुखप्रदम् ॥
वितण्डचण्डयोगिनीसमाजमध्यवर्तिनम् ।
समस्तभूतिभूषितं नमामि विघ्नवारणम् ॥

लक्ष्मीनृसिंह &c. The verses dedicated to Gaṇes'a are thus in this Ms. in a different form. It is a complete Ms. in a book-form on country-paper, and appears to be old as many pages are eaten by white ants on their border. Though the Ms. is incorrect, does not contain all the figures and those that are given are inaccurate, particularly in the latter portion, still it was of great use to me in filling up the omission of lines on many pages in Mr. Dhruva's Ms. sent to the press. The Principal was kind enough to allow me to keep it with me for a long time and I returned it to him on the 29th March 1901 after the whole text of my first volume and a part of the second volume were printed off.

This Ms. is designated K.

V. The fifth Ms. was obtained from His Highness, the Mahârâjâ's Sanskrit College, Trivandrum, through my friend Prof. S. Râdhâkṛishṇa Aiyar B. A., F. M. U., Principal of His Highness the Mahârâjâ's College, Puḍukoṭâ. This is a very neat Ms. in a book-form. But on comparing it with the above Ms., I found it an exact copy of it. It was not therefore of use for collation. It contains a few figures not found in the Benares Ms.

VI. Having learnt that there was a complete Ms. of the work in the library of His Highness, the Mahârâjâ of Kâshmir, deposited in the Raghunâtha Temple, I applied to Dr. M. A. Stein, M. A., late Principal of the Oriental College, Lâhore, for a loan of it and received the following reply from him:—

'I have duly received your letter of 27th ult. (*i. e.* November 1898) concerning the loan of the Jammu Ms. of the Rekhâgaṇita which you desire to collate.

Your name and work are well known to me and it would be a pleasure to me to assist you in the scientific task you have undertaken in the place of the late Mr. Dhruva.

The Raghunâtha Temple Library of H. H. the Mahârâjâ of Jammu is not under my control, though the cataloguing of its Sanskrit Mss. has been prepared and published by me (Bombay 1894). I am not authorized to arrange for the loan of Mss. outside Jammu, though I myself am allowed to use works from the collection which was first arranged and catalogued by me at Lahore.

Certain Draft Rules regulating the loan of Mss. which were proposed with a view to facilitating access to the Library are still under consideration by the Durbar. I do not know whether and when they will be adopted.

In the meantime I would recommend only two courses. You might ask the Director of Public Instruction, Bombay, to apply officially for the loan of the Ms. through the Resident in Kâshmir, Sialkot. In this way alone there would be a chance of the Ms. being made available for your direct use.....'

I then adopted the course proposed in this letter, and the Hon. Mr. E. Giles M. A., Director of Public Instruction, was kind enough to apply to the Assistant Resident, Kâshmir, for the loan of the Ms. The Assistant Resident forwarded the correspondence to the Vice-President, Kâshmir State Council, and the reply from him was that His Highness expressed his inability to forward the original manuscript, but that a true copy could be furnished on payment of the wages of the copyist. Thus, notwithstanding all the trouble so kindly taken by the Hon. Mr. Giles, the Ms. was not made available for my direct use; and since I had to be satisfied with a copy, I did not think it advisable to get the copy of the whole Ms. as I learnt that it was incorrect and lacked figures like other Mss. of the work. I, however, got a true copy of 10th, 11th and 12th Books, the text of which, it was the most difficult to settle,

as the books are the hardest of the lot. Pandit Gaṅgâdhara P. Gokulachandra of the Raghunâtha Temple, Jammu, who was mentioned by Dr. Stein in his letter to me as the proper person to get the work accurately copied, was then applied to and he was kind enough to secure me a copy of the 10th, 11th, and 12th Adhyâyas.

This Ms. is designated J.

VII. The last and the most important Ms. collated is another Ms. in the Library of Government Sanskrit College, Benares. My attention to it was drawn by Mahâmahopâdhyâya Sudhâkara Dvivedî's article on Pandit Jagannâtha in his Gaṇakataraṅgiṇî. I applied to the Principal of the College who wrote to me as follows in reply to my letter:—

वाराणसीस्थराजकीयसंस्कृतपाठशालीयपुस्तकालये वर्त्तमानं जगन्नाथसम्राजामाज्ञया लिखितं रेखागणितपुस्तकं तु स्थलत्रये खण्डितं जीर्णं च। एवं स्थितेऽप्यत्यन्तावश्यके कथञ्चित् खण्डशो गन्तुमर्हति न त्वेकदा सर्वं पुस्तकमिति विभाव्य पुनरप्यपेक्षितखण्डविषयकं पत्रं लेख्यं भवद्भिरिति ॥

I replied to the Principal:—

श्रीजगन्नाथसम्राजामाज्ञया लोकमणिनाम्ना लेखकेन लिखिता रेखागणितप्रतिरतिप्राचीनत्वादेवोपयुज्यतेतरां मम।......

I then received the whole Ms., part by part. It is a very important Ms. *It was copied for King Jayasiṁha himself by his order by the scribe Lokamaṇi in the Saṁvat year 1784 (A. D. 1728), *i. e.* very shortly after the work was composed. The colophon of the Ms. runs as under:—

युगवसुनगभू (१७८४) वर्षे शुचिशुक्ले युगतिथौ रवेर्वारे।
व्यलिखल्लोकमणिः किल सम्राजामाज्ञया पुस्तम् ॥

It is thus the oldest Ms. that can be secured and I need not say that I had great satisfaction in securing it. It is wanting

* Being copied by the orders of Samrâj about the time the work was composed as the colophon shews, it is probable, nay almost certain, that it was made under the orders of Jagannâtha Samrâj or the King himself. Jayasiṁha must have ordered out Jagannâtha Samrâj, his protege, to supply him with a copy and Jagannâtha, in his turn, must have directed Lokamaṇi, probably his pupil, to do the work.

in a few pages. The remark on the last page clearly shews the pages that are wanting:—

'एतानि न सन्ति ३३।४६–५५।६९–७८।१८८–२१९। द्वितीयं पत्रत्रयम् ।'.

It contains 292 pages in all. It is a very correct Ms. and is nicely written in Devanâgarî characters. It contains all the figures very accurately drawn with letters distinctly marked. Having received it after the first nine books were printed off, I have given its *varœ lectiones* in the Appendix. From the 10th Book, they are put down in the foot-notes along with those of other Mss. I had great satisfaction in finding that the text settled for this edition and the figures constructed by me* corresponded with those in the Ms. Unfortunately the most important portion of the Ms., pages 188-219, dealing with the Tenth Book, Prop. 16 to Prop. 101, is lost. A few technical terms in the Fifth Book are in this Ms. explained in the margin. The words used in explaining them are निझबति, सिकदार, इबदालि निझबति, तफ़्झाले निझबति, अक्स निझबति, तर्कीबे निझबति, कलबे निझबति, and मुस्तावा निझबति. These are Arabic words and the work being copied within a few years of its compilation, they go to support the theory of the work having an Arabic work as its original.

The Ms. is designated V.

The two books which were of great use to me in the construction of some of the figures, particularly figures of the latter portion, were the well-known Gregory's edition of 1703 containing all the fifteen books in the Latin and the Greek and obtained from England through my pupil, Mr. Triumbakrâo Jâdavrâo Desâi, Barrister at Law, and another excellent edition, published in London in 1570 by Mr. H. Billingsley. It is the first translation into English of Euclid's work as its title-page which runs as under shews:—

---

* The difficulty of constructing figures will be understood, when it is borne in mind that most of the alternative proofs given by Pandit Jagannâtha are not found in any English edition, that many intermediate steps in the proofs of Propositions are omitted, that no authorities are given and that the letters व and ब occasion a deal of confusion on account of the carelessness of copyists.

'The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Evclide of Megara.

Faithfully (now first) translated into the Englishe toung by H. Billingsley, citizen of London.

Whereunto are annexed certaine scholies, annotations and inuentions, of the best mathematiciens, both of time past, and in this our age.

With a very fruitfull Præface made by M. J. Dee, specifying the chief mathematicall sciẽces, what they are and wherunto commodious: where, also, are disclosed certaine new secrets mathematicall and mechanicall untill these our daies greatly missed.

Imprinted at London by John Daye.'

The Preface of Mr. Dee bears the year 1570. It has at its end the remark:—

'Written at my poor house at Mortlake.

Anno. 1570. February 9.'

The Title-page is a beautiful one, having the ten pictures of Ptolomeus, Martinus, Aratus, Strabo, Hipparchus, Polibius, Geometria, Astronomia, Arithmetica and Musica and a motto Vvinere Virescit Veritas.

This valuable work contains 16 books. In the introductory remarks on the fourteenth book, it is said that Apollonius was the first author of the book, which was afterwards set forth by Hypsicles. Mr. Billingsley quotes from the Preface of Hypsicles to the 14th book in support of his statement. "Basilides of Tire (sayth Hypsicles) and my father together, scanning, and peysing a writing or booke of Appollonius, which was of the comparison of a dodecahedron to an icosahedron inscribed in one and the selfe same sphere, and what proportion these figures had the one to the other, found that Apollonius had fayled in this matter. But afterward (sayth he) I found another copy or booke of Apollonius, wherein the demonstration of that matter was full and perfect and shewed it unto them, whereat they much rejoysed. By

which wordes it semeth to be manifest that Apollonius was the first author of this booke, which was afterward set forth by Hypsicles. For so his own wordes after in the same preface seme to import." Billingsley gives the 14th book as set forth both by Hypsicles and Flussas, and the 15th book as set forth by Hypsicles and Campane and Flussas. The 16th book, which he says, is added by Flussas, contains 37 Propositions. Billingsley's edition of Euclid is a very important book. It is a big volume of 463 folios and was with great difficulty purchased from Messrs. Bernard Quaritch, 15 Piccadilly, through Mr. Edward Seymore Hale of Bombay. This book was of great use to me in settling figures of Propositions of the 10th book which is the hardest of all, as it deals with incommensurable quantities.

INTRODUCTION.

THE REKHÂGAṆITA: ITS CONTENTS.

The Rekhâgaṇita or the Science of Geometry is a Sanskrit version of Euclid's Elements of Geometry by Samrâṭ Jagannâtha under the orders of Jayasiṁha, king of Jeypore. It contains fifteen 'adhyâyas' or books. The first four and the sixth books are devoted to plane geometry and the fifth deals with the laws of proportion which are utilized in the sixth book. The contents of these books are well-known and therefore need no detailed account. The seventh, eighth, and ninth books are purely arithmetical. As the subject-matter of the tenth book which treats of incommensurable quantities and of the eleventh and the succeeding books which are concerned with solid geometry cannot be clear unless the theory of numbers is explained, the intermediate three books, the seventh, eighth, and ninth, are devoted to the elucidation of the principles of numbers. A number (अङ्क) is defined as a multitude composed of units (रूप). Numbers are divided into even (सम) and odd (विषम). Even numbers are subdivided into evenly-even (समसम) and evenly-odd (समविषम). Evenly-even numbers are those which, when divided by an even number, have an even quotient, as 8. Evenly-odd numbers are those which, on being divided by an even number, give an odd quotient, as 6. Odd numbers may be oddly-odd (विषमविषम), when they have an odd quotient, on being divided by an odd number, as 9. Numbers are further divided into prime numbers (प्रथमाङ्क), and composite numbers (योगाङ्क), and into commensurable (मिलित), and incommensurable (भिन्न). A number produced by the product of two numbers, the multiplier (गुणक) and the multiplicand (गुण्य), is a plane or superficial number (क्षेत्रफल), the two numbers (गुण्य and गुणक) being called its sides or arms (भुज). A superficial number, multiplied by a number, becomes a cube number (घनफल). The product of a number by itself is a square number (वर्गाङ्क), and a number, multiplied by its square, becomes a cube number (घनाङ्क). Numbers

are further defined as proportional (सजातीय), when the second is the same multiple of the first as the fourth is of the third. Like plane numbers (सजातीयक्षेत्रफल) and like cube numbers (सजातीयघनफल) are those which have their sides proportional. Finally a perfect number (पूर्णाङ्क) is one which is equal to the sum of all its aliquot parts, as 6.* The Seventh Book demonstrates in general the most common properties of numbers, chiefly of prime and composite numbers, and partly treats of the comparison of one number with another. The enunciations of a few propositions will make this clear.† 'If of two numbers the less is continually taken from the greater until unity is left, the two numbers are incommensurable or prime to one another.' 'To find the greatest common measure of two or more quantities.' 'A small quantity is a part of a large quantity or of its multiple.' 'If two quantities be the same part of two other quantities, the sum of the first two shall be the same part of the sum of the other two.' 'If from two numbers two other numbers in the same ratio be taken, the remainders shall be in the same ratio.' 'The product of the multiplicand by the multiplier is the same as that of the multiplier by the multiplicand.' 'If there are small numbers in a certain ratio, such that smaller numbers in the same ratio cannot be found, then these numbers shall be prime to one another.' 'If a certain number is prime to another, its square also shall be prime to it.' 'If two numbers are incommensurable, their squares as well as their cubes shall also be incommensurable.' 'To find the least common multiple of two or more numbers.' 'To find the least common multiple which can be measured by many fractions.'† The book contains 39 propositions. The plane and solid numbers, their sides and proportion, the properties of square and cube numbers, the natures and conditions of their sides, and the mean proportional numbers of plane, solid, square, and cube numbers form mainly the subject of the

* The aliquot parts of 6 are 1, 2 and 3 and these together make up the number, 6. The numbers to which this property belongs are 6;28;496;8128; 33,550,336; 8,589,869,056; 137,438,691,328; and 2,305,843,008,139,952,128. All perfect numbers terminate with 6 or 28. Vide Chambers' 'Popular Educator.'

† Props. 1, 2 and 3, 4, 5, 7, 16, 21, 25, 27, 34 and 36, and 39 respectively, Book VII.

Eighth Book. To elucidate this a few propositions may be enunciated. *' If in a certain series of numbers in a certain ratio, the first and the last are incommensurable, then these are the lowest numbers in the series in the same ratio.' 'To find the lowest numbers in a certain ratio.' 'The ratio of a plane or superficial number with another plane number shall be the product of the ratios of the sides of those plane numbers.' 'If in a certain series in a certain ratio, the first number measures the last number, then the first number shall also measure the second number.' 'If there are two square numbers and if there is a mean proportional number between them, the ratio of the square numbers to one another shall be equal to the square of the ratio of the sides of the square numbers.' 'The squares and cubes of those numbers which are in a certain ratio shall also be in the same ratio.' 'If a number falls between two numbers, and if the three numbers are in the same ratio, then the two numbers shall be like plane numbers.' 'If between two numbers there fall two other numbers so that the four numbers are in the same ratio, then the two numbers (between which two other numbers fall) shall be like solid numbers'. 'If three numbers be in one ratio, and if the first be a square number, the third shall also be a square number'. 'If four numbers are in one ratio and if the first be a cube number, the fourth shall also be a cube number.' 'Two like plane numbers are in the ratio of their squares.' 'Two like solid numbers are in the ratio of their cubes.'* There are in all 27 propositions in this book. The Ninth Book continues the treatment of square and cube numbers, takes up odd and even numbers, not hitherto dealt with, and treats of their properties, as the following enunciations of some of the propositions will show. 'The product of two like plane numbers is a square number.' 'The square of a cube number is a cube number.' 'The product of two cubes shall be a cube.' 'A composite number, multiplied by a certain number, becomes a solid number.' 'If in a series beginning with unity, there be numbers in the same continual

---

* Props. 1, 2, 5, 7, 11, 13, 18, 19, 20, 21, 26, and 27 respectively, Book VIII

proportion, the third number from unity is a square number and so are all forward, leaving one between, the fourth number from unity is a cube number and so are all forward, leaving two between, and the seventh number from unity is both a square and a cube and so are all forward, leaving five between.' 'If the given prime numbers measure a certain least number, no other prime number shall measure that least number.' 'If three least numbers be in the same ratio, then the sum of any two of them shall be incommensurable with the third.' 'If there be two incommensurable numbers other than unity, there shall be no third number in the ratio of these two.' 'To find a third number in the ratio of two numbers, if possible.' 'To find a fourth number in the ratio of three numbers, if possible.' 'The sum of any number of even numbers shall be even.' 'The sum of an even number of odd numbers shall be even.' 'The sum of an odd number of odd numbers shall be odd.' 'If an even number be taken from an even number, the remainder shall be an even number.' 'If an odd number be taken from an even number, the remainder shall be an odd number.' 'If an even number be taken from an odd number, the remainder shall be an odd number.' 'If an odd number be taken from an odd number, the remainder shall be an even number.' 'The product of an odd number and an even number shall be an even number.' 'The product of two odd numbers is odd.' 'An odd number measures an odd number with an odd quotient.' 'Numbers beginning with two in which each succeeding number is double of the preceding number shall be evenly even.' 'A number whose half is an odd number is an evenly odd number.' 'The number, which is not in the series beginning with two in which each succeeding number is double the preceding one and of which the half is not an odd number, is evenly-even and also evenly-odd.' 'In a series of numbers beginning with unity, in which each succeeding number is double of the preceding one, if the sum of the terms be a prime number, then the product of this sum and the last number shall be a perfect number.'* The book

* Props. 1, 3, 4, 7, 8, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 34, 35, 36 and 38, Book IX.

comprises 38 propositions. The Tenth Book, which is generally considered as the hardest of all the books to understand, treats of lines and other magnitudes rational and irrational, but particularly of irrational magnitudes commensurable and incommensurable. Magnitudes (*i. e.* lines, superficies and solids) are called मिलित or commensurable, if they have a common measure and are भिन्न or incommensurable if they can not be measured by a common measure. If the squares of lines can be measured by the self-same area, the lines are मिलितवर्ग or commensurable in power, and the lines whose squares are not measurable by the same area are भिन्नवर्ग or incommensurable in power. If there is a line supposed and laid before us, of any length we please, if this line thus first set forth is imagined to have such divisions and so many parts as we list, 3, 4, 5 and so forth, which may be applied to any kind of measure, inches, feet and such others, and if to this line thus first supposed and set forth be compared a number of lines, some of these will be commensurable and some incommensurable; and of commensurable lines some will be commensurable both in length and power and some commensurable in power only; and of incommensurable lines some will be incommensurable in length and some incommensurable both in power and length. The first line so set, to which and to the squares of which other lines and squares are compared, is called a rational line (अङ्कसंज्ञाईरेखा). Lines which are commensurable to this line, whether in length and power or in power only, are also rational; the square which is described on the rational right line supposed is rational; and the squares which are commensurable to this square are also rational. Thus the line which is first supposed and set forth, the lines which are commensurable to it, the square on it, and such superficies as are commensurable to the square are all rational and constitute what is called मूलदराशि. The rational line is the basis of most of the propositions of the tenth book from the tenth proposition. The line which is incommensurable to the first line supposed and set forth, the superficies which is incommensurable to the square (*i. e.* the square described on the rational line), and the line the square of which shall be equal to that superfi-

cies are called irrational (करणी). These irrational lines and figures are the chief subject of the tenth book. They are divided into many classes of which 13 are the chief. They are as follows:—

I. A medial line (मध्यरेखा) is defined in Prop. 17. A rectangle which has its sides commensurable in power only shall be irrational and is called a medial superficies. The line the square of which is equal to this figure is irrational and is called a medial line. Thus a medial line is an irrational line of which the square equals a rectangle contained by two rational lines commensurable in power only. Propositions from 17 to 35 treat of the properties of medial lines. It will be enough to note a few of these to shew their nature. *'A line commensurable to a medial line shall also be a medial line.' 'The difference between two medial superficies is irrational.' 'To find out two medial lines commensurable in power only, containing in power a rational or a medial superficies.' 'To find out two medial lines incommensurable in power, the squares of which, added together, make a medial superficies and twice the rectangle of which is rational.'*

II. A binomial line(योगरेखा) is the next irrational line. It is treated first in Prop. 33. If the lines which are commensurable in power only be added together, the line so formed shall be irrational and is called a binomial line. Thus a binomial line is an irrational line composed of two rational lines commensurable in power only. It is made up of two parts or names, of which one is greater than the other. The square of one part is therefore greater than that of the other. This line is divided into six classes, *viz.*, the first binomial line (प्रथम योगरेखा), the second binomial line (द्वितीय योगरेखा) and so forth. The first three binomial lines (प्रथम, द्वितीय and तृतीय योगरेखा) are formed when the square of the greater line exceeds that of the less by the square of a line which is commensurable in length to it, *viz.*, the greater ; and the last three kinds of binomial lines (चतुर्थ, पञ्चम, and षष्ठ योगरेखा) are formed when the square of the greater part exceeds the square of

---

* Props. 19, 20, 21, 22 and 31 respectively.

the less by the square of a line incommensurable in length to it, *viz.*, to the greater part. Propositions from 45 to 50 show how these lines are found out.

III. A first bimedial line (प्रथममध्ययोगरेखा) is defined in Prop. 37 as an irrational line composed of two medial lines, commensurable in power only, containing a rational superficies.

IV. A second bimedial line (द्वितीयमध्ययोगरेखा) is an irrational line composed of two medial lines, commensurable in power only and containing a medial superficies. Prop. 38 teaches how to form this line.

V. A greater line (अधिकरेखा), which is taught in Prop. 39, is an irrational line composed of two lines which are incommensurable in power, the squares, of which, taken together, make a rational superficies and twice the rectangle contained by which makes a medial superficies.

VI. A line containing in power a rational and a medial superficies (करणीगता अस्या वर्गोऽङ्कसंज्ञार्हक्षेत्रमध्यरेखाक्षेत्रयोर्वर्गतुल्योऽस्ति) is next taken up in Prop. 40. It is an irrational line composed of two lines which are incommensurable in power, the squares of which added together make a medial superficies, but the superficies which they contain is rational.

VII. A line containing in power two medial superficies (करणीगता अस्या वर्गो मध्यरेखाद्वयवर्गयोगतुल्यो भवति) is an irrational line composed of two lines which are incommensurable in power, the squares of which added together make a medial superficies, but the superficies which they contain is medial, incommensurable to that which is composed of the two squares added together. This line is taught in Prop. 41.

Propositions 42 to 69 deal with the properties of the above lines.

The next line taken up is

VIII. The residual line (अन्तररेखा). The method of forming the line is taught in Prop. 70. It is an irrational line which is left when from a rational line given is taken a rational line commensurable to the whole in power only.

Like a binomial line it has also six varieties. The first three kinds (प्रथम, द्वितीय, and तृतीय अन्तररेखा) are formed when the square of the whole line made up of the residual line and the line joined to it exceeds the square of the line joined by the square of a line commensurable to it in length; and the last three kinds (चतुर्थ, पञ्चम and षष्ठ अन्तररेखा) are formed when the square of the whole line made up of the residual line and the line joined to it exceeds the square of the line joined by the square of a line incommensurable to it in length. Propositions 82 to 87 teach how to find these lines.

IX. A first medial residual line (प्रथममध्यान्तररेखा) is an irrational line which remains, when from a medial line is taken away a medial line commensurable to the whole in power only and the part taken away and the whole line contain a rational superficies. Proposition 71 deals with it.

X. The next proposition treats of the second medial residual line (द्वितीयमध्यान्तररेखा) which is an irrational line which remains, when from a medial line is taken a medial line commensurable to the whole in power only and the part taken and the whole line contain a medial superficies.

XI. A less line (न्यूनरेखा), taught in Prop. 73, is an irrational line which remains, when from a right line is taken a line incommensurable in power, the square of the whole line and the square of the part taken together make a rational superficies, and twice the rectangle contained by them makes a medial superficies.

XII. A line making with a rational superficies the whole superficies medial (अङ्कसंज्ञाईयोगमध्यरेखा) is an irrational line which remains, when from a right line is taken a right line incommensurable in power to the whole line and the square of the whole line and of the part taken together make a medial superficies and twice the rectangle contained by them is rational. This is treated of in Prop. 77.

XIII. The last irrational line is taken up in the next Prop. (78). It is a line making with a medial superficies the whole superficies medial (मध्ययोगजमध्यरेखा). It is an irrational

line which remains, when from a right line is taken a right line incommensurable to it in power, the squares of the whole line and of the part taken together make a medial superficies, and twice the rectangle contained by them makes up a medial superficies incommensurable to the first medial superficies.

The Tenth Book is the longest of the elements and contains in all 109 propositions.

Thus in the first ten books is taught whatever is requisite and necessary to the knowledge of all superficial figures of any sort whatever. The remaining books are concerned with solid figures (घनक्षेत्र), such as cubes, cones (शङ्कु), Pyramids (सूचीफलकघनक्षेत्र), cylinders (समतलमस्तकपरिधिरूपशङ्कुघनक्षेत्र or समतलमस्तकशङ्कुक्षेत्र), prisms (छेदितघनक्षेत्र), spheres (गोलक्षेत्र) and parallelepipeds (समानान्तरधरातलघनक्षेत्र or घनहस्तक्षेत्र). The eleventh book contains 41 propositions and propositions, 24th to the end, treat of the properties of parallelepipeds.

The Twelfth Book sets forth the properties of pyramids, prisms, cones, cylinders and spheres, and compares pyramids to pyramids and prisms. Likewise are compared cones, cylinders and spheres; and to prove the properties of these bodies it is first established that like polygons inscribed in circles and the circles themselves are to one another as the squares of their diameters. The enunciations of a few propositions will clearly shew the nature of the book.* 'Every pyramid having a triangle as its base may be divided into four parts, of which two are equal and similar pyramids and the other two are equal prisms greater than half the whole pyramid.' 'Pyramids having triangles as their bases and of the same altitude are to one another as their bases.' 'Every prism can be divided into three equal pyramids having triangles as their bases.' 'If two pyramids having triangles as their bases be similar, they shall be in the treble ratio of that which their like sides have.' 'A cone is a third part of a cylinder having the same base and altitude with it.' 'Like cylinders and cones are in the treble ratio of that in which the diameters of their circles (bases) are.' 'Spheres

* Props. 3, 5, 6, 8, 9, 10, and 15, Book XII.

are in the treble ratio of that in which their diameters are.' There are in all 15 propositions in the book.

The Thirteenth Book teaches the most wonderful properties of a line divided by an extreme and mean proportion, the composition of the five regular solids, a tetrahedron, a cube, an octohedron, an icosahedron, a dodecahedron (**चतुष्फलकशङ्कु, घनहस्त, अष्टफलकघनक्षेत्र, विंशतिफलकयुतक्षेत्र, समभुजद्वादशफलकक्षेत्र** respectively), the method of inscribing them in a sphere and a comparison of the solids to one another and to the sphere in which they are inscribed. The book contains 21 propositions.

The Fourteenth Book which comprises ten propositions treats of the comparison and proportion of the five regular solids.

The Fifteenth Book, which is the last book in our text, deals with the inscription of the five regular bodies within one another. It teaches how to inscribe an equilateral cone in a cube, an octohedron in an equilateral cone, or in a cube, a cube in an octohedron, and a dodecahedron in an icosahedron.

The striking features of the Rekhâgaṇita.

Having thus given a *resume* of the contents of the Rekhâgaṇita, let me next point out the striking features of the work as compared to English editions of Euclid.

1. Definitions, Postulates, and Axioms are called **परिभाषा** or Terminology.

2. Axioms are given before Postulates and the last three Axioms are placed after the Postulates.

3. The Twelfth Axiom has a simpler form. It is defined as follows:—

If two straight lines which are not parallel be produced in the direction in which the distance between them is greater, the further they are produced, the greater the distance between them; while if they are produced in the direction in which the distance is less, the further they are produced, the less the distance between them till at length the two straight lines meet together, and then the distance between them goes on increasing.

4 This form of the 12th Axiom necessitates the introduction of the following propositions preliminary to the 29th Proposition of the First Book:—

(1) Of all the straight lines that can be drawn from a given point on a given straight line, the perpendicular is the shortest.

(2) The line joining the free extremities of two equal perpendiculars to a given straight line makes equal angles with the perpendiculars.

(3) The line joining the free extremities of two equal perpendiculars to a given straight line makes right angles with the perpendiculars.

(4) The opposite sides of a rectangle are equal.

(5) If two perpendiculars be drawn to a line and a straight line be drawn across the perpendiculars, of the four angles made by the line with each perpendicular, the alternate angles shall be equal, the exterior angle shall be equal to the interior and opposite angle upon the same side of the line and the two interior angles upon the same side of the line shall be together equal to two right angles.

(6) If the four angles formed by the intersection of two lines be not right angles, then a perpendicular on one of the lines shall meet the other line in the direction of the acute angle.

(7) If a straight line falls upon two other straight lines and if the interior angles on one side are less than two right angles, then the two straight lines shall meet in that direction only.

5. In the proof of propositions throughout the book, no authorities are given anywhere. For the sake of conciseness a few intermediate steps, which may be understood without being mentioned, are omitted.

6. Most of the propositions have one or more alternative proofs given for them. The following propositions have alternative proofs:—

Book I.

5, 9, 11, 12, 18, 20, 21, 24, 25, 26, 32, 33, 34, 47.

Of these 18th and 20th Propositions have two alternative proofs; and Prop. 47th is proved in seventeen ways by describing squares in different ways. In each of these seventeen alternative proofs there are three diagrams caused by the equality and the inequality of the sides that contain the right angle.

Book II.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14.

Of these Propositions 9 and 10 have two alternative proofs.

Book III.

3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 30, 31, 33, 36.

Prop. 30 has three alternative proofs.

Book IV.

1, 2, 3, 6, 10, 11, 12, 13, 14.

Propositions 10th and 13th have two alternative proofs.

Book V.

14, 17, 18, 19, 20, 22.

Proposition 22nd has two alternative proofs.

Book VI.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 15, 18, 29, 31, 32.

Propositions 9 and 10 have two alternative proofs.

Book VII.

7, 13, 28.

Book X.

1, 12, 64, 65.

Book XII.

9, 13.

Book XIII.

15.*

7. The number of propositions and their order in some Adhyâyas is different.

In Book III. our text has 36 propositions, propositions 11 and 12 being included in proposition 11 as under:—

'If two circles touch one another internally or externally, the straight line which joins their centers being produced shall pass through the point of contact.'

In Book V. propositions 12 and 13 in the Sanskrit text are found to be propositions 13 and 12 respectively in Bil.'s edition.

---

* Of 110 alternative proofs in all the books taken together, the following are *Reductio ad Absurdum*:—

Book I. Prop. 20, 21, 34.

Book III. Prop. 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13, 17.

Book VI. Prop. 2, 4, 5, 6.

Book VII. Prop. 7, 28.

The following are found in Bil.

(I. 5), (I. 12), (I. 20 one alternative), (I. 25), (VII. 13).

Book I.

Prop. 11 is only a particular case.

Prop. 24 contains three cases.

Prop. 25 gives the direct proof.

Book III.

Prop. 8 gives a common proof to Propositions 7 and 8.

Prop. 9 gives the direct proof found in recent editions of Euclid.

Prop. 30 gives the converse of the 1st part of the Proof.

Book IV.

Prop. I. is the converse of Prop. I.

In Book VI. the order of most of the propositions is different as below:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition and Greg.'s edition.
9	13
10	11
11	12
12	9
13	10
18	19
19	20
20	18
23	24
24	26
25	23
26	25
31	32
32	31

Propositions 27,28 and 29, which are omitted in recent editions of Geometry, are found in the Rekhâgaṇita and Bil.'s and Greg.'s editions.

In Book VII. the Rekhâgaṇita has 39 propositions and Bil.'s edition has 41 propositions. Of the two additional propositions in the English text, proposition 20 is noticed in the Sanskrit text as corollary to proposition 19 and proposition 22, which is enunciated as follows in Bil.'s edition, finds no place in the Sanskrit text:—

'If there be three numbers, and other numbers equal unto them in magnitude, which being compared two and two are in the self-same proportion and if also the proportion of them be perturbate, then of equality they shall be in one and the same proportion.'

This proposition is omitted, perhaps because it answers to the 25th proposition of Book V.

The following shews the difference in the order of propositions in the two texts:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
20	21
21	24
22	23
23	25

and so on till 28 which becomes 30 in the English text.

29	33
30	34
31	31
32	32
33	35
34	36

and so on till the end.

In Book VIII., propositions 16 and 17 in Bil.'s edition are in the Sanskrit text given as corollaries to propositions 14 and 15 respectively, and 26th and 27th propositions in the Rekhâgaṇita appear as corollaries to Prop. 25 in Bil.'s edition. Thus the total number of propositions in both the works is the same 27.

In Book IX. the Rekhâgaṇita contains 38 propositions, while Bil.'s edition has 36. Propositions 30 and 31 are not found in Bil.'s edition; but they are mentioned there and attributed to Campane.

The difference in the order of propositions is shown below:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
14	20
15	14
16	15
17	16
18	17
19	18
20	19
26	27
27	26
32	30
33	31

and so on till the end.

In Book X. Bil.'s edition contains 9 propositions more than the Rekhâgaṇita. These are propositions 7, 8, 13, 16, 24, 112, 113, 114, and 116. They are enunciated as under :—

Prop. 7

'Magnitudes incommensurable have not that proportion, the one to the other, that number hath to number.'

Prop. 8 Converse of the above.

Prop. 13

'If there be two magnitudes commensurable, and if one of them be incommensurable to any other magnitude, the other also shall be incommensurable unto the same.'

Prop. 16

'If two magnitudes incommensurable be composed, the whole magnitude also shall be incommensurable unto either of the two parts components; and if the whole be incommensurable to one of the parts components, those first magnitudes also shall be incommensurable.'

Prop. 24

'A rectangle parallelogram, comprehended under medial lines commensurable in length, is a medial rectangle parallelogram.'

Prop. 112

'The square of a rational line applied unto a binomial line maketh the breadth or other side a residual line, whose names are commensurable to the names of the binomial line and in the self same proportion; and moreover that residual line is in the self same order of residual lines that the binomial line is of binomial lines.'

Prop. 113

'The square of a rational line applied unto a residual maketh the breadth or other side a binomial line, whose names are commensurable to the names of the residual line, and in the self same proportion; and moreover that binomial line is in the self same order of binomial lines that the residual line is of residual lines.'

Prop. 114

'If a parallelogram be contained under a residual line and a binomial line, whose names are commensurable to the names of the residual line and in the self same proportion, the line which containeth in power that superficies is rational.'

Prop. 116

'Now let us prove that in square figures the diameter is incommensurable in length to the side.'

There are thus nine additional propositions in Bil.'s edition; but there are two propositions in the Rekhâgaṇita which are not found as propositions in the English text. They are 27th and 29th. 27th proposition is mentioned in Bil.'s edition at the end of the 31st proposition and the 29th proposition is given as a corollary to the 32nd proposition. The difference in the number of propositions in the two books is thus reduced to seven, the Sanskrit text comprising 109 and the English text 116 propositions in all.

The difference in the numbering of propositions is as follows:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
7	9
8	10
9	11
10	12
11	15
12	14
13	17
14	18

and so on up to 19th which is 23rd in Bil.'s edition.

20	26
21	27
22	28
23	25
24	29
25	30
26	31
27	Mentioned at the end of 31st Prop.
28	32
29	Cor. to 32
30	33
31	34
32	35

and so on up to 108th which is 111th in Bil.'s edition.

109	115

In Book XI. Bil.'s edition has one proposition, 38th, which is wanting in the Rekhâgaṇita. It is enunciated as below:—

'If a plane superficies be erected perpendicularly to a plane superficies, and from a point taken in one of the plane superficies be drawn to the other plane superficies a perpendicular line, that perpendicular line shall fall upon the common section of those plane superficies.' Propositions 32nd and 35th in the Rekhâgaṇita appear as 2nd cases of propositions 31st and 34th respectively. Thus the Sanskrit text has in all 41 propositions, while the English text has 40 propositions.

The following shews the difference in the order of propositons:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
32	2nd case of 31
33	32
34	34
35	2nd case of 34
36	33
37	35
38	36
39	37
40	39
41	40

In Book XII., 6th, 13th, and 14th propositions in Bil.'s edition do not find a place in the Sanskrit text. They are enunciated as under:—

6th Prop.

'Pyramids consisting under one and the self-same altitude and having poligonon figures to their bases are in that proportion, the one to the other, that their bases are.'

13th Prop.

'If a cylinder be divided by a plane superficies being parallel to the two opposite plane superficies, then as the one cylinder is to the other cylinder, so is the axe of the one to the axe of the other.'

14th Prop.

'Cones and cylinders consisting upon equal bases are in proportion the one to the other as their altitudes.'

Thus while the Sanskrit text has 15, the English text has 18 propositions in all.

The difference in the order of propositions is n[illegible]

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
6	7
7	9
9	10
10	12
12	15
13	16
14	17
15	18

In Book XIII. the Sanskrit text has three propositions more than Bil.'s edition. These are the 3rd, 4th, and 6th propositions. Of these Prop. 3rd is noticed in Bil.'s edition as a theorem added by M. Die. The order of the propositions in both the texts varies as under:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
5	3
7	5
8	4
9	6
10	7
11	12
12	9
13	10
14	8
15	11
16	13
17	15
18	14
19	16
20	17
21	18

In Book XIV. Flussas has twenty propositions, while the

Rekhâgaṇita has only ten; and there is no agreement in the order of propositions as shown below:—

Rekhâgaṇita.	Flussas.
2	3
3	4
4	5
9	7
10	2

Propositions 1, 6 and 8 agree in both.

Proposition 5th in the Rekhâgaṇita is noticed by Hypsicles after the 3rd Prop.; but no proposition in Bil.'s edition answers to the 7th Prop. of our text.

In Book XV. I find nothing in Bil.'s edition to correspond to Prop. 1 in the Sanskrit text. The order of the other propositions is as shown under:—

Rekhâgaṇita.	Bil.'s edition.
2	1
3	2 after Hypsicles.
4	3
5	4
6	5

8. Prop. 7th Book I. in the Rekhâgaṇita is enunciated in a very ingenious way as under:—

'The straight lines drawn from the extremities of one straight line (on the same side of it) can meet in one point and never in another.'

This enunciation is very like the one found in Bil.'s edition:—

'If from the ends of one line be drawn two right lines to any point, there can not from the self-same ends on the same side be drawn two other lines, equal to the two first lines, the one to the other, to any other point.'

Whether the Rekhâganita is an original work or a translation.

The next question that suggests itself for consideration is whether the Rekhâgaṇita is an original work or a translation. The subjects treated in the different books, the number of propositions in each of them, the very order in which they are given, the method of proof adopted in them, and the fact that the author flourished, as we shall see further on, in the eighteenth century, leave not a shadow of doubt that the work is not original, but a translation. Nay, if there is any doubt on the matter, it is removed by one of the Mss. in my possession which says 'अथोक्लीदशाख्यं रेखागणितं लिख्यते.' It must also be noted that if the work were original, the letters in the diagrams illustratting its propositions would be in the order of the Sanskrit alphabet, either अ, इ, उ &c. or क, ख, ग &c. But the lettering is Greek or Arabic, both being Phœnician in character. It is thus unquestionably settled on the above grounds that the work is not original, but a translation.

But if it be not an original work, how are the following introductory stanzas to be explained:—

अपूर्वं विहितं शास्त्रं यत्र कोणावबोधनात् ।
क्षेत्रेषु जायते सम्यग्व्युत्पत्तिर्गणिते यथा ॥
शिल्पशास्त्रमिदं प्रोक्तं ब्रह्मणा विश्वकर्मणे ।
पारम्पर्यवशादेतदागतं धरणीतले ॥
तद्विच्छिन्नं महाराजजयसिंहाज्ञया पुनः ।
प्रकाशितं मया सम्यग् गणकानन्दहेतवे ॥

These verses would lead the reader to either of the two conclusions, that the Rekhâgaṇita was an original work or that the author was a plagiarist. That the work is not original is clear from the above causes. That it is not easy to charge the author with plagiarism is evident from the fact that in the introductory stanzas to his other work, 'Siddhânta-samrâj' he clearly says that it is a translation of an Arabic work, 'Mijâsti',

'ग्रन्थं सिद्धान्तसम्राजं सम्राड् रचयति स्फुटम् ।
तुष्टयै श्रीजयसिंहस्य जगन्नाथाह्वयः कृती ॥
अरबीभाषया ग्रन्थो मिजास्तीनामकः स्थितः ।
गणकानां सुबोधाय गीर्वाण्या प्रकटीकृतः ॥'

How then is this inconsistency to be explained? The problem, it must be confessed, is not easy of solution. The only possible solution seems to be that knowing as the author must have done that the science of Geometry (शिल्पशास्त्र) was first cultivated in India and thence imported to Greece and other countries, and that it was in his time completely lost, he gave it a divine origin to inspire his people with greater respect for it. This incidentally lands us into the question

Whether Geometry was first discovered in India or in Greece.

This is no place to enter into an exhaustive treatment of the subject, nor is it possible to arrive at an incontrovertible solution of the question in the present state of our knowledge. Suffice it to say that a nation to which the world owes the ingenious invention of numerical symbols and the decimal notation, a nation which made great advances in Algebra and Arithmetic, and a nation which made independent astronomical observations, arrived at a fairly accurate calculation of the solar year of 360 days with an intercalary month every three years, was acquainted with the phases of the moon, and had made observations of a few of the fixed stars*—a nation so far advanced in the cultivation of mathematics and astronomy cannot be supposed to be completely ignorant of the elements of geometry. It will not be amiss to quote the views of a few western scholars on this subject:—"Though no date can be fixed to the commencement of geometry in India, yet the certainty which we now have that algebra and the decimal arithmetic have come from that quarter, the recorded visits of the earlier Greek philosophers to Hindustan (though we allow weight rather to the tendency to suppose that philosophers visited India than to the strength of the evidence

* Vide 'Imperial Gazetteer of India' Vol. VI. pp. 104-6 by W. W. Hunter.

that they actually did so) together with very striking proofs of originality which abound in the writings of that country, make it essential to consider the claim of the Hindus or of their predecessors to the invention of geometry. That is, waiving the question whether they were Hindus who invented decimal Arithmetic and Algebra we advance that the people that first taught those branches of science is very likely to have been the first that taught Geometry and again seeing that we certainly obtained the former two either from or at least through India, we think it highly probable that the earliest European geometry also came either from or through the same country."* 'In Geometry, the points of contact between the S'ulva Sûtras and the work of the Greeks are so considerable that according to Cantor, the historian of Mathematics, borrowing must have taken place on one side or the other. In the opinion of that authority, the S'ulva Sûtras were influenced by the Alexandrian geometry of Hero (215 B. C.) which he thinks, came to India after 100 B. C. The S'ulva Sûtras, are, however, probably far earlier than that date, for they form an integral portion of the S'rauta Sûtras and their geometry is a part of the Brahmanical theology, having taken its rise in India from practical motives as much as the science of grammar. The prose parts of the Yajurvedas and the Bráhmaṇas constantly speak of the arrangement of the sacrificial ground and the construction of altars according to very strict rules, the slightest deviation from which might cause the greatest disaster.'† 'Whatever conclusions we may arrive as to the original source of the first astronomical ideas current in the world, it is probable that to the Hindus is due the invention of algebra, and its application to astronomy and geometry.'‡ 'For whatever is closely connected with the ancient religion must be considered as having sprung up among the Indians themselves, unless positive evidence of the strongest kind point to a contrary conclusion.'§ 'The geometrical pro-

* Vide the article on 'Geometry' Penny Cyclopædia, Vol. XI.

† Vide 'History of Sanskrit Literature' by A. A. Macdonell, p. 424.

‡ Monier Williams' 'Indian Wisdom' p. 184.

§ Dr. G. Thibaut on the S'ulva Sûtras. Vide 'Journal of the Asiatic Society of Bengál,' 1875, p. 228.

position, the discovery of which the Greeks ascribed to Pythagoras, was known to the old Âchâryas, in its essence at least.* It should not at the same time be ignored that Herodotus, the well known Greek historian, attributes the invention of the science to the Egyptians. 'Herodotus, the earliest authority on the subject, assigns the origin of the art to the necessity of measuring lands in Egypt for the purposes of taxation in the reign of Sesostris about 1416-1357 B. C. (Hero. B. II. Chap. 109). This is probable as not only resting on such authority, but also because *a priori* we should expect the necessity of measuring lands to arise with property in land and to give birth to the art. Of the state of the science, however, among the Chaldeans or Egyptians, we have no record.'† The fact is that very minute rules are laid down in the Taittirîya Saṁhitâ and the Brâhmaṇas for the arrangement of the sacrificial ground and the construction of altars and in the Baudhâyana and Âpastamba for the shape of the bricks required for the construction of altars‡ and that the S'ulva Sûtras which form the 30th section of the Kalpa Sûtra of Âpastamba and which are assigned by Dr. Thibaut to high antiquity§ teach geometrical principles for the construction of altars for the S'rauta sacrifices and contain a number of geometrical rules, such as that of finding the

* 'Journal of the Asiatic Society of Bengal, 1875,' p. 232.

† Chambers' Encyclopædia. p. 700.

‡ 'किं च तत्तत्क्रतुक्रियाकाण्डप्रस्तावे तत्तत्प्रमाणप्रमितानामुच्चावचरचनाचातुर्यचर्याचणानां शुल्बसूत्रादिप्रसिद्धानां नानाविधकुण्डवेदिकादीनां तथैव कात्यायनश्रौतसूत्रभाष्यादिप्रथितानां स्रुक्स्रुवकूर्चेडापात्रीपुरोडाशपात्रीश्रृतावदानाभ्युपवेषान्तर्धानकटप्राशित्रहरणषड्वत्तादिपात्राणां निर्माणभङ्गिपर्यालोचनयापि गणितविद्यासद्भावः स्फुटं प्रतिफलति ।' Introduction to क्षेत्रमिति by S'âstrî Durgâprasâda Dviveda.

§ 'Besides the quaint and clumsy terminology often employed for the expression of very simple operations—for instance in the rules for the addition and subtraction of squares—is another proof of the high antiquity of these rules of the cord.' 'Journal of the Asiatic Society of Bengal, 1875,' p. 271.

value of a diagonal of a square in relation to its side, of turning a square into a circle and of turning a circle into a square.* Indeed the science of Geometry like the science of Grammer formed a part of the Brahmanical theology and "it is not likely that the exclusive Brâhmans should have been willing to borrow anything closely connected with their religion from foreigners."† Thus there is a strong probability that the science of Geometry was invented in India. It was, however not cultivated in India; because the construction of altars which originated the science fell into disuse owing to the rise of Buddhism and the worship of images.

The Rekhâgaṇita, a translation of the Arabic work on Geometry by Nasir eddin.

It being settled that the Rekhâgaṇita is not an original work the next question that naturally requires solution is to decide the original of which it is a translation. This proved a very difficult task. None of the English editions of Geometry that are available to us, neither the celebrated Gregory's edition in the Latin and the Greek, nor the excellent edition of Billingsley, the very first version of Euclid in English, contain any of the striking characteristics of the Rekhagaṇita noted before. Help was sought from some of the Professors of Mathematics. But replies were received from all that they were sorry not to be able to help me in the matter. Knowing that the Arabians were the most zealous cultivators of the Greek sciences of Astronomy and Geometry between the 9th and 14th centuries and that the British Museum might be possessing copies of the Arabic versions of Euclid, I consulted the Secretary of the Oriental Department of the British Museum, London, about the original of the work, informing him of some of the cha-

---

* "चतुरश्रं मण्डलं चिकीर्षन्मध्यादंसे निपात्य तत्पार्श्वतः परिलिख्य तत्र यदतिरिक्तं भवति तस्य तृतीयेन सह मण्डलं परिलिखेत्समासविधिः।
मण्डलं चतुरश्रं चिकीर्षन् विष्कंभं पञ्चदशभागान् कृत्वा द्वावुद्धरेच्छेषः करणी।"

† Vide p. 424, 'History of Sanskrit Literature' by A. A. Macdonell.

racteristics of the Sanskrit work; but he too wrote to me that he could not trace the original.* I then addressed Mahâmahopâdhyâya Sudhâkara Dvivedî, Professor of Mathematics, Government Sanskrit College, Benares, and author of Gaṇakataraṅgiṇî and other works, requesting him to let me know whether he had any arguments in support of what he advanced in the Gaṇakataraṅgiṇî—'अरबीभाषातः संस्कृते जगन्नाथकृतो युक्लेदाख्यग्रन्थस्याप्यनुवादो रेखागणितनाम्ना प्रसिद्धोऽस्ति यत्र पञ्चदशाध्यायाः सन्ति।'. In reply the S'âstrî wrote to me that he had an Arabic work which seemed to him to be the original of the Rekhâgaṇita and on my requesting him to lend me the work, he was good enough to send it to me. The Arabic work† contains all the fifteen books. On comparing it with the Rekhâgaṇita I find in it all the striking features of the latter noticed above. The forty-seventh proposition of the First Book is proved in seventeen ways.‡ The book contains all the propositions preparatory to the 29th Prop. of the first book that are found in the Sanskrit text. No authorities are given in the proof of propositions. There is not a shadow of doubt that this Arabic work is the original of the Rekhâgaṇita. The work does not mention the name of the author, but the Preface, which runs as under, makes it clear that the author is the same scholar that has composed 'Mâjisti':—

---

* The following is the reply received:—

British Museum,
London: W. C.
March 2, 1899.

Dear Sir,

I am afraid that we can not help you in your search for the original of the Rekhâgaṇita. We have nothing in Arabic which appears to be at all likely, and we do not possess a copy of James Williamson's work.

Yours faithfully,
(Signed) ROBERT K. DOUGLAS.

† I found another Arabic work containing all the fifteen books with Prof. Isfahâni, but it contains no alternative proofs and is not the original of the Rekhâgaṇita.

‡ Perigal's 'Messenger of Mathematics' New Series, Vol. III. p. 104 contains alternative proofs of Book I. Prop. 47.

صفحه اول

الحمد لله الذی منه الابتداء والیه الانتهاء وعنده حقایق الابناء و وبیده ملکوت الاشیاء وصلوته علی محمد و آله الاصفیاء وبعد فلما فرغت من تحریر المجطی رائت ان احرر کتاب اصول الهند سته و الحساب المنسوب الی اقلیدس الصوری بایجاز غیر مخل واستقصی فی ثبت مقاصده استقصاء غیر مخل واضیف الیه ما یلیق به مما استفدته من کتب اهل هذا العلم واستنبطته بقریحتي وافرز ما یوجد من اصل الکتاب في نسختی الحجاج وثابت عن المزید علیه اما بالاشارة الی ذالك او باختلاف الوان الاشکال وارقامها فقلعت ذالك متوکلاً علی الله انه حسبي وعلیه ثقتی۔ اقول الکتاب یشتمل علی خمس عشرة مقاله مع الملحقتین بآخره وهی اربعماته وثمانیة وستون شکلا في نسخه الحجاج وبزیادة عشرة اشکال فی نسخه ثابت وفي بعض امواضع فی الترتیب ایضاً بینهما اختلاف وانا رقمت عدد اشکال المقالات بالحمرة لثابت حرافی اذ الحجاج اذا کان مخالفاله

صفحه دوم

المقالة الاولی * سبقه واربعون شکلا وفي نسخه ثابت بزیادة شکل وهو شکل مـه ۴۵ وقد جرة العادة۔ بتصدیرها بذکر حدود و اصول موضوعة وعلوم متعارفة یحتاج الیها فی بیان الاشکال ۱۲

The following is the English rendering of the passage, supplied to me kindly by Professors Isfahâni and Sanjânâ of the Bhâvanagar College:—

'Praise be to God from whom is the beginning (of every thing) and unto whom is the end (of every thing). He possesses the truths of all events and in His hands are the sources of all things. And the blessings of God be on Muhammad and his chosen family.

After I had finished the composition of the "Majisti" (Almagest), I thought it right to compose (edit) the book which contains the principles of number and calculation attributed to Euclides of "Sur" with a brevity not injurious; also to inquire into its object and design with thorough investigation, and to add to it what I found worthy from amongst those (principles) which I had gathered from the writings of experts in this science or had discovered by my ingenuity; also to improve upon the texts of the two editions of Hajjaj and Sabit by giving hints either about additional points or about the differences between their descriptions of Propositions or their Proofs.

Then I commenced it, depending upon the help of God, Who is every thing to me and in Whom I place my confidence.

I assert that the book (of Euclides) contains 15 chapters with two more at the end of it and that it contains altogether 468 Propositions in the edition of Hajjaj, and 10 more in that of Sabit; and that in some places there are differences as to their order and even arrangement (of proof); and I have taken down the number of Propositions in the (several) chapters as are (to be found) in the edition of Sabit, pointing out the difference wherever Hajjaj does not agree with him.

First chapter—Propositions 47, and in the edition of Sabit one more Proposition and that is the 45th and it is customary to prefix to these a statement of definitions and a description of established principles (axioms) and well-known subjects (postulates), needful to the exposition of the Propositions.'

The Preface states that the author undertook the work on

Geometry after having finished 'Majisti' and that he has drawn upon the works of *Hajjaja and Sabit,† but mostly followed Sabit in whose works there are fifteen chapters and 478 propositions, Hajjaja's work containing 468 propositions. It will be noticed that the Rekhâgaṇita contains 478 propositions in all. Siddhântasamrâj is, as Pandit Jagannâtha himself says, a translation of Majisti.

अरबीभाषया ग्रन्थो मिजास्तीनामकः स्थितः।
गणकानां सुबोधाय गीर्वाण्या प्रकटीकृतः॥

The author of the Arabic works seems to be Nasir eddin Mohammed Ben Hussein Al Thussi, a Persian Astronomer, who died A. D. 1276.‡ Jagannâtha thus seems to have translated both the astronomical and the geometrical works of the same Arabic author Nasir.

Cultivation of the Science of Geometry.

It will not, I believe, be out of place to give a brief survey

---

* Hajjaja Bin Usuf Bin Matar was an inhabitant of Kufa (near Bagdad). He translated Euclid in two vols. One of which was named Haruni after his patron Harunal rashid, and the other Mamuni after his patron Mamunal rashid son of Harunal rashid. This is described by the philosopher Hunain bin Ishak. These two vols. are commented upon by Sabit bin Kurrah Herani (inhabitant of Hera). Hajjaja's works are also commented upon by Abu Usman Damishki.

† 'The astronomer Thabet ben Korrah was one of the translators or rather perhaps revised the translation of Honein ben Ishak, who died A. D. 873. There is a manuscript in the Bodlein Library purporting to be the translation of the latter edition by the former.' Penny Cyclopædia Vol. XI.

‡ He was a Persian. He translated Euclid into Arabic. 'The same author (D' Herbelot) gives the names of the Arabic versions, one of which, that of Nasir eddin, the most celebrated of all, was printed at the Medicean press of Rome in 1594'. Penny Cyclopædia Vol. XI. 'Nasir died aged about 70. He also wrote a work on Geography. He went to Tartary and won the friendship of Hulaku, surnamed, Ilkhan, the brother of the reigning prince of Tartary. Hulaka was prevailed upon by Nasir to give up the invasion of Constantinople and to invade Persia. Hulaku overran Persia, fixed his seat at Marajha in Azerbijan where he collected men of science, built an observatory and placed Nasir at the head of both. The instruments there used are described from an Arabic manuscript. The tables made at this observatory are called the Ilchanic Tables from the name of their author's patron. They enjoyed great reputation in the East. The Ilchanic tables, according to Delambre differ from those of Ptolemy only in the correction of some of the mean motions.' Vide the article on 'Majisti', Penny Cyclopædia.

of the rise and development of the science of Geometry among the Greeks. According to Proclus, a commentator on Euclid's 'Elements', the art was brought from Egypt to Greece by Thales. He and Pythagoras founded the earliest schools of geometry in Greece in the 6th century B. C. Pythagoras was the first that gave geometry the form of a deductive science and discovered the 47th proposition of the 1st book and other propositions. Pythagoras was followed by Anaxagoras Ænopides, Hippocrates of Chios and others. Plato was the next to advance the science. "Over his Academy at Athens, he placed the celebrated inscription, 'Let no one ignorant of Geometry enter here', thus recognizing it as the first of the sciences and as the proper introduction to the higher philosophy."* Many of his pupils cultivated the science. One of them, Euxodus generalized the results of his studies at the Academy in a treatise. Aristotle also wrote a work on Geometry and it was from one of his pupils Endemus that Proclus took most of his matter. Aristæus is reputed to be the instructor of Euclid in Geometry.† It is not known where Euclid was born. He flourished in the reign of Ptolemy, the son of Lagus (323-284 B. C.). "He put together the Elements and arranged many things of Endoxus and gave unanswerable demonstrations of many things which had been loosely demonstrated before him."‡ It is said that Ptolemy asked him an easy method of studying geometry, to which he replied that there was no royal road to learning. He belonged to the Platonic sect. He opened a school at Alexandria. Besides the Elements which are commented upon by Campanus, Proclus, Pappus, Pelitarius and others, he is said to have written the following works:—

1 A treatise on Fallacies, preparatory to geometrica reasoning.

2 Four books of Conic sections.

3 On Divisions.

4 On Porisms in three books.

5 Locorum ad Superficiem.

---

* Chambers' Encyclopædia, p. 700.

† Vide Chambers' Encyclopædia, p. 700.

‡ Penny Cyclopædia, Vol. XI.

All these books are lost. The following exist and are mentioned in Gregory's edition:—

6 On Optics and Catoptrics.

7 On Astronomical Appearances.

8 The Division of the Scale and Introduction to Harmony.

9 A Book of Data.*

The science of Geometry was continued to be cultivated by the Greeks even after they were subdued by the Romans. The Romans, however were completely ignorant of the science of mathematics, and only one Roman, Bœthius, who flourished at the end of 5th and the beginning of the 6th century, was acquainted with the science. He translated the first Book of Euclid. "The rise of the Mohammedan power in the 7th c. and the rapid and desolating consequences which followed further hastened the extinction of the Greek sciences. The time now came when those who devoted themselves to science were everywhere branded as magicians and exposed to popular fury. It was in these times that fortunately for civilization an asylum was found for the spirit of inquiry in Arabia. An acquaintance with the science of the Hindus prepared the Arabians for the reception of the writings of the Greek astronomers and mathematicians and the dispersion of the scientific coteries of Alexandria gave to Bagdad many preceptors in the learning of the west. In little more than a century after it took place the Arabians were the most zealous patrons and cultivators of Greek science and from the 9th to the 14th centuries they produced many astronomers, geometricians, &c. and through them the mathematical sciences were again restored to Europe towards the close of the 14th c., being first received in spain and Italy."† The movement was aided by the Renaissance in the 16th century, but so great was the reverence of scholars for the name of Euclid that no improvement was made in it till the times of Kepler and Descrates.

Pandit Jagannâtha and his works.

Very little is known of the author besides the fact that he was

---

* Vide Penny Cyclopædia, Vol. XI.

† Chambers' Encyclopædia, p. 700.

patronized by Jayasimha II., better known as Savai Jayasimha, king of Jeypur, who ruled forty-four years (A. D. 1699–1743). We know this from what the author himself says in the Preface and also at the end of every 'adhyâya'. There is a tradition noticed by Mahâmahopâdhyâya Pandit Sudhâkara Dvivedî in the Gaṇakataraṅgiṇî that to falsify what Persian and Arabic scholars in the court of king Aurangzebe said, that the Sanskrit Pandits could not master Persian or Arabic, king Jayasimha of Jeypur, who was sent by Aurungzebe in 1672 to fight Sivâji, brought Pandit Jagannâtha, who was then only 20 and who was thoroughly proficient in Sanskrit, to his country to teach him Persian and Arabic. He acquired a thorough knowledge of both the languages in a short time. He composed the Rekhâgaṇita and the Sidhântasamrâj. They are both translations of Arabic works as is shown before. The Siddhântasamrâj contains thirteen Adhyâyas, one hundred and forty one Prakaraṇas and one hundred and ninety-six Kshetras. It contains both verse and prose. Jagannâtha seems to have translated the 'Majisti' in verse. He explains it in prose and in the course of his explanations, quotes the views of the Arabic scholars, Mirjâ, Ulukavega and others and of the Emperor Mahomed Shah.*

---

* "पुनः **समरकंदनगरे**ऽक्षांशैः ३९।३७ युते **उलुकवेगेन** वेधेनोपलब्धा क्रांतिः २३।३०।१७."

"अत्र **जमशैदेन** रीतिः प्रदर्शिता सा यथा।"

"अस्य **मिर्जोलुग्वेगो**क्तप्रकारेणांशद्वयस्य पूर्णज्या निष्कास्यते।"

"अथ **मिर्जोलुग्वेग**स्य द्वितीयः प्रकारः॥" and in many other places.

"अथात्र यथाल्परेखाभिरेव सिध्यति तथा यतितमाविदसंज्ञैः॥"

"अत्रोपपत्तिः श्रीमहाराजाधिराजजयसिंहदेवैर्निष्काशितास्ति सा यथा॥"

"इन्द्रप्रस्थे अवन्त्यां तथा काश्यां सवाईजयपुरे च सर्वत्र यन्त्ररचना कृता। पूर्वं प्राचीनमिजस्तिकर्त्रा मतमजूषेन यंत्रैर्ग्रहनक्षत्रवेधं कृत्वा निश्चयः कृतः तदनन्तरं समरकंदनगरे उलकवेगनाम्ना यंत्रैर्ग्रहनक्षत्रवेधं कृत्वा निश्चयः कृतः। ततो वर्षशतत्रयानन्तरं श्रीमहाराजाधिराज **जयसिंह**प्रभुवर्याणामाज्ञया यंत्ररचना जाता। पूर्वं यवनैर्जातुलहलकं नाम गोलापरपर्यायं धातुमयं यंत्रं कृत्वा वेधः कृतः तत्रायं दोषः यद्धातूनामतिभारतया क्रांतिवृत्तं कदंबस्थानाद्भ्रमति तस्य नम्रतया वेधं कृत्वा निश्चयः कृतः त्रिंशत्कलात्मिका अशुद्धता भवति। एवं दृष्ट्वा श्रीमहाराजाधिराज**जयसिंह**देवैर्नवीनया युक्त्या जयप्रकाशयंत्रं कृतम्। अस्य कर्तव्यता यन्त्राध्याये द्रष्टव्या।"

"**फिरंगदेशे** श्रीमहाराजाधिराजैर्**महंमदशरीफ**नामा यवनः प्रेषितः स्थितः तेन **महैल**द्वीपे गत्वाऽक्षांशा ४।१२ निश्चितास्ते दक्षिणाः॥"

"तथा **महंमदमेहदी**नामा यवन अग्रे द्वीपेषु प्रेषितः॥"

Many of the proofs given in the work are those found out by king Jayasiṁha himself. The following are the opening stanzas of the work:—

गजाननं गणाधिपं सुरासुरार्चितं सदा ।
समस्तभक्तकामदं शिवासुतं सुखप्रदम् ॥ १ ॥

वितण्डचण्डयोगिनीसमाजमध्यवर्तिनम् ।
प्रशस्तभूतिभूषितं नमामि विघ्नवारणम् ॥ २ ॥

लक्ष्मीनृसिंहचरणाम्बुरुहं सुरेशै-
र्वन्द्यं समस्तजनसेवितरेणुगन्धम् ।
वाग्देवतां निखिलमोहतमोपहर्त्रीं
वन्दे गुरुं गणितशास्त्रविशारदं च ॥ ३ ॥

श्रीगोविन्दसमाह्वयादिविबुधान् वृन्दाटवीनिर्गतान्
यस्तत्रैव निराकुलं शुचिमनोभावः स्वशक्त्यानयत् ।
म्लेच्छान् मानसमुन्नतान् स्वतरसा निर्जित्य भूमण्डले
जीयात् श्रीजयसिंहदेवनृपतिः श्रीराजराजेश्वरः ॥ ४ ॥

करं जनार्दनं नाम दूरीकृत्य स्वतेजसा ।
भ्राजते दुःसहोऽरीणां यथा ग्रैष्मो दिवाकरः ॥ ५ ॥

राजाधिराजो जयसिंहदेवो
यो मत्स्यदेशाधिपतिश्च सम्राट् ।
श्रीरामपादाम्बुजसक्तचित्तो
यज्वा सदा दानरतः सुशीलः ॥ ६ ॥

गोलादियन्त्रेषु नवीनयुक्ति-
प्रचारदक्षो गणितागमज्ञः ।
सत्यप्रियः सत्यरतः कृपालु-
स्तिग्मप्रतापो जयति क्षमायाम् ॥ ७ ॥

येनेष्टं वाजपेयाद्यैर्महादानानि षोडश ।
दत्तानि द्विजवर्येभ्यो गोग्रामद्विपवाजिनः ॥ ८ ॥

स धर्मपालो गणितप्रवीणान्
ज्योतिर्विदो गोलविचारदक्षान् ।
कारूंस्तथाहूय चकार वेधं
गोलादियन्त्रैर्द्युसदां च भानाम् ॥ ९ ॥

तेन श्रीजयसिंहेन प्रार्थितः शास्त्रसंविदा ।
करोति श्रीजगन्नाथः सम्राट् सिद्धान्तमुत्तमम् ॥ १० ॥*

अथ वेधोपयोगीनि यन्त्राणि प्रोच्यन्ते ।

नाडीयन्त्रं गोलयन्त्रं दिगंशाख्यं तथैव च ।
दक्षिणोदग्भित्तिसंज्ञं वृत्तषष्ठांशकं तथा ॥ ११ ॥
यन्त्रं सम्राडिति ख्यातं यन्त्राणामुत्तमोत्तमम् ।
जयप्रकाशं तद्वच्च सर्वयन्त्रशिरोमणि ॥ १२ ॥

Rekhâgaṇita was the name given to the translation of the Arabic work of Nasir eddin by Jagannâtha himself. Both the Rekhâgaṇita and the Siddhântasamrâj were composed by Pandit Jagannâtha at the direction of king Jayasiṁha who was so much pleased with the Pandit at their composition that he is said to have presented him with grants of many villages.

King Jayasiṁha II. or Savâi Jayasiṁha.

King Jayasiṁha, who was our author's patron, was a flower of the Hindu princes of Hindustan. He had a fervent love for mathematics and astronomy and did more than any other prince to promote the cultivation of astronomical and mathematical studies. As a statesman and legislator he was equally famous. He removed his capital from Ambér to Jayapûra which was founded by him in 1728 and which became the seat of science and art. "Jeipoor is the only city in India built upon a regular plan, with streets bisecting each other at right angles. The merit of the design and execution is assigned to Vidyâdhara, a native of Bengal, one of the most eminent coadjutors. of the prince in all his scientific pursuits, both astronomical and historical."† The king was highly esteemed for his mathe-

* Mahâmahopâdhyâya Sudhâkara Dvivedî has the following verse in place of the 10th verse and also an additional verse as under :—

ग्रन्थं सिद्धान्तसम्राजं सम्राट् रचयति स्फुटम् ।
तुष्टयै श्रीजयसिंहस्य जगन्नाथाह्वयः कृती ॥
अरबीभाषया ग्रन्थो मिजास्तीनामकः स्थितः ।
गणकानां सुबोधाय गीर्वाण्या प्रकटीकृतः ॥

† Vide Col. Tod's 'Râjasthânâ, Vol. II, pp. 356—59.

matical knowledge. He constructed a set of observatories at Delhi, Jayapûra, Oojein, Benares, and Mathurâ and instruments invented by him were used there for astronomical observations. He corrected the Tables of De la Hire which were published in 1702 by his observations at different observatories for seven years. The inaccuracies of these tables were in his opinion due to instruments of inferior diameters. "The Rajput prince might justly boast of his instruments. With that at Delhi he in A. D. 1729 determined the obliquity of the Ecliptic to be 23°, 28′ within 28″ of what it was determined to be the year following, by Godin. His general accuracy was further put to the test in A. D. 1793 by our scientific countryman, Dr. W. Hunter, who compared a series of observations on the latitude of Oojein with that established by the Rajpoot prince. The difference was 24″ and Dr. Hunter does not depend on his own observations within 15″. Jeysing made the latitude 23°, 10′ N.; Dr. Hunter, 23°, 10′, 24″ N. From the results of his varied observations Jeysing drew up a set of tables, which he entitled *Zeij Mahomedshahi*, dedicated to that monarch. By these all astronomical computations are yet made, and almanacks constructed."*

"When we consider that Jeysing carried on his favourite pursuits in the midst of perpetual wars and court intrigues, from whose debasing influence he escaped not untainted, when amidst revolution, the destruction of the empire, and the meteoric rise of the Maharattas he not only steered through the dangers, but elevated Ambér above all the principalities around, we must admit that he was an extraordinary man."† "His name throughout Râjputânâ and also in Mâlva is to this day held in the highest veneration by all classes of the Hindu population. The Marwari Sâvkârs hold it as an article of faith that good fortune will attend their dealings if they take the name of Jayasingh along with that of their gods in their morning orisons."‡

---

* Col. Tod's 'Râjasthâna' Vol. II., pp. 356—59.

† Vide Col. Tod's Râjasthâna Vol. II. pp. 346-369.

‡ Vide 'Journal of the Asiatic Society of Bengal' Vol. IV. pp. 938-48.

The prefatory verses of the Rekhâgaṇita and the Siddhânta-sâmrâj have both historical allusions. The protection which the king is described to have afforded to the learned Brahmans of Vṛindâvana refers to the persecutions of the Brahmans of Mathurâ by Aurangzebe by whose orders many temples were destroyed. The removal of the 'people-grinding impost' (करं जनार्दनं नाम दूरीकृत्य) refers to the repeal of the odious Jaziyâ which was imposed by Aurangzebe and for the repeal of which king Jayasiṁha II. is given by Col. Tod the credit of having written the most fiery letter of remonstrance.*

Nothing now remains but to acknowledge my gratitude to my friend, Prof. S. Râdhâkṛishṇa Aiyar B. A., Principal Mahârâjâ's College, Puḍukoṭâ, who read over the translation of some of the alternative proofs to see whether there was anything mathematically wrong in them and Prof. K. J. Sanjânâ, Prof. Isfahâni, Mahâmahopâdhyâya Sudhâkara Dvivedî and other gentlemen who helped me in various ways.

HAWÂDIÂ CHAKALÂ,
Surat, 10th May 1901.

K. P. TRIVEDÎ.

---

* Mr. Orme attributes the authorship of the letter to Jasvantsiṁha of Mârwar.

श्रीगणेशाय[1] नमः ।

श्रीलक्ष्मीनृसिंहाय नमः ॥

गणाधिपं सुरार्चितं समस्तकामदं नृणाम् ।
प्रशस्तभूतिभूषितं स्मरामि विघ्नवारणम् ॥ १ ॥

लक्ष्मीनृसिंहचरणाम्बुरुहं सुरेशै-
र्वन्द्यं समस्तजनसेवितरेणुगन्धम् ।
वाग्देवतां निखिलमोहतमोपहर्त्रीं
वन्दे गुरुं गणितशास्त्रविशारदं च ॥ २ ॥

श्रीगोविन्दसमाह्वयादिविबुधान् वृन्दाटवीनिर्गतान्
यस्तत्रैव निराकुलं शुचिमनोभावः स्वभक्त्या[2]नयत् ।
म्लेच्छान् मान[3]समुन्नतान् स्वतरसा निर्जित्य भूमण्डले
जीयाच्छ्रीजयसिंहदेवनृपतिः श्रीराजराजेश्वरः ॥ ३ ॥

करं जनार्दनं नाम दूरीकृत्य स्वतेजसा ।
भ्राजते दुःसहोऽरीणां यथा ग्रैष्मो दिवाकरः ॥ ४ ॥

येनेष्टं वाजपेयाद्यैर्महादानानि षोडश ।
दत्तानि द्विजवर्येभ्यो गोग्रामगजवाजिनः ॥ ५ ॥

तस्य श्रीजयसिंहस्य तुष्ट्यै रचयति स्फुटम् ।
द्विजः सम्राड् जगन्नाथो रेखागणितमुत्तमम् ॥ ६ ॥

---

१ A. begins the work as follows:—ओं श्रीगणेशाय नमः । अथो-क्लीदशाख्यं रेखागणितं लिख्यते । तत्रास्मिन् ग्रन्थे &c. K. begins it thus:—श्रीगणेशाय नमः । श्रीसारदायै नमः । श्रीगुरवे नमः । ओं सिद्धिः ।

गजाननं गणाधिपं सुरासुरार्चितं सदा । समस्तभक्तकामदं शिवासुतं सुखप्रदम् ॥
वितण्डचण्डयोगिनीसमाजमध्यवर्त्तिनम् । समस्तभूतिभूषितं नमामि विघ्नवारणम् ॥
लक्ष्मीनृसिंह &c.

२ °शक्त्या. ३ दर्प° K.

अपूर्वं विहितं[1] शास्त्रं यत्र कोणावबोधनात् ।
क्षेत्रेषु जायते सम्यग्व्युत्पत्तिर्गणिते यथा ॥ ७ ॥
शिल्पशास्त्रमिदं[2] प्रोक्तं ब्रह्मणा विश्वकर्मणे ।
पारम्पर्यवशादेतदागतं धरणीतले ॥ ८ ॥
तद्विच्छिन्नं महाराजजयसिंहाज्ञया पुनः ।
प्रकाशितं मया सम्यग् गणकानन्दहेतवे ॥ ९ ॥

---

१ विदितं D. २ This and the next verse are omitted in B.

अथ रेखागणितं प्रारभ्यते[1]।

तत्रास्मिन्[2] ग्रन्थे पञ्चदशाध्याया अष्टसप्तत्युत्तरचतुःशतं क्षेत्राणि[3] सन्ति। तत्र प्रथमाध्यायेऽष्टचत्त्वारिंशत् क्षेत्राणि[3] प्रदर्श्यन्ते ॥

तत्र आदौ परिभाषा।

यः पदार्थो दर्शनयोग्यो विभागानर्हः स **बिन्दुशब्दवाच्यः**[4]।

यः पदार्थो दीर्घो विस्ताररहितो विभागार्हः स **रेखाशब्दवाच्यः**।

यच्च[5] विस्तारदैर्घ्याभ्यां भिद्यते तद् **धरातलक्षेत्रसंज्ञं** भवति।

अथ रेखापि द्विविधा। एका सरला अन्या वक्रा।

अथ सरलरेखालक्षणम्।

यस्यां न्यस्ता बिन्दवोऽवलोकिताः सन्त एकबिन्दुनाच्छादिता इव दृश्यन्ते सा **सरला रेखा** ज्ञेयान्यथा **कुटिला**।

अथ धरातलक्षेत्रमपि द्विविधम्।

एकं जलवत् समं द्वितीयं विषमम्। तद्यथा। बिन्दून्[6] लिखित्वा सूत्रं निःसारयेत् तद्यदि सर्वत्र संलग्नं[7] स्यात्तदा तद् **धरातलं समं** ज्ञेयमन्यथा **विषमम्**।

अथ कोणलक्षणम्।

धरातले[8] रेखाद्वययोगात् सूच्युत्पद्यते[9] सैव **कोणः**।

स च द्विविधः समो विषमश्च। तौ यथा। समानरेखायां लम्बयोगादुत्पन्नौ कोणौ प्रत्येकं **समकोणौ** भवतः रेखे च मिथो **लम्बरूपे** स्तः।

---

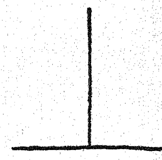
१ अथोक्लीदशाख्यं रेखागणितं लिख्यते। D. २ अथ ग्रन्थे D. ३ शकलानि D. K. ४ बिन्दुर्वाच्यः D. A. K. ५ विस्तारदैर्घ्ययोर्यद्भिद्यते तद्धरातलं तदेव क्षेत्रम्। D. K. ६ K. has यत्र in the beginning and omits तद् before धरातलं. ७ लग्नं भवति D. ८ धरातल A. B. ९ या सूच्युत्पद्यते स कोणः। K. D.

तत्र समकोणान्न्यूनोऽल्पकोणो भवति ।

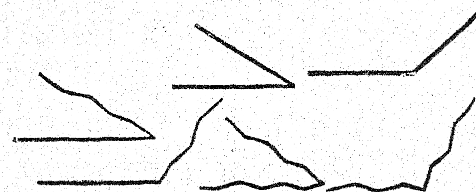
समकोणादधिकोऽधिककोणो भवति ।

समातिरिक्तो **विषमकोणो** भवति ।

इह समकोणः सरलरेखाभ्यामेव भवति ।



विषमकोणः सरलरेखाभ्यां [1]सरलकुटिलरेखाभ्यां कुटिलरेखाभ्यां च भवति ।



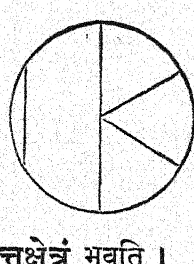
अथ क्षेत्रलक्षणम् ।

[2]तत्र धरातलं रेखया रेखाभ्यां रेखाभिर्वा वृत्तं **क्षेत्रसंज्ञं** [3]भवति ।

तच्च वृत्तकोदण्डत्र्यस्रचतुरस्रादिभेदेन [4]बहुभेदं ज्ञेयम् ।

अथ वृत्तलक्षणम् ।

समधरातले बिन्दुं कृत्वा तस्मात् समानि सूत्राणि सर्वतः कृत्वा चक्राकारा कुटिला रेखा कार्या सा समानान्तरेण बिन्दुतः सूत्राणां [5]स्पर्शं करिष्यति सैव **वृत्तसंज्ञा** भवति ।



तदाक्रान्तं धरातलं **वृत्तक्षेत्रं** भवति ।

---

१ K. omits सरलकुटिलरेखाभ्यां. २ D. omits तत्र. ३ °ज्ञमुच्यते D. ४ बहुविधम् D. ५ तस्मादेव बिन्दुतः सर्वाणि सूत्राणि या स्पृशति कुटिला रेखा तद्वृत्तं ज्ञेयम् । D. तस्मात् समानि सूत्राणि या स्पृशति कुटिला रेखा तद्वृत्तं ज्ञेयम् । K.

बिन्दुश्च[1] **केन्द्रसंज्ञः** ।

केन्द्रोपरिगतं सूत्रमुभयतः पालिसंलग्नं **व्याससंज्ञं** स्यात्[2] ।

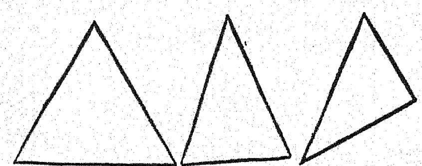
व्याससूत्रं वृत्तक्षेत्रस्य समानं भागद्वयं करोति ।

या रेखा केन्द्रगा स्यात्[3] किं च पालिलग्ना स्यात् तदुभयतः खण्डद्वयं विषमं भवति सा रेखा **चापकर्णसंज्ञा पूर्णज्यासंज्ञा** च भवति ।

अथ सरलरेखाकृतानि[4] क्षेत्राण्युच्यन्ते ।

तत्रादौ[5] त्रिभुजमुच्यते ।

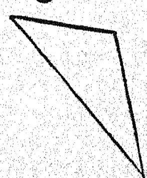
तत्[6] त्रिविधम् । एकं **समत्रिबाहुकम्** । द्वितीयं **समद्विबाहुकम्** । तृतीयं **विषमत्रिबाहुकम्** ।



पुनस्तत्कोणैरपि त्रिभुजं त्रिविधं भवति । तद्यथा ।

यस्मिन्नेकः समकोणोऽन्यौ न्यूनकोणौ तत् **समकोणत्रिभुजं** ज्ञेयम् ।

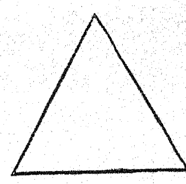
यस्यैकोऽधिककोणोऽन्यौ न्यूनौ स्तस्तद् **अधिककोणत्रिभुजं** ज्ञेयम् ।



---

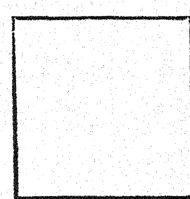
१ मध्यबिन्दुः for बिन्दुश्च K. २ भवति D. K. ३ भवति D. K. ४ वृत्तानि D. ५ A. and B. omit आदौ. ६ तत्रिभुजं B.

यस्य च[१] त्रयोऽपि न्यूनकोणास्तत् **न्यूनकोणत्रिभुजं** स्यात्[२]।

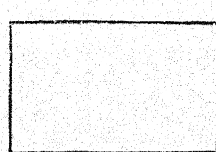


अथ चतुर्भुजम्[३]।

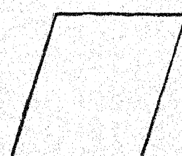
यस्य बाहुचतुष्टयं समानं[४] कोणचतुष्टयमपि समानं तच्चतुरस्रं **समकोणं समचतुर्भुजं** ज्ञेयम्।



यस्य कोणचतुष्टयं समानं[५] सन्मुखबाहुद्वयं च मिथः समानं तद्विषमचतुर्भुजम् **आयतसंज्ञम्**[६]।



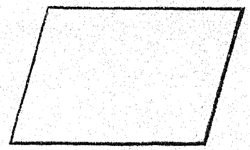
यस्य कोणचतुष्टयं विषमं भुजचतुष्टयं च समं तद् **विषमकोणसमचतुर्भुजं** ज्ञेयम्।



---

१ D. omits च. २ भवेत् D. K. ३ B. adds क्षेत्रम्. ४ D. K. add अथ च after समानं. ५ D. adds अथ च after समानं and omits च. ६ K. has आयतं च ज्ञेयम्. D. has ज्ञेयम् and B. च भवति after this.

यस्य कोणचतुष्टयं विषमं भुजचतुष्टयं च विषमं तद् **विषमकोण-विषमचतुर्भुजं** ज्ञेयम् ।



अथ समानान्तरालरेखालक्षणम् ।

या रेखा प्रथमनिःसारितरेखया कदापि न मिलति सा **समानान्तरा रेखा** भवति ।

या[1] सरला रेखा सैकयैवान्ययुक्ता सती सरला भविष्यति न द्वितीयादिरेखायोगेन दर्शनम् ।

अथ यस्यैक[2]राशेः समाना ये ये राशयस्ते मिथः सर्वेऽपि समानाः ।

ये राशयो मिथः समानास्ते समानराशिप्रमाणयोगवियोगाभ्यां समाना एव ।

यदि च राशयः समाना न भवन्ति ते समानराशियोगवियोगाभ्यामपि समाना न भवन्ति ।

ये[3] राशयः समानयोगवियोगाभ्यां समाना भवन्ति तेऽपि पूर्वं समाना एव सन्ति ।

ये च राशयः समानराशियोगवियोगाभ्यां समाना न भवन्ति तेऽपि पूर्वं समाना न सन्ति ।

ये राशय एकादिगुणितान्यराशिसमाना भवन्ति ते[4] सर्वे समाना एव ।

यः कोऽपि राशिः स्वखण्डादधिक एवास्तीति प्रसिद्धम् ।

चिह्नं रेखा धरातलं वृत्तं क्षेत्राणि च प्रसिद्धानि सन्ति ।

रेखायां धरातले चिह्नं रेखा च कर्त्तुं शक्यत इति सर्वं प्रसिद्धम् ।

एवं चिह्नादपि रेखा कर्त्तुं शक्यते ।

१ D. K. omit the whole portion from this to व्यासार्धमितेन वृत्तं कर्त्तुं शक्यते. २ B. adds रेखायाः ३ B. adds च. ४ तेऽपि A.

अथ चिह्नं चिह्नोपरि रेखायां चान्या समाना रेखा धरातलं स्वसमानधरातले च तिष्ठति ।

रेखाद्वयस्य संपात एकचिह्न एव भवति ।

धरातलद्वयसंपात एकरेखायामेव भवति ।

ये च चिह्ने तयोरुपरि सरलैका रेखा योजयितुं शक्यते ।

या च सरलरेखा सा वर्धयितुं शक्यते ।

चिह्नोपर्यभीष्टरे[1]खाव्यासार्धमितेन वृत्तं कर्तुं शक्यते ।

यावन्तः समकोणास्ते सर्वेऽपि समानाः ।

[2]सरलरेखाद्वयं धरातलं व्याप्तुं न शक्नोति ।

कुटिलरेखाद्वयमथवा कुटिलसरलरेखाद्वयं धरातलमावृणोति ।

यद्रेखाद्वयं समानान्तरं न भवति किन्तु विषमान्तरं भवति तत्र यस्मिन् प्रदेशे बह्वन्तरं भवति तद्दिशि वर्धितयो रेखयोरन्तरमुत्तरोत्तरमधिकमेव भवति यत्र च स्वल्पमन्तरं[3] तद्दिशि वर्धितयो रेखयोरन्तरमुत्तरोत्तरमल्पमेव भवति यावद्रेखाद्वयसंयोगस्तदनन्तरमन्तरं वर्धिष्णु भवति ।

यत्र कोणशब्दस्तत्र सरलरेखाकृत एव कोणो ज्ञेयः ।

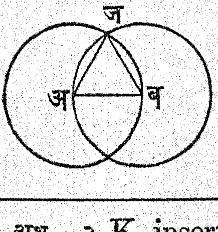
यत्र रेखाशब्दस्तत्र सरलैव रेखा ज्ञेया ।

यत्र च भूमितलश[4]ब्दस्तत्र जलसमीकृतमेव भूतलं ज्ञेयम् ।

इति परिभाषा ॥

अथ प्रथमं क्षेत्रम् ।

[5]तत्र यदा समत्रिभुजं क्षेत्रं कर्तव्यमस्ति ।

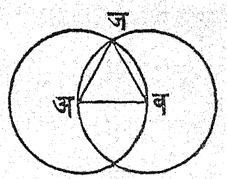


[6]तत्र अबरेखा च ज्ञातास्ति तदुपरि त्रिभुजं क्रियते ।

तद्यथा ।

---

१ A. omits रेखा. २ D. begins it with अथ. ३ K. inserts भवति after अन्तरं. ४ A. and B. omit तत्र. ५ D. omits तत्र. ६ अब निर्दिष्टा रेखा तदुपरि &c. D. and A.



अं केन्द्रं कृत्वा अबव्यासार्धेन वृत्तं कार्यम्। एवं बं केन्द्रं कृत्वा बअव्यासार्धेन [१]द्वितीयं वृत्तं कार्यम्। यत्र वृत्तद्वयसंपातस्तत्र जचिह्नं कार्यम्। [२]तत्र अजरेखा बजरेखा च कार्या।

एवमत्र अबजत्रिभुजं समानत्रिभुजं जातम्।

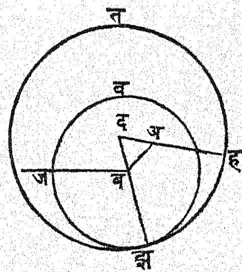
कुतः।

अत्र अबरेखा अजरेखासमानास्ति। यतो बजवृत्तस्य व्यासार्धमस्ति। पुनर्बजरेखा बअरेखासमानास्ति अजवृत्तस्य व्यासार्धत्वात्। पुनर्बजं अजसमानं जातं अबतुल्यत्वात्। तस्माद्भुजरेखात्रयं मिथः समानं जातम्।

अथ द्वितीयं क्षेत्रम्।

[३]तत्रैकाभीष्टा रेखा कृतास्ति तदन्यत्रकृतबिन्दुतस्तत्तुल्या रेखा कर्तव्यास्तीति।

तत्र बिन्दुः अचिह्नं कल्पितं रेखा बजं [४]कल्पितम्।



अचिह्नात् बचिह्नपर्यन्तं रेखा कार्या। [५]अबरेखोपरि समत्रिभुजं अबदं कार्यम्। बकेन्द्रकं बजेन वृत्तं जझवसंज्ञं कार्यम्। दब रेखा दीर्घा वृत्तपालिमिलिता झसंलग्ना [६]च कार्या। पुनर्दझेन दकेन्द्रकं हझतवृत्तं कार्यम्। दअरेखा दीर्घा बृहद्वृत्तपालिहसंलग्ना कार्या।

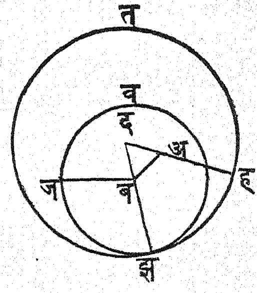
तत्र अहरेखा बजरेखया समाना जाता।

कुतः।

---

१ B. and D. omit द्वितीयं. २ D. has ततः for तत्र. ३ D. K. omit तत्र. ४ D. K. omit कल्पितम्. ५ A. and B. पुनरब. ६ A. B. omit it.

दहरेखादझरेखयोः[१] समानत्वमस्ति । तत्र दअरेखा दबरेखा[२]समानास्ति । तस्मात् अहरेखा बझरेखा च[३] समाना जाता । पुनर्[४]बझरेखा बजरेखा च[५] समानास्ति । तस्मात्[६] अहरेखा बजरेखासमानास्तीति सिद्धम् ॥

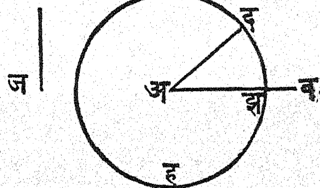


अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

यत्र बृहद्रेखा लघुरेखा च ज्ञातास्ति तत्र लघुरेखातुल्यं खण्डं बृहद्रेखातः भिन्नं कर्त्तव्यमस्तीति[७] चेत् ।

तदा बृहद्रेखा अबसंज्ञा लघुरेखा जसंज्ञा कल्पिता । तत्र अचिह्नात् अदरेखा जसमाना निष्काशनीया[८] पूर्वोक्तप्रकारेण ।

पुनः अकेन्द्रं कृत्वा अदेन दहझवृत्तं कार्यम् । इदं अबरेखातः अदरेखासमानां अझरेखां पृथक् करोति । तस्मात् अझ रेखा जरेखासमाना जाता ॥



अथ चतुर्थं क्षेत्रम्[९] ।

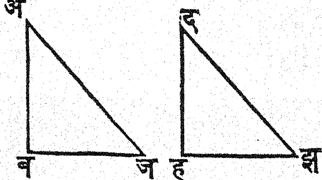
यत्र[१०] त्रिभुजद्वयमस्ति तत्रैकत्रिभुजस्य भुजद्वयं तदन्तर्गतकोणश्च द्वितीयत्रिभुजस्य भुजद्वयेन तदन्तर्गतकोणेन च समानं भवति[११] तदा प्रथमत्रिभुजस्य शेषकोणद्वयं तृतीय-

---

१ ०रेखासमानास्ति D. २ D. K. omit अस्ति. ३ omitted in D. K. ४ omitted in D. K. ५ omitted in D. K. ६ तस्मादपि च A. B. ७ D. K. omit इति चेत्. ८ पूर्वोक्तप्रकारेण पृथक् कार्या. A. B. ९ शकलम्. D. K. १० D. omits यत्र त्रिभुजद्वयमस्ति । ११ D. adds यदि after समानं.

भुजश्च द्वितीयत्रिभुजस्य कोणाभ्यां तृतीयभुजेन च समानं भवति ।

तत्र प्रथमत्रिभुजं अबजं द्वितीयत्रिभुजं दहझं अबं दहसमं अजं दझसमं च कल्पितं अकोणदकोणौ च समौ कल्पितौ । तदा बजं हझसमं भविष्यति बकोणहकोणौ समानौ जकोणझकोणौ च समानौ भविष्यतः क्षेत्रं च क्षेत्रसमानं भविष्यति ।



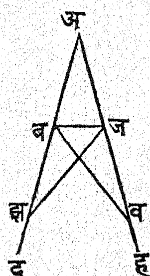
अत्रोपपत्तिः ।

तत्र अबरेखा दहरेखायां न्यस्ता अकोणो दकोणे न्यस्तः अजं दझोपरि च न्यस्तम् । एवं कृते बजं हझोपरि स्थास्यति यतो रेखाद्वयं सरलम् । बजकोणौ हझकोणयोः स्थास्यतस्तदा क्षेत्रं क्षेत्रसमानं भविष्यति[1] ॥

अथ पञ्चमं क्षेत्रम्[2] ।

तत्र यस्य त्रिभुजस्य भुजद्वयं समानं तस्य तृतीयभुजोपरि संलग्नकोणद्वयं समानं भवति । अथ भुजद्वयं स्वमार्गवृद्धं सत् तृतीयभुजाधःसमुत्पन्नकोणद्वयमपि समानं भवति ।

यथा अबजत्रिभुजे अबं अजसमानमस्ति तदा अबजकोणअजबकोणौ समानौ भविष्यतः । पुनः अबरेखां[3] दपर्यन्तं हपर्यन्तं अजरेखा च वर्धिता । ततः समुत्पन्नौ बजहकोणजबदकोणौ बजरेखाधः-स्थितौ समानौ भवतः ।



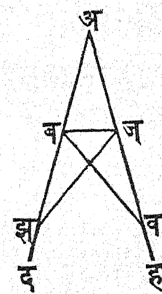
अत्रोपपत्तिः ।

बदरेखायां झचिन्हं कुर्यात् । जहरेखायां बझरेखासमाना जव-

---

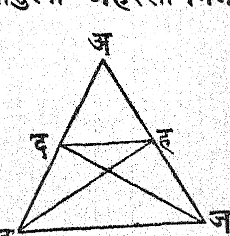
१ A. B. add इति after भविष्यति. २ K. शकलम्. ३ D. inserts धेनीया.

रेखा पृथक् कार्या । **बवरेखा जझरेखा** च कार्या । **अजझत्रिभुजे अबवत्रिभुजे जअभुजः अझभुजः अकोणश्च बअभुजेन अवभुजेन अकोणेन** क्रमेण समानाः । **जझभुजः बवभुजः** एतौ समानौ जातौ । **अजझकोणअबवकोणौ** च समानौ जातौ । **झको-णवकोणावपि** समानौ जातौ । पुनः **जबझत्रिभुजे बजवत्रिभुजे** च **बझभुजः झजभुजः झकोणः** क्रमेण **जवभुजेन वबभुजेन वकोणेन** समानाः । तदा **जबझकोणः बज-वकोणः** इमौ द्वौ समानौ जातौ । पुनः **झजबकोणः वबजकोणः** इमौ समानौ जातौ । एतौ **अजझकोणअबवकोणयोः** शोधितौ । शेषौ **अजबअबजकोणौ** समानौ भवतः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



प्रकारान्तरेण पञ्चमं क्षेत्रम् ।

तत्र **अबरेखायां दचिन्हं** कार्यम् । **अदरेखातुल्या अहरेखा** भिन्ना कार्या । ततो **दहरेखा दजरेखा हबरेखा** च कार्या ।



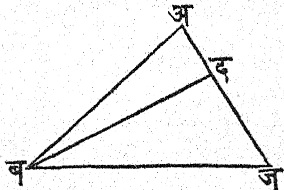
अदजत्रिभुजे दअभुजः अजभुजः अ-कोणश्च अहबत्रिभुजस्थेन हअभुजेन अ-बभुजेन अकोणेन क्रमेण समानः । ततो **बहरेखा दजरेखा** [1]परस्परं समाना जाता । **अबहकोणः अजदको-णश्चैतावपि** समानौ जातौ । एवं **बदहत्रिभुजे दबभुजः बहभुजः दबहकोणश्च दहजत्रिभुजस्य जहभुजेन जदभुजेन हजदकोणेन** समानः । पुनः **बदहकोणजहदकोणौ** परस्परं समानौ स्तः । **बहद-कोणः जदहकोणश्च** [2]परस्परं समानः । पुनः **बदजकोणः बहजकोणश्चै-तावपि** समानौ । एवं **बदजत्रिभुजे बदभुजः दजभुजः बदजकोणश्च बहजत्रिभुजस्य जहभुजेन हबभुजेन जहबकोणेन** च समानः । ततो **अबजकोणअजबकोणौ** समानौ जातौ । तदेवमभीष्टौ कोणौ सिद्धौ ॥

---

१ च मिथः A. B. २ मिथः A. B.

अथ षष्ठं क्षेत्रम् ।

तत्र यस्य त्रिभुजस्य कोणद्वयं समानं तत्कोणसंबन्धि भुजद्वयमपि समानं भवति ।



अत्रोपपत्तिः ।

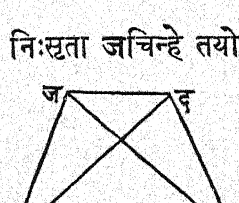
तत्र **अबज**त्रिभुजे **बज**कोणौ समानौ । **अबं** **अज**मपि [1]समानम् । यदि भुजद्वयं समानं न भवति एको भुजोऽधिकः स्यात्तदा अधिकभुजः [2]**अजं** कल्पितः । **बअ**समानं **जदं** भिन्नं कृत्वा **बद**रेखा कार्या । **अजब**त्रिभुजे **अब**भुजो **बज**भुजः **अबज**कोणः **दबज**त्रिभुजस्य **दज**भुजेन **जब**भुजेन **दजब**कोणेन समानः । एवं बृहत्त्रिभुजं लघुत्रिभुजसमानं जातम् । तदिदमनुपपन्नम् । बृहत्क्षेत्रं लघुक्षेत्रेण कथं समानं भविष्यति । तस्मात् **अजं** **अबं** समानम् । तदेवमुपपन्नं कोणद्वयसाम्ये तत्सक्तभुजद्वय[3]साम्यं भवतीति ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखोभयपार्श्वयोर्निः[5]सृतं रेखाद्वयं यत्र मिलितं तच्चिन्हादन्यत्र तद्रेखाद्वयसं[6]पातो न भवति कदापीति ।

अत्रोपपत्तिः ।

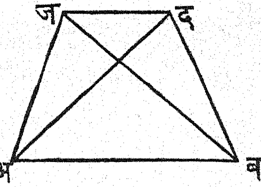
अबरेखाप्रान्ताभ्यां **अज**रेखा **बज**रेखा च निःसृता **ज**चिन्हे तयोर्योगो जातः । अथ यदि तत्समानमन्यद्रेखाद्वयमन्यत्र चिन्हे मिलति इति कल्प्यते तदा **अज**रेखातुल्या **अद**रेखा **बज**रेखातुल्या **बद**रेखा **द**चिन्हे मिलिता स्यात् । पुनर्द-



---

१ समानं भवति A. B. २ अजरेखातुल्यः A. B. ३ साम्यमपि D.
४ D. omits इति at the end. ५ D. K. have रेखाद्वयं निःसृतं.
६ मिलनं न भवति D. K.

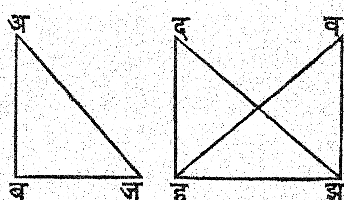
जरेखा निष्कास्या। तदा **अजद**कोणः **अदज**कोणेन समानः स्यात्। कुतः। **अजअद**योः समानत्वात्। अथ[1] च **बजद**कोणः **अजद**कोणादल्पोऽस्ति। तदा **बजद**कोणः **अदज**कोणादल्पो भविष्यति। पुनः **अदज**कोणः **बदज**कोणादल्पोऽस्ति। **बजद**कोणः **बदज**कोणादत्यन्तमल्पः स्यात्। इमौ तौ समानौ स्तः। कुतः। **बदबज**भुजयोः साम्यात्। तस्मादिदमनुपपन्नं यतः समानौ कोणौ विषमौ जातौ। तदेवमुपपन्नं **ज**चिन्हादन्यत्र भुजयोगो न भविष्यतीति॥



अथाष्टमं क्षेत्रम्।

यस्य त्रिभुजस्य भुजत्रयमन्यत्रिभुजस्य भुजैः समानं भवति तदा तस्य कोणत्रयमपि अन्यत्रिभुजकोणैरवश्यं समानं भविष्यति।

तत्रैकं त्रिभुजं **अबजं** द्वितीयं **दहझं** च कल्पितम्। अत्र **अब**भुजः **दह**भुजसमानः **अज**भुजस्तु **दझ**भुजेन समानः **बज**भुजः **हझे**न च समानः कल्पितः।



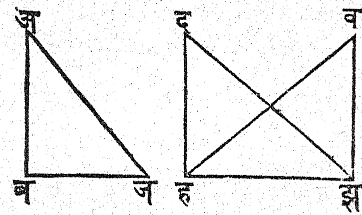
यदा भुजत्रयं समानं जातं तदा **अ**कोणः **द**कोणेन समानः **ब**कोणस्तु **ह**कोणेन समानः **ज**कोणो **झ**कोणेन समानो भविष्यति। कुतः। **बज**भुजं **हझ**भुजे स्थाप्यते क्षेत्रं क्षेत्रे च स्थाप्यते तदा शेषौ **अबअजौ** भुजौ **दहदझ**भुजयोः स्थास्यतः। यदि न स्थास्यतस्तदा भिन्नौ तिष्ठतः। यथा **वहवझौ** कल्पितौ।

तत्रेयमनुपपत्तिः[2]।

---

१ यतो D. २ तत्रेयमुपपत्तिः A. D.

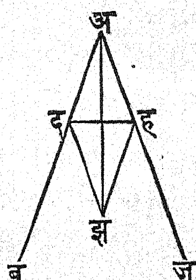
दहदझरेखे हझरेखोभयप्रान्ताभ्यां निःसृते दचिन्हे मिलिते वहवझरेखे पूर्वरेखासमाने प्रान्ताभ्यां निःसृते वचिन्हे मिलिते। इदमनुपपन्नम् । इदं सप्तमक्षेत्रे प्रतिपादितमस्ति। तस्मात्त्रिभुजं त्रिभुजोपरि स्थास्यत्येव। कोणा अपि कोणसमाना भवन्त्येव । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ॥



अथ नवमं क्षेत्रम् ।

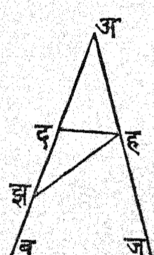
तत्र कोणस्य समानभागद्वयकरणं प्रदर्श्यते ।

तद्यथा बअजकोणः[1] कल्पनीयः। बअभुजे दचिन्हं कृतम्। तत्तुल्यमेव द्वितीयेऽपि भुजे हचिन्हं कार्यम्। दहरेखाकार्या। दहरेखोपरि दझहं समत्रिभुजं कार्यम्। अझरेखा कार्या। इयं रेखा अकोणस्य समं भागद्वयं करोति ।



यतो दअझत्रिभुजे हअझत्रिभुजे दअभुजः हअभुजश्च मिथः समानः। दझभुजहझभुजौ समानौ। अझ उभयोरेक एवास्ति । उभयोस्त्रिभुजयोर्भुजाः समानाः।कोणा अपि समाना भवन्ति। तस्मात् झअदकोणझअहकोणौ समानौ जातौ। तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ॥

यदि झचिन्हं रेखयोरन्तर्गतप्रदेशमध्ये भवति रेखोपरि वा रेखाया बहिर्न भवति[2] तदेयमुपपत्तिरुपपन्ना भविष्यति। अथ झचिन्हं रेखयोरन्तःप्रदेशमध्येऽवश्यं भविष्यति । कुतः। यदि मध्ये न भविष्यति तदा रेखायां बहिर्वा भविष्यति। तदैतादृशं क्षेत्रं स्यात्तद्दर्शनम् । तत्र झदहकोणझहदकोणौ समानौ भविष्यतः। जहदकोणः बदहकोणेन समः। झचिन्हं यदि

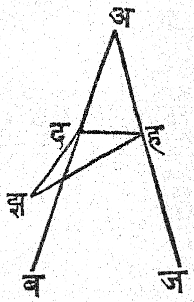


---

१ D. inserts अत्र after कोणः. २ भवेत् D. K.

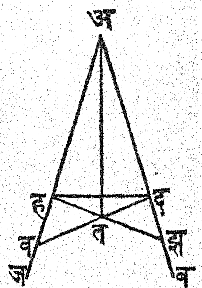
बदभुजे पतति तदा दहजबृहत्कोणः दहझबृहत्कोणखण्डं च इमौ समानौ जातौ। इदमनुपपन्नम्।

यदि झचिन्हं बदभुजाद्बहिर्भविष्यति तदा झदहकोणः बदहकोणान्महान् भविष्यति। दहजकोणादपि भविष्यति। यतो बदहकोणो दहजकोणश्चेमौ समौ स्तः। झदहः महान्कोणः दहझकोणेन समोऽस्ति। [1]पुनः दहझकोणखण्डं दहजकोणान्महज्जातम्। तदिदमनुपपन्नम्। [2]यतः खण्डं कोणादधिकं न भविष्यतीति। तस्मात् झचिन्हं भुजयोर्मध्य एव भविष्यति॥



पुनः प्रकारान्तरेण कोणस्यार्द्धकरणम्।

तत्र दबरेखायां झचिन्हं कार्यम्। दझरेखातुल्यं हवं पृथक्कार्यम्। झहवदरेखे कार्ये। संपातः तसंज्ञः कल्पनीयः। अतरेखा कार्या। इयं अकोणस्य समानं भागद्वयं करोति।



अत्रोपपत्तिः।

[3]तत्र पञ्चमक्षेत्रकथितोपपत्त्या झहदकोणः वदहकोणश्चैतौ समानौ जातौ। दतं हतं समानम्। दअतत्रिभुजं हअतत्रिभुजं समानम्। तस्मात् अकोणस्य भागद्वयं समानं जातम्॥

अथ दशमं क्षेत्रम्।

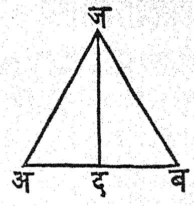
तत्र यद्रेखायाः समानं भागद्वयमपेक्षितं भवति।

तदा तद्रेखोपरि समत्रिभुजं कार्यम्।

---

१ D. omits it. २ यत् खण्डं कोणादधिकं भविष्यतीति K. ३ D. K. omit from तत्र to °पपत्त्या.

यथा **अब**रेखोपरि समं **अबजं** त्रिभुजं कृत-मस्ति। पुनस्तत्र **ज**कोणस्य **जद**रेखया समानं भागद्वयं कृतं तदा **जद**रेखा **अब**रेखाया अपि समानं भागद्वयं करिष्यति।



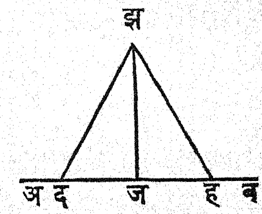
अत्रोपपत्तिः।

अदजत्रिभुजे **अज**भुजः **जद**भुजः **अजद**कोणश्च **दजब**त्रिभुज-स्थेन **बज**भुजेन **जद**भुजेन **बजद**कोणेन च समानः। तस्मात् **अदं बदं** द्वयमपि समानम्। तदेवमुपपन्नं रेखायाः समानं भागद्वयकरणम्[1] ॥

अथैकादशं क्षेत्रम्।

तत्रैकरेखायामभीष्टचिन्हाल्लम्बो निष्कासनीयोऽस्ति[2]।

यथा **अब**रेखायां **ज**चिन्हं दत्वा तस्माल्लम्बो निष्कासनीयोऽस्ति[3]। तद्यथा।



अबरेखायां **द**चिन्हं देयम्। **जद**तुल्यं **जहं** कार्यम्। **दह**रेखायां समत्रिभुजं **दझहं** कार्यम्। पुनः **झज**रेखा कार्या। इयमेव लैं[4]-म्बरूपा जाता।

अत्रोपपत्तिः।

दझजत्रिभुजस्य भुजत्रयं **हझज**स्य भुजैः समानमस्ति। **झजद**-कोण**झजह**कोणौ **ज**चिन्हस्य समानौ। तस्मात् **ज**स्य द्वौ कोणौ स-मकोणौ जातौ। **झज**रेखा लम्बो जातः। तदेवमुपपन्नं चिन्हाल्लम्ब-करणम् ॥

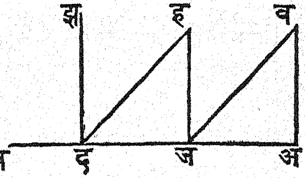
अथ[5] प्रकारान्तरेण[6]।

तत्र **अब**रेखायां **अ**चिन्हाल्लम्बकरणं चिकीर्षितमस्ति। तत्र **अब**-

---

१ °द्वयम् D. २ °श° K. ३ निष्कासितोऽस्ति D. निष्काशितोऽस्ति. K. ४ लम्बः D. K. ५ पुनः D. ६ A. B. add तदानयनं निरूप्यते। K. adds तदानयनं.

रेखायां जचिन्हं कार्यम् । पुनः[1] जअसमानं जदं कार्यम् । जचिन्हात् जहलम्बः[2] कार्यः । दचिन्हात् दझलम्बः[3] कार्यः । अजहकोणस्य जवरेखया खण्डद्वयं समानं कार्यम् । पुनः[4] जदझकोणस्य दहरेखया च



खण्डद्वयं समानं कार्यम् । तदा[5] जहरेखादहरेखयोर्योगे हचिन्हं जातम् । पुनः दहरेखातुल्या जवरेखा[6] पृथक् कार्या । पुनः अवरेखा च कार्या । इयं लम्बरूपा जाता ।

अत्रोपपत्तिः ।

अजवत्रिभुजे अजभुजः जवभुजः अजवकोणश्च जदहत्रिभुजे जदभुजेन दहभुजेन जदहकोणेन समानः । वअजकोणश्च हजदकोणेन समानो जातः । पुनः[7] हजदः समकोणोऽस्ति । वअजकोणोऽपि समकोणः । ततः अवरेखा लम्बो जातः । अयमेवाऽभीष्टः[8] ॥

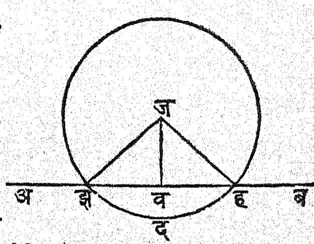
अथ द्वादशं क्षेत्रम्[9] ।

तत्राभीष्टचिन्हात् अभीष्टरेखायां लम्बं[10] निष्कासनं कर्तव्यमस्ति ।

यथा जचिन्हात् अबरेखायां लम्बो निष्कासितो[11]ऽस्ति ।

तद्यथा ।

अबरेखाद्वितीयदिशि दचिन्हं कार्यम् । जं केन्द्रं कृत्वा जदव्यासार्द्धेन हदझं वृत्तं कार्यम् । इदं वृत्तं अबरेखायां हझचिन्हे संपातं करिष्यति ।

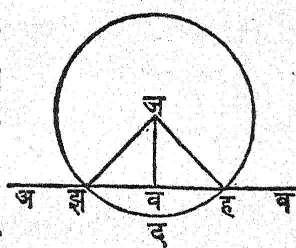


पुनः हझरेखायाः वचिन्हे समानं खण्डद्वयं कार्यम् । पुनः जवरेखा कार्या । अयमेव[12] लम्बः ।

---

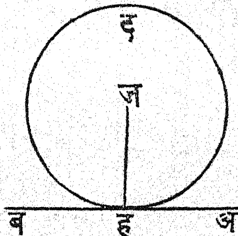
१ D. omits it. २ A. B. add च. ३ A. B. add च. ४ D. omits it. ५ एवं जहरेखा दहरेखयोर्योगः हचिह्ने जातः । A. B. ६ A. B. insert जचिह्नात्. ७ D. omits it. ८ B. has इदमेवाभीष्टम् ॥ ९ शकलम् K. १० लम्बः कर्तव्योऽस्ति A. B. ११ ०शि° K. १२ इयं° K.

अत्रोपपत्तिः ।

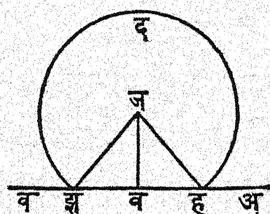


जहरेखा जझरेखा कार्या । जहव-त्रिभुजे जझवत्रिभुजे जहं जझं समानम् । उभयं च[1] वृत्तस्य व्यासार्द्धतुल्यमस्ति । हवं वझं उभयं समानं पूर्वकृतमस्ति । जवं उभयोस्त्रिभुजयोर्भुजोऽस्ति । तस्मात् हजव-स्य त्रयो भुजाः जझवस्य भुजत्रयेण समाना जाताः[2] । हवजकोणो जवझकोणेन समानो जातः[3] । वस्य कोणद्वयं समकोणं जातम् । जवं च लम्बो जातः । इदमेवाभीष्टमस्माकम्[4] ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।



अबरेखायां हचिन्हं कार्यम् । हजरेखा संयोज्या । पुनः जं केन्द्रं कृत्वा जहव्यासा-र्द्धेन वृत्तं कार्यम् । तत् हदसंज्ञं भवति । वृत्तस्याद्यन्तौ हचिन्हे भवतः । तदा जह-रेखा लम्बो जातः । एतस्योपपत्तिं तृतीयाध्याये वक्ष्यामः ॥



हचिन्हे यदि वृत्तस्यान्तो न भवति किं च झचिन्हे भवति तदा हझरेखायां वचिन्हे खण्डद्वयं समानं कार्यम् । जव-रेखा संयोज्या । इयं लम्बः ।

अत्रोपपत्तिः पूर्वोक्तप्रकारेण[5] ॥

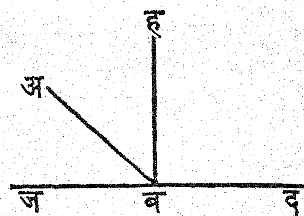
---

१ D omits च. २ omitted in D. ३ omitted in D. ४ इद-मेवास्माकमिष्टम् । ५ K. adds द्वादशक्षेत्रे ज्ञेया ।

अथ त्रयोदशं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखोपरि अन्यरेखायोगः कार्यः तत्र रेखोभयदिशि जातं यत् कोणद्वयं तत् समकोणद्वयं भवति अथवा कोणद्वयोगः समकोणद्वयतुल्यो भवति ।

अथ अबरेखायां जदरेखाया योगः कृतस्तेन अबजकोणः अबदकोणश्च इमौ समुत्पन्नौ ।



अबरेखा यदि लम्बस्तदा द्वौ समकोणौ जातौ । यदा अबरेखा लम्बो न भवति तदा बचिन्हात् बहलम्बः कार्यः । तदा कोणत्रयं भवति अबजं एकः अबहं द्वितीयः हबदं तृतीयः । अथ[1] द्वितीयकोणः प्रथमकोणेन युक्तः कृतश्चेत् तदा हबजः हबदश्चैतौ द्वौ समकोणौ भविष्यतः । अथ[2] द्वितीयकोणे तृतीयकोणश्चेद्योज्यते तदा अबज अबदकोणौ यथास्थितौ भवतः । तस्मादेतत्समकोणद्वययोगः समकोणद्वयतुल्यो जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् ।

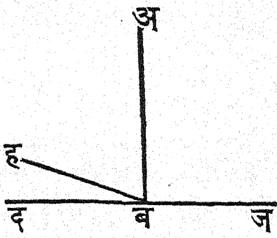
तत्र रेखाद्वयं दिग्द्वयतः समागतं तदन्यरेखाचिन्हे यदि योगं करोति तत्र तद्रेखाद्वययोगात्समकोणद्वयं भवति वा कोणद्वययोगः समकोणद्वयतुल्यो भवति तदा निष्कासित[3]रेखाद्वययोगात् सरलैकरेखा भवति[4] ।

---

१ omitted in D. २ A and B. omit द्वितीयकोणे. ३ ०शि० K. ४ K. and B. add रेखाद्वयमन्यरेखया चिन्हे योगं करोति यथा रेखान्तानामेकत्र योगो भवति तत्रोत्पन्नं कोणद्वयं द्वौ कोणौ समकोणौ अथवा द्वयोर्योगः समकोणद्वयसमानः रेखात्रयाणां मध्ये मिलितं रेखाद्वयमेका सरला रेखा भवति ।

अत्रोपपत्तिः ।

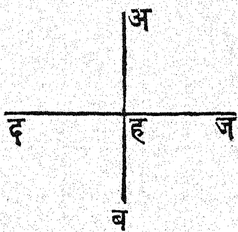
जबबदरेखे **अब**रेखायां **ब**चिन्हे मिलिते जाते । **जबअ**कोणः **दबअ**कोणः एतौ समकोणद्वयसमानौ जातौ[1]। तदा **जबद**रेखा सरला एका रेखा जाता । यदि सरला न भवति तदा[2] **जबह**रेखा सरला रेखा भवति । तत्र[3] **जबअः हबअः** एतौ द्वौ कोणौ द्वयोः समकोणयोः समानौ जातौ[4] । तदा **जबअ**कोणः **दबअ**कोणः एतावपि कोणौ द्वयोः समकोणयोस्तुल्यौ भवतः । पुनस्तयोर्जबअकोणश्चेच्छोध्यते तदा **हबअ** लघुकोणः **दबअ**बृहत्कोणश्चेतौ समानौ स्याताम् । एतदनुपपन्नम् । यतस्तौ प्रत्यक्षं लघुमहान्तौ । तस्मादुपपन्नं **जबद**रेखा सरलास्तीति[5] ॥



अथ पञ्चदशं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाद्वयसंपातादुत्पन्नं कोणचतुष्टयं तेषु परस्परसन्मुखं कोणद्वयं समानं भवति ।

यथा **अब**रेखा**जद**रेखाभ्यां **ह**चिन्हे संपातः कृतः । तत्र **जहब**कोण**अहद**कोणौ परस्परसन्मुखौ समानौ स्तः । कुतः । **बहज**कोण**जहअ**कोणयोर्योगः समकोणद्वयतुल्योऽस्ति । पुनर्जहअकोणअहदकोणयोर्योगोऽपि समकोणद्वयसमानोऽस्ति । **जहअ**कोणश्चोभयोः कोणयोर्मिलितोस्ति स दूरी[6]क्रियते चेत्तदा **बहज**कोण**अहद**कोणावपि शेषौ समानौ स्तः । तदा रेखाद्वयसंपातात् उत्पन्नं कोणचतुष्टयं चतुर्भिः समकोणैः समानं जातम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ।



---

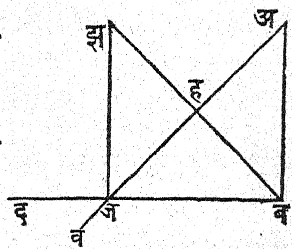
१ omitted in D. २ omitted in D. ३ omitted in D. ४ omitted in D. ५ D omits इति. ६ दूरीकृता तदा D. K.

अथ च यस्मिंश्चिन्हे यावत्यो रेखा मिलितास्तत्रोत्पन्ना ये कोणास्ते चतुर्भिः समकोणैः समाना भवन्ति ॥

अथ षोडशं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजस्यैको भुजः स्वमार्गवृद्धः कार्यः ततस्त्रिभुजाद्बहिरुत्पन्नकोणः त्रिभुजान्तर्गतस्वपार्श्वस्थितान्यकोणाभ्यां प्रत्येकादधिकोऽस्ति ।

यथा अबजत्रिभुजे बजभुजः दपर्यन्तं नीतः । तत्र त्रिभुजाद्बहिरुत्पन्नः अजदकोणः त्रिभुजान्तर्गतअकोणात् बकोणाच्च प्रत्येकादधिकोऽस्ति ।

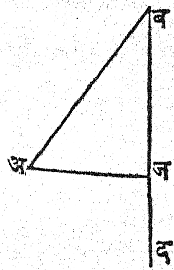


अत्रोपपत्तिः ।

तत्र अजभुजस्य हचिन्हे खण्डद्वयं समानं कार्यम् । बहरेखा च कार्या । बहरेखा वर्द्धिता बहसमाना झपर्यन्तं नेया । जझरेखा च कार्या । तदा अबहत्रिभुजं जातम् । एवं हजझत्रिभुजं जातम् । तत्र बहभुजः हझभुजेन समानः । अहभुजश्च हजभुजेन समानः । बहअकोणः झहजकोणेन समानः । तस्मात् बअहकोणः हजझकोणेन समानो जातः । तदा अजदबहिर्गतकोणः अजझकोणादधिकोऽस्ति । अकोणादप्यधिकः । पुनः अजभुजः वचिन्हपर्यन्तं नेयः । तदा बजवकोणः बकोणादधिकः । बजवकोणश्च अजदकोणश्चैतौ समानौ जातौ । अजदकोणोऽपि बकोणादधिको जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ।

अनेन इदमपि ज्ञातमेकचिन्हादुत्पन्नं रेखाद्वयं तृतीयरेखया यदि योगं करोति तदा तत्रोत्पन्नैकदिक्कोणद्वयं कदापि समानं न भवति । दिगत्र चिन्होत्पन्नरेखातो ग्राह्या ।

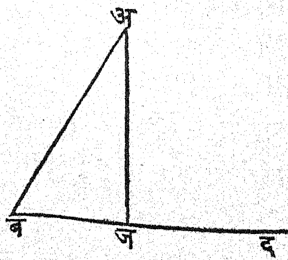
यथा अचिन्हात् अबरेखा अजरेखा च निसृता बदरेखायां बजचिन्हे मिलिता । तदा अबजकोणअजदकोणौ चैकदिश्युत्पन्नौ समानौ न भवतः । यतो रेखात्रययोगेन अबजत्रिभुजं जातम् । अजदकोणः त्रिभुजाद्बहिःस्थः[1] अबजकोणादधिकोऽस्ति । इदं पूर्वक्षेत्रे[2] प्रतिपादितमस्ति । तस्मादुक्तमेवोपपन्नम्[3] ।



अथ सप्तदशं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजस्य कोणद्वययोगः समकोणद्वययोगादल्पो भवति ।

यथा अबजत्रिभुजे बजकोणौ समकोणद्वयान्न्यूनौ स्तः ।



कुतः ।

बजभुजः दपर्यन्तं नेयः[4] । अजदकोणअजबकोणयोर्योगः समकोणद्वयसमानोऽस्ति । अजदकोणस्तु बकोणादधिकः । पुनर्बकोण अजबकोणयोर्योगः समकोणद्वयान्न्यूनोऽस्ति । एवमन्यकोणेष्वपि[5] ज्ञेयम् । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम्[6] ॥

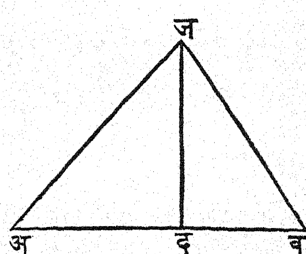
अथाष्टादशं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजे बृहद्भुजसन्मुखः कोणः लघुभुजसन्मुखकोणान्महान् भवति ।

---

१ °द्बहिस्थं क्षेत्रं K. २ पूर्वं च प्रतिपादितमस्ति K. ३ इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥ D. ४ After this A adds षोडशे उक्तम् । ५ अनेन प्रकारेण D. K. ६ omitted in D.

यथा अबजत्रिभुजे अबभुजः अजभुजान्महानस्ति। तस्माज्जकोणः बकोणादधिको भविष्यति।

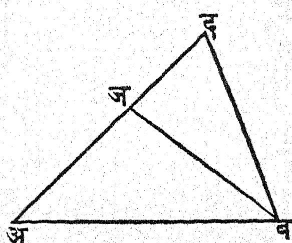


कुतः।

यदि अबभुजे अजतुल्यं अदं पृथक् क्रियते जदरेखा च क्रियते तदा अदजकोणअजदकोणौ समानौ भवतः। अदजकोणस्तु अबजकोणान्महानस्ति। अजदकोणोऽपि महानस्ति। पुनः अजबकोणोऽपि अजदकोणादधिकोऽस्ति। तस्मात् अजबकोणः अबजकोणादतिमहान् जातः। तदेवमुपपन्नम्।

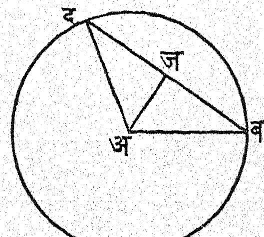
पुनः प्रकारान्तरम्[1]।

अजरेखा दपर्यन्तं नेया। अबतुल्यं अदं च कार्यम्। दबरेखा च कार्या। तत्र अबदकोण अदबकोणौ समानौ स्तः। अबदकोणस्तु अबजकोणान्महानस्ति। अदबकोणोऽपि अबजकोणान्महानस्ति। पुनः अजबकोणः अदबकोणादधिकोऽस्ति। तस्मात् अजबकोणः अबजकोणादतीव महान् जातः। तदेवमुपपन्नं यथोक्तम्[2]॥



पुनः प्रकारान्तरम्[3]।

अं केन्द्रं कृत्वा अबव्यासार्द्धेन बदवृत्तं कार्यम्। बजरेखा वृत्तलग्ना दपर्यन्तं नेया। अदरेखा च कार्या। अबदत्रिभुजे बकोणदकोणौ समानौ स्तः। अजबकोणश्च[4] अदबकोणादधिकः। अबदकोणादप्यधिकोभविष्यति। इदमेवेष्टमस्माकम्॥



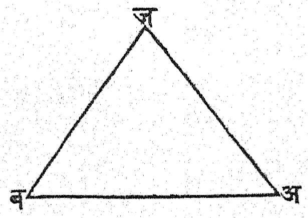
---

१ °रेण D. K. २ D. omits it. ३ °न्तरेण D. ४ अजबकोणो महानस्ति अदबकोणात् अबदकोणादप्यधिकः K. D.

अथैकोनविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजे योऽधिककोणस्तत्सन्मुखभुजोऽपि महान् भवति योऽल्पकोणस्तत्सन्मुखभुजोऽपि लघुर्भवति ।

यथा **अबज**त्रिभुजे **ज**कोणः **ब**कोणान्महानस्ति । तस्मात् **अब**भुजोऽपि **अज**भुजान्महान् भविष्यति । कुतः ।



यदि **अब**भुजः **अज**भुजान्महान् न भवति तदा तत्समो वा तन्न्यूनो वा भविष्यति । यदि समस्तदा **बज**कोणौ समानौ भविष्यतः । **ज**कोणस्तु **ब**कोणादधिकोऽस्ति । पुनः **अब**भुजः **अज**भुजात् यद्यल्पोऽस्ति तदा **ब**कोणः **ज**कोणादधिकः स्यात् । **ज**कोणस्तु **ब**कोणादधिकः कल्पितोऽस्ति । तस्मात् **अब**भुजः **अज**भुजादधिको भविष्यतीत्येतदेवेष्टम् ।

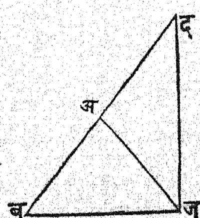
अथ विंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजस्य भुजद्वययोगः तृतीयभुजादधिकोऽस्तीति निरूप्यते ।

यथा **अबज**त्रिभुजे **अबअज**योगः **बजा**दधिकोऽस्ति ।

अत्रोपपत्तिः[1] ।

बअभुजः **द**पर्यन्तं वर्द्धनीयः । **अद**ः **अज**समानः कार्यः । **दज**रेखा च कार्या । तत्र **बजद**कोणः **अजद**कोणादधिकोऽस्ति । **अजद**कोणश्च **अदज**कोणेन तुल्योऽस्ति । **बजद**कोणोऽपि **बदज**कोणादधिकोऽस्ति । तस्मात् **बद**भुजः **बज**भुजादधिको जातः ॥

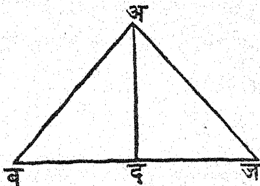


---

[1] D. K. have कुतः for अत्रोपपत्तिः ।

पुनः प्रकारान्तरेण प्रदर्श्यते ।

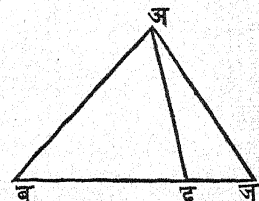
तत्र अकोणस्य **अद**रेखया समानं खण्डद्वयं कार्यम् । तदा **अदज**-



कोणः **दअब**कोणादधिकोऽस्ति । **दअब**-कोणश्च **दअज**कोणेन तुल्योऽस्ति । तस्मात् **अदज**कोणः **जअद**कोणान्महाञ्जातः । तदा **अज**भुजः **जद**भुजान्महान् भविष्यति । पुनः **अदब**कोणः **दअज**कोणादधिकोऽस्ति । **दअज**कोणश्च **दअब**कोणेन तुल्योऽस्ति । तदा **अब**भुजः **बद**भुजान्महाञ्जातः । तस्मा[1]दधिकयोर्द्वयोर्योगस्तृतीयादधिको जातः । इदमेवमस्माकमभीष्टम् ॥

पुन[2]ः प्रकारान्तरम् ।

तत्र **अबअज**योगः **बजा**दधिको यदि न भवति तदा तत्तुल्यो भ-



विष्यति वा न्यूनो भविष्यति । पुनः **बदं बअ**-तुल्यं पृथक् कार्यम् । **अद**रेखा संयोज्या । तदा **जद**रेखातुल्यं शेषं **जअ**तुल्यं भविष्यति अथवाधिकं भविष्यति । यदि तुल्यं भविष्यति तदा **जअद**कोण**बअद**कोणौ **जदअबदअ**कोणयोः समानौ भविष्यतः । पुनः **जदअबदअ**कोणौ द्वयोः समकोणयोः समानौ स्तः । तदा **जअद**कोण**बअद**कोणौ द्वयोः समकोणयोः समानौ भविष्यतः । इ[3]दमनुपपन्नम् । त्रिभुजस्यैककोणो समकोणद्वयतुल्यो न भवति ॥

यदि **जद**रेखा **जअ**रेखायाः अधिका तदा **जअद**कोणः **जदअ**-कोणादधिकः स्यात् । तर्हि **जअब**कोणः **बदअ**कोण**जदअ**कोणयोर्योगादधिकः स्यात् । एतौ द्वौ कोणौ[4] द्वयोः समकोणयोः समानौ । **बअज**कोणः समकोणद्वयादधिको जातः । इद[5]मनुपपन्नम् ।

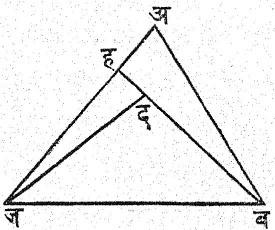
---

१ D. omits this sentence. २ पुनः प्रकारान्तरेण विंशतितमं क्षेत्रम् । तृतीयप्रकारेणाह ॥ D. पुनः प्रकारान्तरेण विंशतितमं क्षेत्रं तृतीयं चाह । K.
३ D. omits from इद° to भवति. K. omits from त्रिभु° to भवति.
४ B. inserts मिलित्वा after कोणौ. ५ इदं बाधितम् ॥ D. K.

अथैकविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र त्रिभुजैकभुजोभयप्रान्तात् निःसृते रेखे त्रिभुजान्तर्मिलिते तद्भुजयोर्योगः त्रिभुजशेषभुजयोगान्न्यूनोऽस्ति अथ चान्तर्गतभुजरेखायोगोत्पन्नकोणः त्रिभुजशेषभुजद्वययोगकोणादधिकोऽस्ति ॥

यथा अबजत्रिभुजे बजभुजोभयप्रान्तान्निःसृते बदजदरेखे दचिन्हे मिलिते स्तः। बदजदयोगो बअजअयोगान्न्यूनोऽस्ति। पुनर्बदजकोणो बअजकोणादधिकोऽस्ति ।



अस्योपपत्तिः ।

तत्र बदरेखा हपर्यन्तं नेया । बअअहभुजयोगो बहादधिकोऽस्ति । पुनर्हजरेखा बअअहरेखायां युक्ता कार्या । हजं बहेऽपि युक्तं कार्यम् । तदा बअअजयोगो बहहजयोगादधिको जातः । पुनरपि दहहजयोगो दजरेखाया अधिकोऽस्ति। पुनर्बदं दहहजे युक्तं कार्यम् । दजेऽपि युक्तं कार्यम् । तर्हि बहहजयोगो बददजयोगादधिको भविष्यति । तस्मात् बअअजयोगो बहहजयोगादधिकोऽस्ति[1] तदा बअअजयोगो बददजयोगादत्यन्तमधिको भविष्यति । पुनर्बदजकोणो दहजकोणादधिकोऽस्ति । दहजकोणोऽपि बअजकोणादधिकः । तस्मात् बदजकोणो बअजकोणादत्यन्तमधिको जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

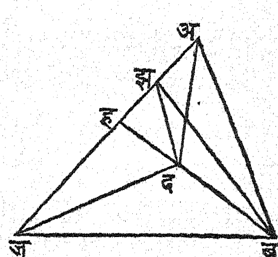
[2]पुनर्द्वितीयप्रकारेणोच्यते ।

तत्र बददजयोगो बअअजयोगाद्यदि न्यूनो न भवति तदा समानोऽथवाधिकः स्यात् । तत्र बददजरेखयोरन्यतरैका रेखा बअअजरेखयोरन्यतरैकरेखाया अल्पास्ति वा न वा । यद्यल्पास्ति तदा जदं जअरेखाया अल्पमस्तीति कल्पनीयम् ।

---

१ भविष्यति A. B. २ पुनरेकविंशतितमं क्षेत्रं. D.

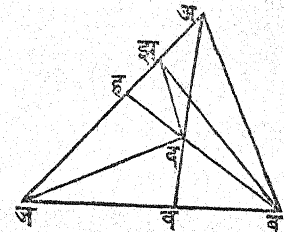
बदबअरेखयोरन्तरतुल्या अझरेखा भिन्ना कार्या । तदा झचिह्नं हचिह्ने न पतिष्यति । यदि पतिष्यति तदा बअअहयोगो बदसमानः स्यात् । बअअहयोगो तदा बहरेखातः न्यूनो भविष्यति इति बाधितम् । यतो भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिकोऽस्ति । पुनर्झचिह्नं हजरेखायामपि न पतिष्यति । यदि पतिष्यति तदा बअअहयोगो बहरेखातः अत्यल्पः स्यात् । इदं बाधितम् । तर्हि झचिह्नं अहरेखायां भविष्यति । पुनर्झदरेखा कार्या । झबरेखा च कार्या । बदरेखा बअअझरेखायोगतुल्या बझादधिकास्ति । तदा बझदकोणः बदझकोणादधिको जातः । बदं बअअझयोगेन तुल्यं स्थितं तर्हि जदं जझेन तुल्यमधिकं वा स्थास्यति । तस्मात् जझदकोणः जदझकोणेन तुल्यो वाधिकः स्यात् । यदि जदं जझेन तुल्यं स्यात् जझदकोणश्च जदझकोणेन तुल्यः स्यात् । यदि जदं जझादधिकं स्यात् तदा जझदकोणो जदझकोणादधिको भविष्यति । तदनन्तरं बझजकोणो बदझकोणजदझकोणयोगान्महान्स्यात् । इदं बाधितम् । यतो बदझकोणजदझकोणयोर्योगः समकोणद्वयादधिकोऽस्ति । ततो बझजकोणोऽपि समकोणद्वययोगादधिको जातः । इदं बाधितम् । त्रिभुजैककोणस्य समकोणद्वययोगादत्यल्पत्वात् ।



पुनः[1] जदभुजः जअभुजादल्पो न भविष्यति बदरेखा बअरेखायाश्च अल्पा न भविष्यति चेत् तदा समाना वा अधिका भविष्यति । तत्र अदरेखा कार्या । यथा पूर्वमुपपत्त्या साधितं तथात्रापि साध्यते । तद्यथा । बअजकोणः बदअजदअकोणयोर्योगेन समानः अथवाऽधिकः स्यात् । पक्षद्वयेऽपि इदमनुपपन्नम्[2] । यतः बदअजदअकोणयोर्योगः

१ यदा A. B. २ इदं बाधितम् । K.

समकोणद्वयादधिकोऽस्ति । **बअज**कोणस्तु त्रिभुजस्यैककोणोऽस्ति । अयं समकोणद्वयादधिको जात इति बाधितम् । त्रिभुजे कोणद्वययोगः समकोणद्वयान्न्यून एव भवतीति नियमोऽस्ति । तस्मात् **बददज**रेखायोगो **बअअज**रेखायोगान्न्यूनोऽस्ति ।



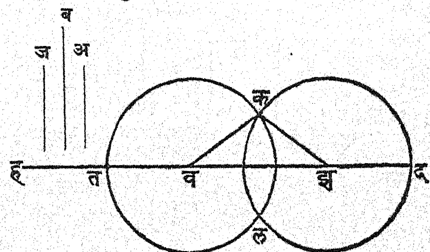
अथ **अद**रेखा **व**पर्यन्तं नेया । तत्र **बदव**कोणः **बअद**कोणादधिकोऽस्ति । **जदव**कोणश्च **जअद**कोणादधिकोऽस्ति । तस्मात् **बदज**कोणः **बअज**कोणादधिकः सिद्धः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ द्वाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकं त्रिभुजं कर्त्तुमपेक्षास्ति[1] तत्र त्रयो भुजास्तथा कल्पनीयाः यथा भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिको भवति ।

ते च त्रयो भुजाः **अबज**संज्ञाः ज्ञेयाः ।

तत्र प्रथमं **दह**रेखा कार्या । **दह**रेखायां **दझ**रेखा **अ**रेखातुल्या पृथक् कार्या । **झव**रेखा च **ब**रेखातुल्या पृथक् कार्या । **वत**रेखा **ज**रेखातुल्या पृथक् कार्या । पुनर्झकेन्द्रं कृत्वा **झद**व्यासार्द्धेन **दकल**वृत्तं कार्यम् । **व**केन्द्रं कृत्वा **वत**व्यासार्द्धेन **तकल**वृत्तं कार्यम् । तदा वृत्तद्वयसंपातः **क**चिन्हे भवति । पुनः **कझ कव**रेखा च कार्या । तत्र **कझव**त्रिभुजमस्माकमभीष्टं जातम् ।



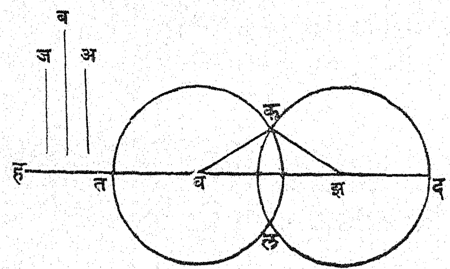
अत्रोपपत्तिः ।

कझभुजः **झद**तुल्योऽस्ति । **झदं अ**तुल्यमस्ति । **कझं अ**तुल्यं

---

[1] कर्त्तव्यमित्यपेक्षास्ति D. K.

जातम् । झवभुजश्च बतुल्योऽस्त्येव । पुनर्वकभुजः वततुल्योऽस्ति । वतं जतुल्यमस्ति तस्मात् वकं जतुल्यं जातम् ।



अथास्माभिर्यदुक्तं तिस्रो रेखास्तादृशा अपेक्षिताः यासु रेखाद्वययोगस्तृतीयरेखाया अधिको भवतीति किमर्थमुक्तमिति चेत्तत्र पूर्वोक्तोपपत्त्या रेखाद्वययोगस्तृतीयरेखाया अधिकोऽस्तीति प्रतिपादितमेव । अत एव वृत्तद्वयसंपातो भवति । कुतः । अरेखाबरेखायोगः जरेखाया यद्यधिको न भवति तदा वतरेखा वदरेखातुल्या भविष्यति अथवाधिका भविष्यति । तस्मात् कतलवृत्तं कदलवृत्तं स्वान्तःपाति करिष्यति। अथ दचिन्हे तदा संलग्नं भविष्यति यदा वतं वदसमानं स्यात्। तदा दचिन्हात् परतो भविष्यति यदा वतं वदादधिकं स्यात् । पुनः संपातो न भवति। यदि बरेखाजरेखायोगः अरेखातोऽधिको न स्यात्तदा कदलवृत्तं कतलवृत्तं स्वान्तर्गतं करिष्यति । कुतः । दझरेखा झतसमाना चेत्तदा दकलवृत्तं तचिन्हे लगिष्यति । यदि दझं झतात् अधिकं स्यात् तदा दकलवृत्तं तचिन्हात् परतो भविष्यति । वृत्तद्वयसंपातस्तदापि न भविष्यति । पुनः अरेखाजरेखायोगः बरेखाया अधिको न भविष्यति तर्हि झवरेखा वतरेखाझदरेखायोगतुल्याधिका वा स्यात् । तदापि संपातो न भविष्यति । एवं तदैकं वृत्तं अन्यद्वृत्तं स्वान्तर्गतं न करिष्यति किं तु वृत्तद्वयं भिन्नं भिन्नं स्थास्यति यद्यधिकस्तदेति[1] ॥

---

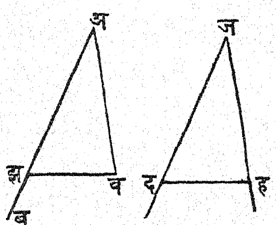
१ K. adds द्वाविंशतितमं क्षेत्रम् after इति.

अथ त्रयोविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र अभीष्टरेखाया अभीष्टचिह्नोपरि कल्पितकोणतुल्यः कोणः कर्तव्योऽस्ति ।

[1]तत्करणप्रकारो यथा ।

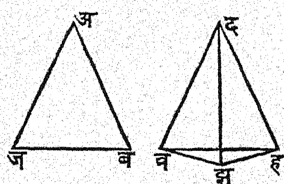
अबरेखोपरि अचिह्ने जकोणतुल्यः कोणः कर्तव्योऽस्ति । तत्र प्रथमं जकोणस्य भुजद्वयोपरि दह-चिह्नद्वयं कार्यम् । दहरेखा कार्या । अबरेखोपरि अवझत्रिभुजं जदहत्रि-भुजतुल्यं कार्यम् । तत्र अवरेखा जहतुल्या अझरेखा जदतुल्या वझरेखा दहतुल्या च [2]कार्या । तत्र अकोणो जकोणतुल्यो जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ।



अथ चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्राभीष्टत्रिभुजस्य भुजद्वयं अन्यत्रिभुजभुजद्वयसमानमस्ति तत्र प्रथमत्रिभुजस्य भुजद्वयसंबन्धिकोणो द्वितीयत्रिभुजभुजद्वयजनितान्तर्गतकोणादधिकश्चेदस्ति तदा प्रथमस्य तृतीयभुजः द्वितीयस्य तृतीयभुजान्नियमेन अधिकः स्यात् ।

यथा एकं अबजत्रिभुजं द्वितीयं दहझत्रिभुजं चास्ति । तत्र अबभुजो दहभुजतुल्योऽस्ति अजभुजश्च दझभुजतुल्यः । तत्र अकोणो दकोणादधिकोऽस्ति । तदा बजभुजो हझ[3]-भुजादधिकः स्यादेवेत्यत्र किं चित्रम् ।

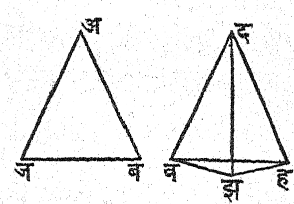


अत्रोपपत्तिः ।

दहरेखाया दचिह्ने हदवकोणो बअजतुल्यः कर्तव्यः । तत्र दव-

१ omitted in D. २ भवति K. ३ अधिको जातः तदा A. B.

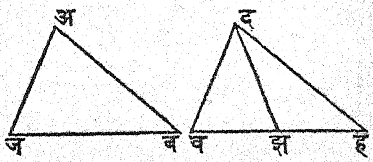
रेखा अजरेखातुल्या कर्त्तव्या । हवरेखा च कार्या । अथ हवरेखा बजरेखातुल्यास्ति । पुनर्वझरेखा कार्या । तदा दवझत्रिभुजे दवभुजो दझभुजश्चेमौ समानौ । दवझकोणो दझवकोण एतौ समानौ स्तः ।



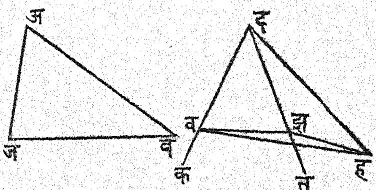
पुनर्हझवकोणो दझवकोणादधिकोऽस्ति । हवझकोणश्च दवझ-कोणादल्पः । एवं हझवकोणो हवझकोणादधिकोऽस्ति । हवभु-जोऽपि हझभुजादधिको जातः । पुनर्हवभुजो बजभुजतुल्योऽस्ति । तस्मात् बजभुजो हझभुजादधिको जात इति सिद्धम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम्[1] । २४

एवं पूर्वोक्तप्रकारेणोपरिस्था हवरेखा न चेत्तदा हवरेखा दझरे-खायां संपातं करिष्यति वा हझरेखायां पतिष्यति वा हझ-रेखाया अधः पतिष्यतीति प्र-कारत्रयेण तस्याः संस्था जाता ।



प्रथमप्रकारस्तु पूर्वं कथितः । द्वितीयप्रकारे तु हझरेखा हवरेखायाः खण्डं भविष्यति । तदा हवरेखा हझरेखायाः अधिका जाता । तृतीयप्रकारे तु तकपर्यन्तं द-झदवरेखे कार्ये । झवरेखा च कार्या । तदा तझवको-णकवझकोणौ तुल्यौ भवि-ष्यतः । एवं हझवकोणः तझवकोणादधिकः । हवझकोणस्तु कवझकोणान्न्यूनः । तदा हवभुजः हझभुजादधिकः स्यात् ॥

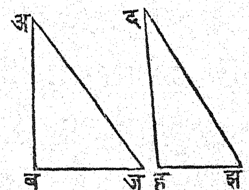


1 ०रेण चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम् । D. K.

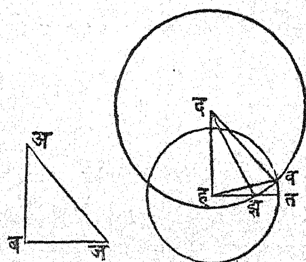
अथ पञ्चविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकस्य त्रिभुजस्य भुजद्वयं द्वितीयत्रिभुजस्य भुजद्वयेन समानं प्रथमस्य तृतीयभुजश्च द्वितीयस्य तृतीयत्रिभुजादधिकस्तदा प्रथमत्रिभुजस्य समानभुजद्वयोत्पन्नकोणो द्वितीयत्रिभुजस्य भुजद्वयान्तर्गतकोणादधिकः स्यात् ।

यथा एकं **अबज**त्रिभुजं द्वितीयं **दहझ**त्रिभुजं तत्र **अब**भुजो **दह**-



भुजेन तुल्यः । **अज**भुजो **दझ**भुजेन तुल्यः। **बज**भुजोऽपि **हझ**भुजादधिकः। तदा **बअज**कोणो **हदझ**कोणादधिकः स्यात् । यदि अधिको न स्यात् तदा तुल्यो भविष्यति वा न्यूनो भविष्यति । यदि तुल्यस्तदा **बज**भुजो **हझ**भुजतुल्यः स्यात् । इदं बाधितम्[1] । अथ च यदि न्यूनस्तदा **बज**भुजो **हझा**न्न्यूनः स्यात् । इदमपि[2] बाधितम् ।



यतो **बज**भुजो **हझ**भुजादधिकोऽस्ति । तस्मा**द्बअज**कोणो **हदझ**कोणादधिको जात इति सिद्धम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम्[3] ।

दं केन्द्रं कृत्वा **दझ**व्यासार्द्धेन **झव**वृत्तं कार्यम् । **हझं त**पर्यन्तं नेयम् । **हतं बज**तुल्यं कार्यम् । पुनः **हं** केन्द्रं कृत्वा **हत**व्यासार्द्धेन **तव**वृत्तं कार्यम् । वृत्तद्वयसंपातो **व**चिन्हे भवति[4] । **दव**रेखा **हव**रेखा च कार्या । तदा **हदव**त्रिभुजस्य त्रयो भुजाः **बअज**त्रिभुजस्य भुजत्रयेण समाना जाताः । **हदव**कोणश्च **हदझ**कोणादधिक इति सिद्धम् ।

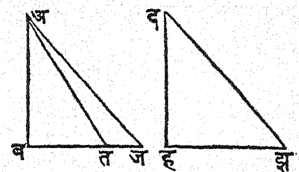
---

१ इदमनुपपन्नम् । A. B. २ इदमप्यनुपपन्नम् । A. B. ३ प्रकारान्तरेण । D. प्रकारान्तरमाह । K. ४ K. omits भवति.

अथ षड्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र एकस्य त्रिभुजस्य कोणद्वयमेको भुजश्चान्यस्य त्रिभुजस्य कोणद्वयेनैकभुजेन च समानश्चेच्छेषौ भुजौ[1] शेषकोणश्च तुल्यावेव भविष्यतः क्षेत्रं क्षेत्रसमानं च भविष्यति ।

यथा अबजत्रिभुजे दहझत्रिभुजे च अकोणो दकोणतुल्यः । बकोणश्च हकोणतुल्यः । अबभुजदहभुजौ च तुल्यौ कल्पितौ । अथवा बजभुजहझभुजौ च तुल्यौ कल्पितौ । अथवा अजभुजदझभुजौ च तुल्यौ कल्पितौ ।

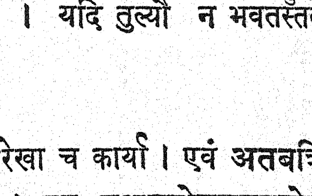


यदि अबभुजदहभुजौ तुल्यौ कल्पितौ तत्र बजभुजहझभुजौ यदा समानौ स्तस्तदास्माकमभीष्टमेव स्यात्[2] । यदि तुल्यौ न भवतस्[3]तदेदमनुपपन्नम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

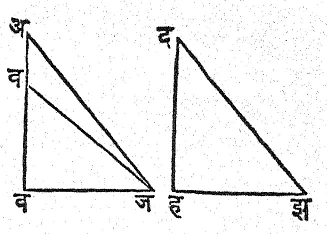
तत्र बतं हझतुल्यं कार्यम् । तअरेखा च कार्या । एवं अतबत्रिभुजं दझहत्रिभुजं च तुल्ये भवतः । पुनः तअबकोणझदहकोणौ तुल्यौ भविष्यतः। पुनर्जअबकोणझदहकोणौ तुल्यौ स्थितावेव[4]। तस्मात् जअबकोणतअबकोणौ तुल्यौ स्याताम् । इदं बाधितम्[5] । कुतः । एककोणस्य द्वितीयकोणखण्डत्वात् ॥

अथ बजहझभुजौ यदि तुल्यौ भवतस्तदा बअभुजहदभुजौ तुल्यौ भवतः वा अतुल्यौ स्तः । तत्र यदि तुल्यौ तदास्माकमभीष्टमेव सिद्धम् । यद्यतुल्यौ तत्रेदं दूषणम् ।



---

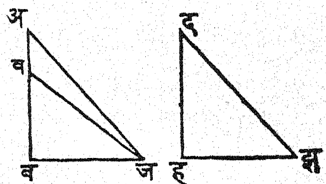
१ °भुजकोणौ A. B. २ सिद्धम् । A. B. ३ °स्तत्रेदं दूषणम् । कुतः D. K. तदेवमुपपन्नम् । B. ४ A. B. omit the portion from पुनः to स्थितावेव. ५ इदमनुपपन्नम्. A. B.



अत्रोपपत्तिः ।

तत्र बवं दहतुल्यं कार्यम् । जवरेखा च कार्या । एवं तत्र जवबत्रिभुजं झदहत्रिभुजं चैते तुल्ये स्याताम् । जवबकोणझदहकोणावपि तुल्यौ स्याताम् । पुनर्जअबकोणस्तु झदहकोणतुल्यः स्थितः । तस्माज्जवबकोणजअवकोणौ तुल्यौ भविष्यतः । इदमनुपपन्नम्[1] ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।



तत्र यदि अबरेखा दहरेखोपरि क्रियते तदा अजभुजो दझभुजोपरि स्थास्यति बजभुजश्च हझभुजोपरि स्थास्यति । यतः अकोणो दकोणतुल्यः कल्पितः बकोणश्च हकोणतुल्यः अबं दहतुल्यं च कल्पितमेवास्ति । एवं तत्र जकोणो झकोणे स्थास्यति । त्रिभुजं च त्रिभुजोपरि स्थास्यति ।

पुनर्यदि बजभुजो झहभुजतुल्यः कल्प्यः बकोणो हकोणोपरि स्थाप्यः अबरेखा हदरेखायां स्थाप्या तदा जचिन्हं झचिह्ने पतिष्यति । तदा दकोणः अकोणोपरि स्थास्यति । यदि न स्थास्यति तदाऽन्यस्मिंश्चिह्ने पतिष्यति । यथा वचिह्ने पतितस्तदा जवबकोणो जअबकोणतुल्यो भविष्यति । इदमनुपपन्नम् । तस्मात् बकोणो हकोणे अकोणो दकोणे च स्थास्यति । तदा द्वौ त्रिभुजौ समानौ जातौ । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

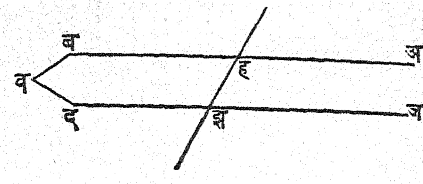
अथ सप्तविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाद्वयोरन्यरेखायां संपातः कृतः तत्रैककोणो द्वितीयदिक्संबन्धिकोणश्चैतौ तुल्यौ यदि भवतः तदा रेखाद्वयं समानान्तरालकं भवति ।

---

१ B. inserts एवं अजदझयोस्तुल्यत्वकल्पनेऽपि सिध्यति after इदमनुपपन्नम्.

यथा अबरेखायां जदरेखायां हझरेखा संपातं करोति। तत्र अहझकोणो दझहकोणेन समानो यदि जातस्तदा अबरेखा जदरेखा च समानान्तरा भवति ।

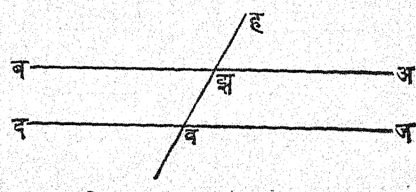


यदि च रेखे समानान्तरे न भवतस्तदा उभे रेखे वर्द्धिते वचिन्हे मिलिष्यतः । तत्र वहझत्रिभुजं भविष्यति । एवं त्रिभुजाद्बहिस्थः अहझकोणस्त्रिभुजान्तर्गतः हझवकोणश्चैतौ तुल्यौ स्याताम् । इदमनुपपन्नम् । तस्माद्रेखाद्वयं समानान्तरकं भवतीति सिद्धम् ॥

अथाष्टाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाद्वयेनान्या तृतीया रेखा संपातं करोति तदा बहिर्गतकोणोऽन्तर्गतद्वितीयरेखासमीपस्थकोणसमो भवति वान्तर्गतैकदिक्कोणद्वययोगः समकोणद्वयसमानो भवति तदा रेखाद्वयं समानान्तरं स्यात् ।

यथा अबरेखया जदरेखया च हझवरेखा संपातं करोति। तत्र हझबकोणो बहिर्गतः झवदकोणोऽन्तर्गतश्च समानौ कल्पितौ। पुनर्बझवकोणझवदकोणौ युक्तौ द्वाभ्यां समकोणाभ्यां समानौ कल्पितौ। तदा अबरेखा जदरेखासमानान्तरा भविष्यति ।



अत्रोपपत्तिः ।

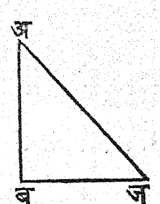
तत्र हझबकोणः अझवकोणसमानोऽस्ति । झवदकोणस्यापि समानः । अझवकोणझवदकोणावपि समानौ । तदा अबरेखा जदरेखासमानान्तरा जाता । पुनरपि बझवकोणअझवकोणयोर्योगः

द्वयोः समकोणयोः समानोऽस्ति । **बझव**कोण**झवद**कोणावपि द्वयोः समकोणयोः समानौ । तस्मात् **अझव**कोण**झवद**कोणौ समानौ जातौ । **अब**रेखा**जद**रेखे **च** समानान्तरे जाते । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथैकोनत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

अस्योपपत्तिरष्टभिः क्षेत्रैर्ज्ञायते तत्प्रथमक्षेत्रं निरूप्यते ।

एकाऽभीष्टरेखा कार्या । तदुपर्यभीष्टं चिह्नं कार्यम् । तस्माद्रेखापर्यन्तमभीष्टा रेखा नेयाः तासु या लम्बरेखा सा सर्वरेखाभ्यो न्यूना भवति ।



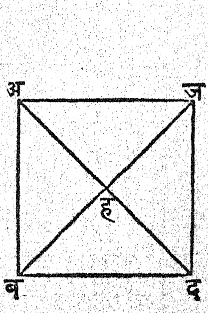
यथा अचिह्नं बजरेखा च कल्पिता । अचिह्नात् **अब**लम्बश्च कृतः । अयं लम्बः सर्वरेखाभ्यो न्यूनोऽस्ति।

अत्रोपपत्तिः ।

अचिह्नात् **अज**रेखा कार्या । तत्र **अबज**त्रिभुजं जातम् । **अबज**कोणश्च समकोणो जातः । **अजब**कोणो न्यूनकोणोऽस्ति । **अब**भुजश्च **अज**भुजान्न्यूनोऽस्ति । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ द्वितीयक्षेत्रम् ।

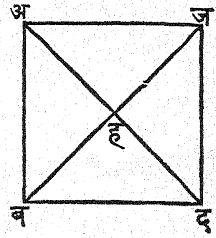
तत्रैकस्यां रेखायां यदि लम्बद्वयं समानं भवति तदा तयोर्मस्तकलग्नाऽन्या रेखा कार्या । एवमत्र लम्बरेखासंपातजनितौ कोणौ परस्परं समानौ भवतः ।



यथा समानौ **अब**लम्ब**जद**लम्बौ **बद**रेखायां पतितौ । तन्मस्तकलग्ना **अज**रेखा कृता । तत्र कोणद्वयं समुत्पन्नम् । तत्र **बअज**कोण**दजअ**कोणौ समानौ भविष्यतः ।

अत्रोपपत्तिः ।

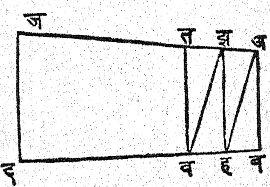
अदरेखा **बज**रेखा च कार्या । अनयोर्हचिह्ने संपातो जातः । एवं



अबदत्रिभुजे **अब**भुजः **बद**भुजः **अबद**कोणश्च द्वितीयत्रिभुजस्य **जदब**स्य **जद**भुज**दब**भुज**जदब**कोणैः समानः । **अद**भुज**बज**भुजौ च समानौ । **अदब**कोण**जबद**कोणावपि समानौ जातौ । एवं **हबद**त्रिभुजे **हदब**कोण**हबद**कोणौ समानौ । तर्हि **बह**भुज**दह**भुजौ च समानौ जातौ । पुनः **अह**भुज**जह**भुजौ च समानौ जातौ । तस्माद् **अहज**त्रिभुजे **अह**भुजः **हज**भुजश्च समानौ जातौ । पुनः **हअज**कोण**हजअ**कोणश्चैतावपि समानौ जातौ । **दअब**कोण**बजद**कोणौ पूर्वं समानौ स्थितौ । तस्मात् **बअज**कोण**दजअ**कोणौ समानौ जाताविति सिद्धम् । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखायां लम्बद्वयं समानं भवति तदा तयोर्मस्तकलग्नान्या रेखा कार्या एवं तयोर्लम्बरेखान्यरेखा[1]संपातजनितौ कोणौ समकोणौ भविष्यतः ।



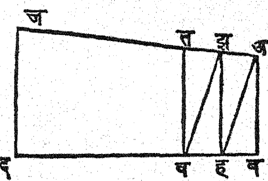
यथा **दब**रेखायां **अब**रेखा **जद**रेखा च लम्बौ जातौ । **अज**रेखा च कृता । तत्र **बअज**कोण**दजअ**कोणौ समानावुत्पन्नौ समकोणौ च जातौ ।

कुतः ।

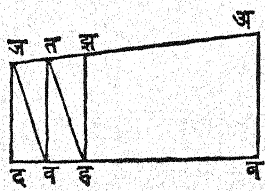
यदि द्वौ समकोणौ न भवतः तदो[2]भावधिककोणौ अथवा न्यूनकोणौ भविष्यतः । तत्र यद्यधिककोणौ तदा **अ**चिह्नात् **अह**लम्बः

1 D. and A. omit अन्यरेखा. 2 तदा न्यूनाधिकौ भविष्यतः । D.

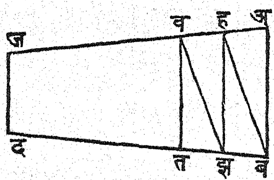
अजरेखायां नेयः । अयं लम्बः अबजदरेखयोरन्तराले पतिष्यति । तदा अहदकोणः अबहत्रिभुजस्य बहिर्गतः स्यात् । अयं अबहकोणादधिको जातः । अबहकोणश्च समकोणोऽस्ति । तस्मात् अहदकोणः अधिककोणो जातः । पुनर्हचिह्नात् हझलम्बो हदरेखायां नेयः । अयं लम्बः अहजदरेखयोरन्तराले पतिष्यति । तत्र हझजकोणोऽप्यधिककोणो भविष्यति । पुनर्झचिह्नात् झवलम्बः झजरेखोपरि कार्यः वचिह्नात् वतलम्बश्च वदरेखायां कार्यः । अनेनैव प्रकारेणान्ये लम्बा अपि कार्याः । अझतचिह्नेभ्यो बदरेखायां निःसृता एते लम्बाः अबझहतवसंज्ञका ज्ञेयाः । एते पूर्वस्मादुत्तरोत्तरमधिका भवन्ति । सर्वेभ्यो न्यूनः अबलम्बः । कुतः । यतो अबहत्रिभुजे बकोणः समकोणोऽस्ति । हकोणश्च न्यूनकोणोऽस्ति । अबभुजश्च अहभुजान्न्यूनः । एवं अहझत्रिभुजे अः समकोणोऽस्ति । झः न्यूनकोणश्चास्ति । अहभुजो हझभुजान्न्यूनो जातः । एवं हझभुजो झवभुजान्न्यूनो जातः । झवभुजोऽपि वतभुजान्न्यूनः । अबभुजः अहभुजान्न्यूनोऽस्ति । अहभुजो हझान्न्यूनः । पुनर्हझभुजो झवभुजान्न्यूनः । इत्थं रेखा उत्तरोत्तरमधिका भवन्ति । अजरेखाया बदरेखायाः सकाशादन्तरं जदिश्यधिकं भवति अदिश्यन्तरं न्यूनं भवति ।

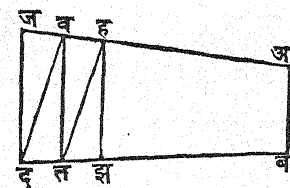


अथ च दजअकोणोऽप्यधिककोणोऽस्ति । एवं अजरेखायाः बदरेखायाः सकाशादन्तरं अदिश्यधिकं भवति । प्रथमं साधितं अदिश्यन्तरं स्वल्पमस्तीत्यनुपपन्नम् । विलक्षणत्वात् ॥



यदि च अजकोणौ न्यूनकोणौ भवतः तदापि पूर्वोक्तप्रकारेण लम्बाः



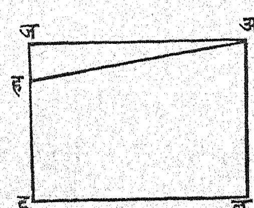


कार्याः। अजरेखायां बचिह्नाल्लम्बस्यारम्भः कार्यः। एते लम्बा अबजदरेखान्तर्गता भवन्ति। ते च अबहझवतसंज्ञा उत्तरोत्तरं न्यूना एव भवन्ति। अजरेखा जदिशि बदरेखायाः निकटे भवति अदिशि दूरस्थिता च भवति। पुनर्दचिह्नाल्लम्बाः कार्याः। एवं पूर्वप्रकारेण अजरेखा अदिशि बदरेखाया निकटे भवति जदिशि दूरस्थिता च भवति। एवमेकरेखा एकस्यां दिशि दूरस्थिता भवति तस्यामेव च निकटस्थिता भवतीत्यनुपपन्नम्। विलक्षणत्वात्। तस्मादुभौ अजकोणौ समकोणौ भवत इति सिद्धम्। इदमेवास्माकमभीष्टम्॥

अथ चतुर्थक्षेत्रम्।

तत्र समकोणस्य चतुर्भुजस्य परस्परसन्मुखं भुजद्वयं समानं भवति।

यथा अबजदसमकोणचतुर्भुजे अबभुजजदभुजौ तुल्यौ स्तः।



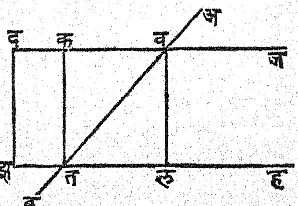
यदि च समौ न स्तस्तदा एको भुजोऽधिकः स्यात्। स जदभुजः कल्पितः। अथ दजरेखायां अबतुल्यं दहं पृथक्कार्यम्। अहरेखा च कार्या। एवं तत्र बअहकोणदहअकोणौ समकोणौ भवतः। यतो अबहदौ लम्बौ समानौ स्तः। बअजकोणदजअकोणौ समकोणौ कल्पितौ। तस्मात् बअजकोणो बअहकोणश्चैतौ समानौ जातौ। बअहकोणश्च बअजकोणस्य खण्डमस्ति। इदमनुपपन्नम्।

एवमेव अजदकोणः अजहत्रिभुजान्तर्गतः अहदकोणश्च त्रिभुजाद्बहिर्गतः एतावपि समानौ स्याताम् । इदमप्यनुपपन्नम् । तस्मात् अबजदभुजावेव समानावित्युपपन्नम् । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ पञ्चमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखायां लम्बद्वयं कार्यमन्या रेखा लम्बद्वये यथा संपातं करोति तथा कार्या तत्रोत्पन्नं प्रतिलम्बं कोणचतुष्टयं तत्र लम्बस्यैकदिश्युत्पन्नः कोणः द्वितीयलम्बस्यान्यदिश्युत्पन्नेन कोणेन समः स्यादेवमेकलम्बस्य बहिर्गतकोणो द्वितीयलम्बस्यान्तर्गतकोणेन च समः पुनरेकलम्बस्यान्तर्गतकोणो द्वितीयलम्बस्यान्तर्गतकोणश्चानयोर्योगः समकोणद्वयेन समानः ।

यथा झदरेखायां हझजदलम्बौ पतितौ । तत्र अबरेखया संपातः कृतः । पुनर्वतचिह्नयोर्दवतकोणहतवकोणौ समानौ स्तः । अवजकोणो बहिःस्थः अतहकोणोऽन्तर्गतश्चैतौ समानौ स्तः । हतवकोणजवतकोणयोर्योगः समकोणद्वयेन समानोऽस्ति ।



अत्रोपपत्तिः ।

तत्र तझरेखावदरेखे यदि समे तदा तयोः कोणचतुष्टयं समकोणमेव स्यात् । तदास्माकमभीष्टसिद्धिरेव ।

यदि तझरेखा वदरेखा समाना न भवति किं तु वदमधिकं स्यात् तदा दवरेखायां झततुल्या दकरेखा पृथक्कार्या । कतरेखा च कार्या । कवतुल्या तलरेखा पृथक्कार्या । वलरेखा कार्या । एवं तत्र वलतकसमकोणं चतुर्भुजं जातम् । वलतत्रिभुजे वलभुजो लतभुजो लकोणश्च वकतत्रिभुजस्थेन तकभुजेन कवभुजेन ककोणेन च समानः । पुनः कवतकोणः वतलकोणश्चैतौ समानौ जातौ । एवं तवककोणः

अवजकोणेन समः । **अवजकोणवतह**कोणौ समानौ । पुनः **जवत**-कोणअ**वज**कोणयोर्योगो द्वयोः समकोणयोः समानः । पुनः **जवत**-कोणो **वतह**कोणश्च एतावपि द्वयोः समकोणयोः समानौ जातौ । इद-मेवास्माकमभीष्टम् ।

तदेवं सिद्धं या रेखा लम्बद्वयोर्मध्ये एकस्मिँल्लम्बे लम्बरूपा भवति सा द्वितीये लम्बेऽपि लम्बरूपा भवत्येव ॥

अथ षष्ठं क्षेत्रम् ॥

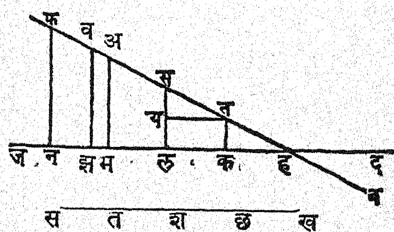
यत्र रेखाद्वयसंपातेन समुत्पन्नकोणचतुष्टयं तद्यदि सम-कोणं न भवति तदैकरेखोपरिस्थापितलम्बो न्यूनकोणदिशि द्वितीयरेखया संपातं करिष्यति ।

यथा **अब**रेखा**जद**रेखासंपातो **ह**चिह्ने जातः । **अहज**कोणश्च न्यूनकोणो जातः । **जहब**कोणोऽधिककोणो जातः । तत्र **जद**रेखायां **झव**लम्बो निष्काश्यः । अयं लम्बः **अ**दिशि **अब**रेखायां संपातं करिष्यति ।

अत्रोपपत्तिः ।

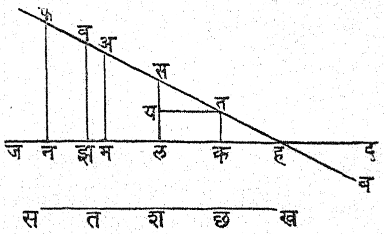
अहरेखायां **त**चिह्नं कार्यम् । **तक**लम्बो **जद**े कार्यः । अयं लम्बो **झह**चिह्नयोर्मध्ये पतिष्यति वा **झ**चिह्ने पतिष्यति वा **झ**चिह्नाद्बहिः पतिष्यतीति विचार्यम् ।

यदि **झह**मध्ये पतति तदाऽन्या रेखा कार्या । तस्या **हक**तुल्या विभागाः कार्याः । तत्र यावन्तो विभागा **हझे** भवन्ति तेभ्योऽधिका विभागाः कार्याः । ते च **सततशशछछख**संज्ञका भवन्ति । **अह**रेखायां



हततुल्यं **तसं सअं अफं** समानं कार्यम् । पुनः **सअफ**चिह्नेभ्यः

सललम्बअमलम्बफनलम्बा जदरेखायां कार्याः । तच्चिह्नात् तयलम्बः सललम्बोपरि कार्यः । एवं हतकत्रिभुजे हतककोणः तसयकोणश्चैतौ कोणौ समानौ । पुनः हकत-कोणतयसकोणौ समानौ । हतभुजः तसभुजेन समानः । यतलकावेतौ भुजौ समानौ । लकः हकश्चैतावपि समानौ



जातौ । एवं लमः मनश्चैतौ समानौ जातौ । एवं हनस्य यावन्तो विभागाः परस्परं समाना भवन्ति खसविभागतुल्याश्चैव भवन्ति । पुनः हनरेखाखसरेखे च समाने । खसमधिकं हझात् । हंनमधिकं[1] हझात् । पुनः फनलम्बो झहचिह्नाद्बहिर्जातः । वझलम्बः फनह-त्रिभुजान्तर्जातः । पुनः वझलम्बो वर्द्धितः फहभुजे संपातं करोति । पुनः अबरेखायाः संपातं करिष्यति । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

पुनः तकलम्बो झचिह्ने यदा भविष्यति तदा वझतकावेकत्र भवि-ष्यतः । तदा संपातोऽपि भविष्यत्येव । यदि तकलम्बो झहचिह्नाद्ब-हिर्भविष्यति तदा वझलम्बः तकहत्रिभुजान्तर्भविष्यति नियमेन च संपातं करिष्यतीति । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र द्वयो रेखयोस्तृतीया रेखा संपातं यदि करोति तदा-न्तर्गतौ द्वौ कोणावेकादिक्कौ द्वयोस्समकोणयोर्यदा न्यूनौ भवतस्तदा रेखाद्वयं तस्यामेव दिशि संपातं करिष्यति ।

यथा अबरेखायां जदरेखायां हझरेखया संपातः कृतोऽस्ति । तत्र अहझकोणोऽन्तर्गत एकदिक्कैको जझहकोणोऽन्तर्गत तद्दिक्क एव द्वितीयश्चैतौ द्वौ कोणौ द्वयोः समकोणयोर्न्यूनौ स्तः । अतः अबरेखा जदरेखाया अजदिशि संपातं करिष्यति ।

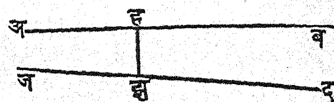
---

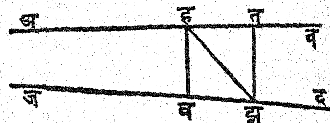
१ A. B. K. omit हनमधिकं हझात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

कथितकोणयोर्मध्ये एकः कोणः समकोणोऽस्ति वाऽधिककोणोऽस्ति वा न्यूनकोणोऽस्ति । यद्येकः समकोणस्तदा द्वितीयो न्यूनकोणः स्यात् ।

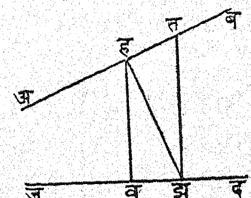
तत्र रेखाद्वयं कोणदिश्यवश्यं मिलिष्यति । यद्येककोणोऽधिककोणस्स च अहझकोणः कल्पितः । पुनः हचिन्हात् अबोपरि हवलम्बोदयः झचिह्नाच्च अबोपरि झतलम्बोदयः कार्यः । एवं तझलम्बहवलम्बयोर्हझरेखया संपातः कृतः ।





तदा वहझकोणतझहकोणौ समानौ भवतः । अहझकोणहझजकोणौ समकोणद्वयाभ्यां न्यूनौ स्तः । पुनः अहवकोणः समकोणोऽस्ति । तेन वहझकोणहझवकोणौ मिलितौ चैकस्मात्समकोणान्न्यूनौ भविष्यतः । तदा हझतकोणो हझवकोणश्चैकस्मात्समकोणान्न्यूनो जातः । पुनः अतझकोणः समकोणोऽस्ति तदा अबरेखाजदरेखे अजदिशि मिलिष्यतः ।

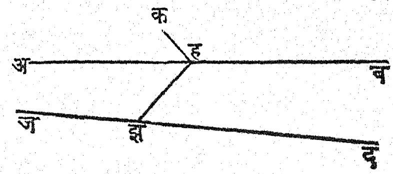
पुनर्यदि द्वौ कोणौ न्यूनौ भवतस्तदा हचिह्नात् जदरेखोपरि हवलम्बोदयः झचिह्नात् जदरेखोपरि झतलम्बः कार्यः । तत्र जझहकोणो झहवकोणश्चैतयोर्योगः जझतकोणसमोऽस्ति । यतो जझतकोणः समकोणोऽस्ति । पुनः जझहकोणझहवकोणयोर्योगः एकः समकोणः ।



एतौ कोणौ अहझकोणजझहकोणयोः शोधितौ । शेषं अहवकोणो न्यूनकोणो जातः । जवहकोणः समकोणश्चावशिष्टोऽस्ति । तेन अबरेखाजदरेखायोगः अजदिशि भविष्यति ।

प्रकारान्तरम् ।

यदि द्वौ कोणौ अहझजझहसंज्ञौ न्यूनौ तदा हचिह्नात् हझरेखोपरि हकलम्बोदयः । तदा कहझकोणः समकोणः स्यात् हझजकोणश्च न्यूनकोणः स्यात् । तदा हकरेखा झजरेखयोर्योगो जदिशि भविष्यति । पुनः हअरेखा झजरेखयोर्योगोऽपि जदिशि भविष्यति ॥



अथ सप्तमक्षेत्रस्य प्रकारान्तरमष्टभिः क्षेत्रैरुच्यते ।

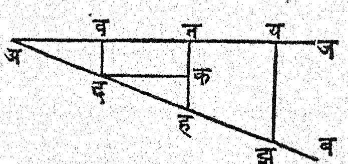
तत्र पञ्चक्षेत्राणि पूर्वोक्तान्येव ज्ञेयानि । षष्ठमुच्यते ।

तत्र न्यूनकोणसंबन्धैकभुजस्य समाना अभीष्टा विभागाः कार्याः । तत्र चिह्नानि कार्याणि । चिह्नेभ्यस्तत्कोणसंबन्धिद्वितीयभुजे लम्बाः कार्याः । एते लम्बा द्वितीयभुजस्यापि समाना विभागाः करिष्यन्ति ।

यथा बअजकोणो न्यूनकोणोऽस्ति । तस्य अबभुजस्य अददहहझविभागाः समानाः कृताः । पुनः दहझचिह्नेभ्यो अजभुजोपरि दवहतझयलम्बा निष्कासिताः । एतैर्लम्बैः अजभुजस्य अववततयसंज्ञा विभागाः समानाः कृताः ।

अत्रोपपत्तिः ।

तत्र हदरेखायाः दचिह्नोपरि हदककोणः अकोणसमानः कृतः । दकरेखया च हतरेखायाः कचिह्ने संपातः कृतः । पुनः अवदत्रिभुजे दकहत्रिभुजे अकोणो हदककोणेन समः । अदवकोणश्च दहककोणेन समः । अदभुजश्च दहभुजेन समः । तस्मात् अवभुजो दकभुजेन समानो भविष्यति । अथ अवदकोणः समकोणो यद्यस्ति दकहकोणेन तुल्योऽप्यस्ति तदा दकहकोणोऽपि समकोणो जातः । तेन दक-

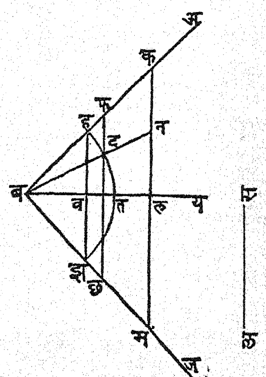


तवसमकोणचतुर्भुजं जातम् । **दक**भुजो **वत**भुजेन तुल्यो जातः । **अव**भुजोऽपि **वत**भुजेन तुल्यो जातः । एवं **तय**भुजः **अव**भुजेन तुल्यो भविष्यति । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

तत्रैककोणस्य भुजद्वयान्तश्चिह्नं यदा भवति तदा तच्चिह्नस्पृष्टा रेखा भुजद्वयसमानसंलग्ना[1] कर्त्तुं शक्यते ।

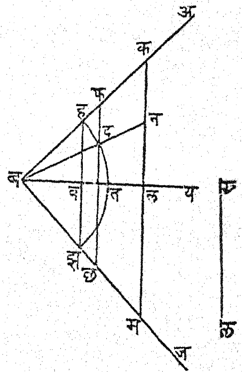
यथा **द**चिह्नं **अबज**कोणस्य **अबबज**भुजयोर्मध्येऽस्ति । तत्र **ब**केन्द्रं कृत्वा **बद**तुल्येनार्द्धव्यासेन **हदझ**चापं कार्यम् । **हझ**रेखा च कार्या । पुनः **हबझ**कोणस्य **बव**रेखया विभागद्वयं कार्यम् । द्वौ विभागौ न्यूनकोणौ भवतः । **हबव**त्रिभुजे **झबव**त्रिभुजे च **हब**भुजो **बव**भुजो **हबव**कोणो **झब**भुजेन **बव**भुजेन **झबव**कोणेन च समानः । पुनः **बवह**कोणो **बवझ**कोणश्चैतौ समानौ जातौ । तेनैतौ कोणौ समकोणौ जातौ । पुनः **बव**रेखा **य**चिह्नपर्यन्तं कार्या । इयं रेखा **हदझ**चापे **त**चिह्ने संपातं करिष्यति । **बव**रेखा च द्व्यादिगुणिता तथा वर्द्धिता कार्या यथा **बवत**रेखयाऽधिका भवति । सा रेखा **अस**संज्ञा अन्यत्र[2] कल्प्या । पुनः **बअ**भुजे एकादिगुणित**बह**तुल्या विभागाः कार्याः । ते च **बहहक**संज्ञाः कल्पिताः । पुनः **हक**चिह्नाभ्यां **बय**रेखोपरि **हव**लम्बः **कल**लम्बश्च कार्यः । एतौ लम्बौ **बय**रेखायाः **बववल**विभागौ समानौ करिष्यतः । एतौ विभागौ **अस**विभागाभ्यां समानौ जातौ । तेनैतौ मिलितौ विभागौ **बत**ादधिकौ भविष्यतः । तस्मात् **कल**लम्बो **बत**रेखायाः



---

१ ०समानां लग्ना D. A. K. omit भुजद्वयसमानसंलग्ना. २ ज्ञेया for अन्यत्र कल्प्या K.

बहिः पतिष्यति । पुनः बजभुजात् बकतुल्यं बमं पृथक्कार्यम् । लम-रेखा कार्या । एवं बकलत्रिभुजे बमल-त्रिभुजे कबभुजो बलभुजः कबलकोणश्च मबभुजेन बलभुजेन मबलकोणेन समानोऽस्तीति । बलककोणबलमकोणौ समानौ भविष्यतः । पुनः बलककोणः समकोणोऽस्ति । [1]बलमकोणोऽपि समकोणोऽस्ति । तेन कलमरेखा सरलाऽस्ति । पुनः बदरेखा नपर्यन्तं कार्या । दचिह्नोपरि

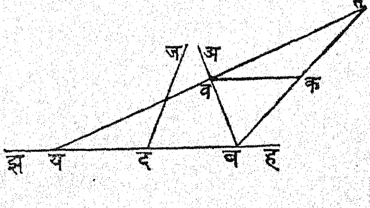


नदरेखायाः दनलकोणेन समः नदफकोणः कार्यः । तदा फद-कमरेखे समानान्तरे जाते । पुनः फदरेखा [2]बकनत्रिभुजाद्यथा बहिर्गता भविष्यति तथा वर्द्धिता कार्या । बकभुजस्य फचिह्ने बमभुजे छचिह्ने च संपातं करिष्यति । फदछरेखा च दचिह्नगता अब-बजभुजयोः संलग्ना जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथाष्टमक्षेत्रम् ।

तत्र रेखाद्वयोपर्येका रेखा यदा संपातं करोति तदा तदन्तर्गतकोणद्वययोरेकदिक्कयोर्योगो यदि द्वयोः समकोणयोर्न्यूनो भवति तदा रेखाद्वयं तद्दिश्येव संपातं करिष्यति ।

यथा अबजदरेखे तदुपरि तृतीया रेखा बदसंज्ञा संपातं करोति । तत्र अबदकोणो जदबकोणश्चानयोर्योगो द्वयोः समकोणयोर्न्यूनोऽस्तीति कल्पितम् । तदा रेखाद्वयं अजदिश्येव संपातं करिष्यति ॥

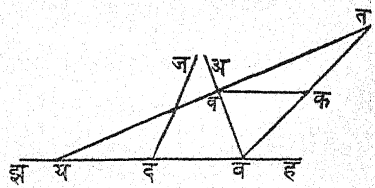


---

1 omitted in D. 2 A. B. K have बकम.

अत्रोपपत्तिः ।

बदरेखा उभयत्र हचिह्नझचिह्नपर्यन्तं दीर्घा कार्या । बअरेखायां बदतुल्या बवरेखा पृथक्कार्या । तत्र अबदकोणो जदबकोणयुक्तो द्वयोः समकोणयोर्न्यूनोऽस्ति । अबहकोणयुक्तो द्वयोः समकोणयोः समानः । तेन अबहकोणो जदबकोणादधिकः । पुनर्बचिह्नोपरि बवरेखायाः सकाशात् जदबकोणतुल्यः वबतकोणः कार्यः । तबबझरेखे बकोणसंबन्धिभुजे ये तयोः संपातं कुर्वती वचिह्नगता तवयरेखा कार्या । ततः तवबकोणो वबदकोणादधिकः स्यात् । पुनर्वचिह्नोपरि अबदकोणतुल्यो बवककोणः कार्यः । तत्र वकरेखा तथा वर्द्धिता कार्या यथा तबरेखायां कचिह्नोपरि संपातं करोति । तदनन्तरं अबजदरेखासंपातो भविष्यति ।



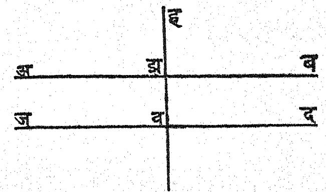
अत्रोपपत्तिः ।

वबरेखायां बदरेखां स्थापयेत् तदा दजरेखा बकरेखायां स्थास्यति । बअरेखा वकरेखायां च पतिष्यति । तस्मात् अबरेखा जदरेखयोः संपातो भविष्यति ॥ इत्यष्टौ क्षेत्राणि समाप्तानि ॥

अथैकोनत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ॥

समानान्तररेखयोर्यदि तृतीया रेखा संपातं करोति तत्रैककोणोन्तर्गतोऽभीष्टदिश्युत्पन्नो द्वितीयरेखान्तर्गतकोणश्च द्वितीयदिक्कः एतौ समानौ भवतः । एवं बहिर्गतकोणो द्वितीयरेखाया अन्तर्गतकोणेन समानो भवति । एवमेकदिक्कमन्तर्गतकोणद्वयं द्वयोः समकोणयोः समानं भवति ।

यथा अबरेखायां जदरेखायां हझवरेखया संपातः कृतोऽस्ति । तत्र अझवकोणदवझकोणश्चैतौ समौ कोणौ भविष्यतः । अथ यदि समानौ न भविष्यतः तदा अझव-कोणोऽधिककोणः कल्पितः । पुनः ब-झवकोणस्य अझवकोणेन योगः कार्यः दवझकोणेनापि योगः कार्यः ।



तत्र प्रथमयोगः द्वयोः समकोणयोः समानः द्वितीययोगादधिको भवति । तदा द्वितीययोगः द्वयोः समकोणयोर्न्यूनो जातः । [1]यथा अब-जदरेखयोः हझवरेखया संपातः कृतः तत्र बझवकोणदवझकोण-योर्योगो द्वयोः समकोणयोर्न्यूनो जातस्तदा अबरेखाजदरेखे बददिशि मिलिष्यतः ।

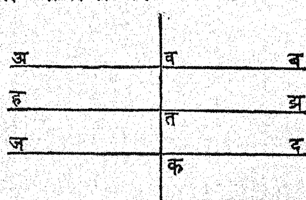
पुनः हझबकोणो हवदकोणेन समानोऽस्ति । कुतः । हझबको-णअझवकोणयोः समानत्वात् ।

पुनः बझवकोणदवझकोणयोर्योगो द्वयोः समकोणयोः समानो-ऽस्ति । कुतः । बझवकोणअझवकोणयोगस्य द्वयोः समकोणयोः समानत्वात् । पुनः दवझकोणअझवकोणौ समानौ जातौ । इदमे-वास्माकमिष्टम् ॥

अथ त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र यावत्यो रेखा एकरेखायाः समानान्तरा भवन्ति ता रेखाः परस्परं समानान्तरा एव भविष्यन्ति ।

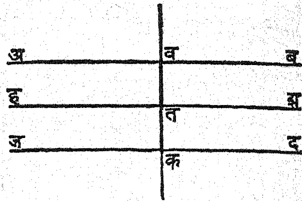
यथा अबरेखा जदरेखा च हझरेखायाः समानान्तरास्ति तदा अब-रेखा जदरेखा च परस्परं समानान्तरा भविष्यति ।



अत्रोपपत्तिः ।

वतकरेखया तिसृणां रेखाणां संपातः

[1] This sentence is omitted in A. B.

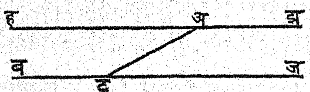


कृतः । तत्र अबरेखा हझरेखा च परस्परं समानान्तरास्ति तदा अवतकोणझतवकोणश्चैतौ समानौ भविष्यतः । पुनः जदरेखा हझरेखा च समानान्तरास्ति तदा दकतकोणोऽन्तर्गतो झतवकोणो बहिर्गतश्चैतौ समानौ भविष्यतः । तदा अवककोणदकवकोणौ समानौ जातौ । तदा अबरेखा जदरेखा परस्परं समानान्तरा जाता ॥ इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथैकत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्राभीष्टरेखायाः कियदन्तरे चिह्नं कृत्वा तद्गतसमानान्तररेखा कर्त्तुं चिकीर्षितास्ति ।

यथा बजरेखाया अचिह्नगता रेखा समानान्तरा कर्त्तव्यास्ति ।

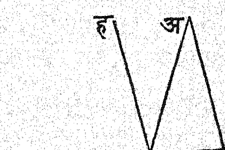


तत्र बजरेखायां दचिह्नं कार्यम् । अचिह्नात् दचिह्नपर्यन्तं रेखा नेया । अचिह्ने अदजकोणतुल्यः दअहकोणः कार्यः । पुनर्हअरेखा झपर्यन्तं नेया । तदा हझरेखा जबरेखायाः समानान्तरा जाता । इदमेवेष्टम् ॥

अथ द्वात्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

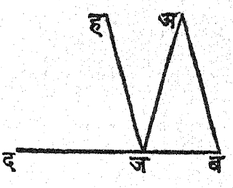
तत्रेष्टत्रिभुजस्यैको भुजो वर्द्धनीयः पुनस्तत्रैव यो बहिः स्थितः कोणः स सन्मुखान्तर्गतकोणद्वययोगेन समानो भवति । अन्तर्गतकोणत्रययोगोऽपि द्वयोः समकोणयोः समानो भवति ।

यथा अबजत्रिभुजे बजभुजो दपर्यन्तं वर्द्धितः तत्र अजदकोणो बहिःस्थः बअकोणद्वययोगेन समानोऽस्ति ।



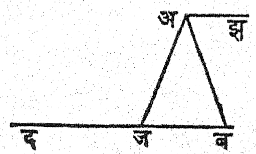
यतो जचिह्नात् बअरेखायाः समानान्तरा जहरेखा कार्या । तत्र अजहकोणो बअजकोणेन तुल्यो जातः । हजदकोणश्च बको-

णेन तुल्यो जातः। तदा अजदकोणो बहिःस्थः बअकोणद्वययोगेन तुल्यो जातः।



पुनः अजदकोणः अजबकोणयुक्तो द्वयोः समकोणयोः समानोऽस्ति। तदान्तर्गतकोणत्रययोगो द्वयोः समकोणयोः समानो जातः। इदमेवास्माकमभीष्टम्॥

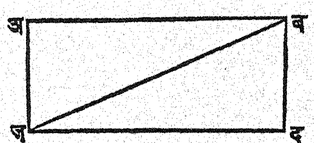
पुनः प्रकारान्तरम्।



तत्र अचिह्नात् बदरेखायाः समानान्तरा अझरेखा कार्या। तदा झअबकोणो बकोणेन तुल्यो जातः। पुनः झअजकोणः अजदकोणेन तुल्यो जातः। तदा अजदकोणः अबकोणयोस्तुल्यो जातः॥ इदमेवेष्टम्॥

अथ त्रयस्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

तत्र रेखाद्वयं समानं समानान्तरं चास्ति तदग्रयोः संलग्ना रेखा कार्या एवं द्वितीयाग्रयोः संलग्नरेखायास्तद्रेखाद्वयं समानं समानान्तरं भवति।



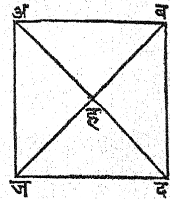
यथा अबरेखाजदरेखे समाने समानान्तरे च स्तः। तदा तदग्रयोः अजरेखाबदरेखे च कृते। एते रेखे समाने समानान्तरे च भविष्यतः।

अत्रोपपत्तिः।

बजरेखा कार्या। तदा अबजत्रिभुजे बजदत्रिभुजे च अबभुजो बजभुजः अबजकोणश्च दजभुजो बजभुजो दजबकोणश्चैते यथाक्रमेण समानाः स्युः। तदा अजभुजो बदभुजेन समानो जातः। पुनः अजबकोणः दबजकोणश्चैतौ समानौ स्तः। ततः अजभुजो बदभुजेन समानान्तरो जातः। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

पुनः प्रकारान्तम् ।

अद्रेखा बजरेखायां हचिह्ने संपातं यथा करोति तथा कार्या । तत्र अहबत्रिभुजे जहदत्रिभुजे च अहबकोणो जहदकोणेन समानोऽस्ति । पुनः अबहकोणः दजहकोणश्चैतौ समानौ स्तः । अबभुजो जदभुजसमानोऽस्ति । तदा अहभुजदहभुजौ समानौ जातौ ।



तदा बहभुजजहभुजौ च समानौ जातौ । पुनः अहजत्रिभुजे बहदत्रिभुजे च अहभुजो हजभुजः अहजकोणश्च दहभुजेन बहभुजेन बहदकोणेन च यथाक्रमं समानः । एवं अजभुजबदभुजौ समानौ जातौ । पुनः अजहकोणदबहकोणौ समानौ जातौ । तदा अजभुजो बदभुजेन समानान्तरो जातः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

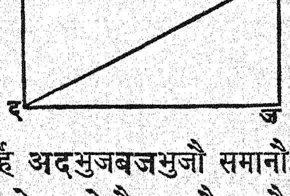
अथ चतुस्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र यस्य चतुर्भुजक्षेत्रस्य भुजाः समानान्तरा भवन्ति तस्य परस्परसन्मुखं भुजद्वयं समानं भवति तथा परस्परसन्मुखं कोणद्वयं च समानं भवति तत्कर्णश्च क्षेत्रस्य समानं भागद्वयं करोति ।

यथा अबजदचतुर्भुजक्षेत्रस्य बदकर्णः कल्पितः ।

अत्रोपपत्तिः ।

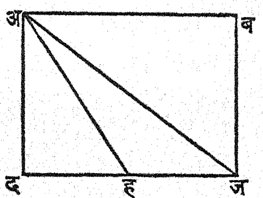
अदबकोणो जबदकोणेन समः । पुनः अबदकोणः जदबकोणेन समः । एवं अदबत्रिभुजे जबदत्रिभुजे च अदबकोणः जबदकोणश्चैतौ समानौ स्तः । पुनः अबदकोणः जदबकोणश्चैतौ समानौ जातौ ।



बदभुजश्चोभयोस्त्रिभुजयोरेक एव । तर्हि अदभुजबजभुजौ समानौ । अबभुजजदभुजौ च समानौ । पुनः अकोणजकोणौ समानौ जातौ ।

अदजकोणजबअकोणौ च समानौ । एवं द्वौ त्रिभुजौ समानौ । तदा बदकर्णेन चतुर्भुजस्य भागद्वयं समानं कृतमित्युपपन्नम् ॥

प्रकारान्तरम् ।



यदि अबभुजः जदभुजेन समानो न स्यात् तर्हि जहभुजेन समानः स्यात् । तत्र अहरेखा कार्या । एवं अहरेखा बजरेखायाः समानान्तरा भविष्यति । पुनर्बजरेखा अदरेखायाः समानान्तरास्ति । तदा अहरेखा अदरेखा समानान्तरा जाता । इदं बाधितम् ।

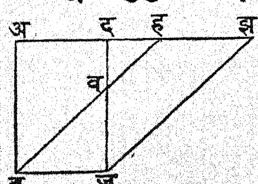
अथानेन प्रकारेण अदरेखा बजरेखायाः समाना भवति ।

यदि बअदकोणः बजदकोणेन समानो न भवति तदा बअहकोणो बजदकोणेन समानः स्यात् । तत्र अजरेखा कार्या । तदा बअज-कोणहजअकोणौ समानौ । तदा जअहकोणः अजबकोणेन स-मानो जातः । जअदकोणः अजबकोणेन समानोऽस्ति । इदमप्य-नुपपन्नम् ॥ एवं बकोणो दकोणेन समानोऽस्ति । पुनः अदजत्रिभुजं अबजत्रिभुजेन समानम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ पञ्चत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र चतुर्भुजक्षेत्रद्वयं समानान्तरभुजमेकस्यां भूमावेक-दिशि च भवति द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्ये च भवति तच्च-तुर्भुजद्वयं समानं भवति ।

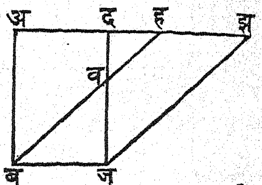
यथा अबजदचतुर्भुजं हबजझचतुर्भुजं चैते द्वे चतुर्भुजे अझ-रेखाबजरेखयोर्मध्ये बजरेखोपरि स्तः ते च समाने स्तः ।



अत्रोपपत्तिः ।

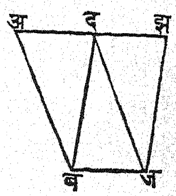
अदभुजः हझभुजश्च बजभुजेन समा-

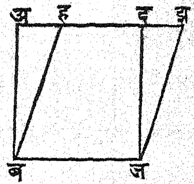
नोऽस्ति तदा **अद**भुजः **हझ**भुजश्चैतौ समानौ जातौ । पुनर्**दह**रेखा **अद**रेखायां **झह**रेखायां च युक्ता कार्या । तदा **हअब**त्रिभुजे **झदज**त्रिभुजे **अह**भुज-



झदभुजौ च समानौ । पुनः **अब**भुज**जद**भुजौ समानौ । पुनर्**ब**-**अह**कोण**जदझ**कोणौ समानौ । तदैते द्वे त्रिभुजे समाने जाते । पुनरनयोस्त्रिभुजयोः **दवह**त्रिभुजं दूरीक्रियते **बवज**त्रिभुजं च योज्यते तदा **अबजद**चतुर्भुजं **हबजझ**चतुर्भुजं चैते समाने भविष्यतः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथाऽस्मिन्क्षेत्रे हचिह्नं **अदा**द्बहिः पतिष्यति तदा **बहजदौ** संपातं करिष्यतः । अथवा **ह**-चिह्नं **द**चिह्ने पतिष्यति । **अबअद**योर्मध्ये वा पतिष्यति । **अनयोः** प्रकारान्तरकृतक्षेत्रयोः प्रथमत्रिभुजे लघुत्रिभुजदूरीकरणं नास्ति त्रिभुजयोगः कर्त्तव्योऽस्ति । द्वितीयक्षेत्रे चतुर्भुजं युक्तं कार्यमेतावान् विशेषः ॥

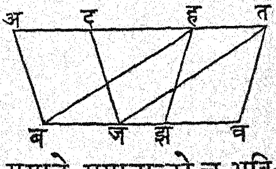




अथ षट्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र द्वे चतुर्भुजक्षेत्रे समानान्तरभुजे एकदिशि द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्ये समानभूमिके यदा भवतस्तदा ते द्वे चतुर्भुजक्षेत्रे समाने भवतः ।

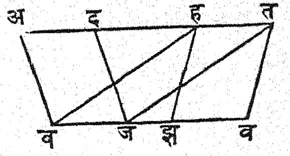
यथा **अबजद**चतुर्भुजं **हझवत**चतुर्भुजं च **अतबव**रेखयोर्मध्ये **बजझव**समानभुजोपरि भवतस्ते च समाने एव भवतः ।



अस्योपपत्तिः ।

बहरेखा **जत**रेखा च कार्या । एते रेखे समाने समानान्तरे च भवि-

ध्यतः । कथम् । बजरेखाहतरेखे च समाने समानान्तरे च स्तः । पुनः अबजदचतुर्भुजं हबजतचतुर्भुजं चैते समाने स्तः।यतः अतरेखाबजरेखयोः समानान्तरयोर्मध्ये एकभुजोपरि तिष्ठतः । पुनर्हझवतचतुर्भुजं हबजतचतुर्भुजं चैते समाने । तदा अबजदचतुर्भुजं हझवतचतुर्भुजं चैते समाने जाते ॥ इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥



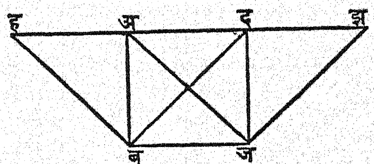
अथ सप्तत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

त्रिभुजद्वयमेकभुजोपर्येकदिशि द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्ये यदा भवति तदा तत्त्रिभुजद्वयं समानं भवति ।

यथा अबजत्रिभुजं दबजत्रिभुजं च बजभुजोपरि अदबजसमानान्तररेखयोर्मध्येऽस्तीति । तस्मात्त्रिभुजद्वयं समानं जातम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

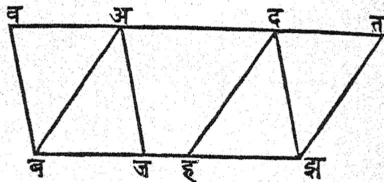
बचिह्नात् जअरेखायाः समानान्तरा बहरेखा कार्या । पुनर्जचिह्नात् बदरेखायाः समानान्तरा जझरेखा कार्या । पुनः अदरेखा दिग्द्वये तथा वर्द्धिता कार्या यथा निष्कासितरेखाद्वयसंपातं करोति । तदा हबजअचतुर्भुजं दबजझचतुर्भुजं च बजभुजोपरि समानान्तरयोर्हझरेखाबजरेखयोर्मध्ये तिष्ठति । तदैते द्वे चतुर्भुजे समाने जाते । अनयोरर्द्धे द्वे त्रिभुजे समाने जाते । इदमेवेष्टम् ॥



अथाष्टत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

द्वे त्रिभुजे समानभुजद्वयोपर्येकदिशि द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्ये यदा स्यातां ते द्वे त्रिभुजे समाने एव भवतः ।

यथा अबजत्रिभुजं दहझत्रिभुजं बजहझसमानभुजोपरि बझअदसमानान्तररेखयोर्मध्येऽस्ति। तस्मात्ते समाने जाते।



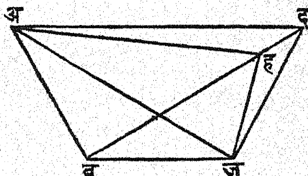
अत्रोपपत्तिः।

बचिह्नात् जअरेखायाः समानान्तरा बवरेखा कार्या। झचिह्नात् हदरेखायाः समानान्तरा झतरेखा कार्या। अदरेखा दिग्द्वये वर्द्धिता तथा कार्या यथा वतचिह्नयोः संपातं करोति। एवं बजअवचतुर्भुजं दहझतचतुर्भुजं बजहझसमानभुजोपरि समानान्तररेखयोर्मध्येऽस्ति। तदेते चतुर्भुजे समाने जाते। तदैतयोरर्द्धे त्रिभुजे समाने भवतः। इदमेवेष्टम्॥

अथैकोनचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम्।

त्रिभुजद्वयं समानमेकदिशि स्थितमेकभुजोपरि यदि भवति तत्त्रिभुजद्वयं द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्यवर्त्ति भविष्यति।

यथा अबजत्रिभुजदबजत्रिभुजे बजभुजोपरि स्थिते। पुनः अदरेखा कार्या। सा बजरेखायाः समानान्तरा भवति।



यदि समानान्तरा न स्यात् तदा अहरेखा बजरेखासमानान्तरा स्यात्। हजरेखा कार्या। तत्र हबजत्रिभुजं अबजत्रिभुजेन समानम्। अबजत्रिभुजं दबजत्रिभुजेन समानम्। तदा हबजत्रिभुजं दबजत्रिभुजेन समानं जातं खण्डस्य साम्यात्। इदमनुपपन्नम्। तस्मात् अदरेखा बजरेखायाः समानान्तरा जाता। इत्युपपन्नम्॥

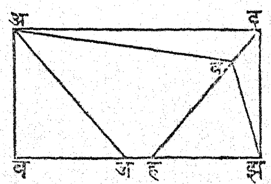
अथ चत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम्।

तत्र समानं त्रिभुजद्वयमेकरेखायां समानभुजद्वयोपरि भवति तत्त्रिभुजद्वयं द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्यवर्ति भवति।

यथा अबजत्रिभुजं दहझत्रिभुजं बजभुजहझभुजयोरुपरि बझ-रेखायामस्ति।

अत्रोपपत्तिः।

अदरेखा कार्या। इयं रेखा बझरेखायाः समानान्तरास्ति। यदि समानान्तरा न स्यात् तदा अवरेखा समानान्तरा स्यात्। वझरेखा कार्या। तदा वहझत्रिभुजं दहझत्रिभुजं चैते समाने स्यातां[1] स्वखण्डस्य समत्वात्।



इदमनुपपन्नम्॥

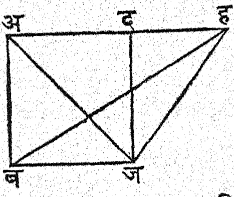
अथैकचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम्।

चतुर्भुजं त्रिभुजं चैकदिश्येकभुजोपरिस्थितं द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्यवर्त्ति भवति तदा चतुर्भुजं त्रिभुजाद् द्विगुणं भवति।

यथा अबजदचतुर्भुजं हबजत्रिभुजं बजभुजोपरि अहबजसमानान्तररेखयोर्मध्यवर्त्यस्ति। तस्मात्रिभुजाद्विगुणं जातम्।

अत्रोपपत्तिः।

अजरेखा कार्या। एवं अबजदचतुर्भुजं अबजत्रिभुजाद्विगुणमस्ति। पुनः अबजत्रिभुजं हबजत्रिभुजेन समानमस्ति। तदा अबजदचतुर्भुजं हबजत्रिभुजाद्विगुणं जातम्।



चतुर्भुजं त्रिभुजं च द्वयोः समयोर्भुजयोरुपरि स्थितमेकदिशि द्वयोः समानान्तररेखयोर्मध्यवर्ति भवति तदापि चतुर्भुजं त्रिभुजाद्विगुणं भवति॥

अथ द्विचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम्।

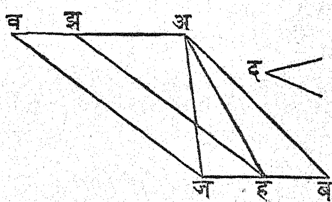
तत्रैकं त्रिभुजं ज्ञातमस्ति एककोणश्च ज्ञातोऽस्ति ताभ्यां

---

१ स्यातां च खण्डस्य समानत्वात् D.

तादृशचतुर्भुजञ्चिकीर्षास्ति यस्य फलं ज्ञातत्रिभुजफलसमं स्यात् यस्य च कोणः कल्पितकोणसदृशः स्यात् ।

यथा अत्र त्रिभुजं अबजं कोणो दसंज्ञश्चास्ति । तत्र बजभुजो हचिह्नेऽर्द्धितः कार्यः । अहरेखा देया । हजरेखायां हचिह्नोपरि द-कोणतुल्यः जहझकोणः कार्यः । अचिह्नात् बजरेखायाः समानान्तरा अवरेखा कार्या । इयं झचिह्ने

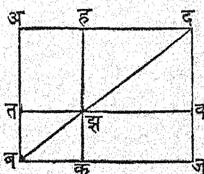


संपातं करिष्यति । पुनर्जचिह्नात् झहरेखायाः समानान्तरा जवरेखा कार्या । इयं च अवरेखायां वचिह्ने संपातं करिष्यति । तदा झहजव-चतुर्भुजं समानान्तरभुजं अहजत्रिभुजाद्विगुणं जातं अबजत्रिभुजस-मानं जातं झहजकोणश्च दकोणतुल्यो जातः । इत्युपपन्नम् ॥

अथ त्रयश्चत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र चतुर्भुजद्वयं समानान्तरभुजं समानान्तरभुजमहच्चतु-र्भुजमध्यवर्ति चेद्भवति यस्य च बृहच्चतुर्भुजकर्णरेखायाः एकं पूर्वदिशि द्वितीयमपरदिशि च कर्णरेखासंलग्नं भवति तयोरेकः कोणो बृहच्चतुर्भुजकोण एव भवति एतादृशं चतुर्भुजद्वयं मिथः समानं भवति ।

यथा अतझहचतुर्भुजं झकजवचतुर्भुजं च अबजदचतुर्भुजम-ध्यवर्ति बदकर्णस्योभयदिशि स्थितं कर्णस्य झचिह्ने लग्नम् । तदाऽनयोः अकोणजकोणौ बृहच्चतुर्भु-जस्य द्वौ कोणौ स्तः । तस्मादेतौ समानौ जातौ ॥

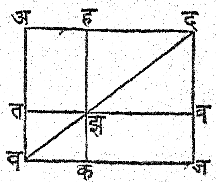


अत्रोपपत्तिः ।

तबकझचतुर्भुजं हझवदचतुर्भुजं चैतौ समानान्तरभुजौ स्तः । पुनः अबदत्रिभुजं बजदत्रिभुजं बृहच्चतुर्भुजस्य समानं भागद्वयमस्ति । पुनः तबझत्रिभुजं बकझत्रिभुजं तबकझचतुर्भुजस्य समानं भागद्वय-

मस्ति । पुनर्हझदत्रिभुजं झवदत्रिभुजं चैते हझवदचतुर्भुजस्य समाने द्वे भागे स्तः ।

यदि अबदत्रिभुजात् तबझत्रिभुजं हझद-त्रिभुजं च शोध्यते तदा शेषं अतझहचतुर्भुजं स्यात् । एवं दबजत्रिभुजात् बकझत्रिभुजं झव-दत्रिभुजं शोध्यते तदा शेषं झकजवचतुर्भुजं पूर्वशेषचतुर्भुजसमं स्यात् । इदमेवेष्टम् ॥

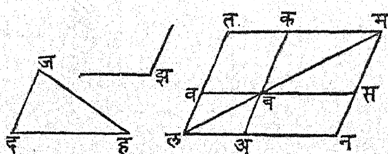


अथ चतुश्चत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र कल्पितैकरेखायां कल्पितत्रिभुजे कल्पितैककोणे च तादृशं चतुर्भुजं कल्प्यते यस्य फलं त्रिभुजफलसमं स्यात् यस्यैककोणः कल्पितकोणसमश्च यस्यैकभुजश्च कल्पितरेखातुल्यः स्यात् ।

तत्र कल्पितरेखा अबरूपा त्रिभुजं जदहरूपं कोणस्तु झसंज्ञः ।

तत्र वबकतचतुर्भुजं कल्पनीयं त्रिभुजसमं पूर्वोक्तवत् यस्यैककोणः पूर्वकोणसमः कल्प्यः तथा यथा अबक-

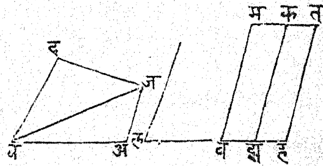


सर्वैकरेखा भवति । पुनः अबोपरि लअबवचतुर्भुजं समानान्तरभुजं कार्यम् । तत्र लबकर्णो दीर्घो देयः । तकरेखापि तथा दीर्घा कार्या यथा रेखाकर्णौ मचिह्नोपरि लग्नौ स्तः । पुनर्मचिह्नात् कअरेखासमानान्तरा मनरेखा कार्या । पुनर्लअरेखा वबरेखा च तथा दीर्घे कार्ये यथा नमरेखायां नसचिह्नोपरि संलग्ने स्तः । तत्र तनचतुर्भुजं समानान्तरभुजं जातम् । नबचतुर्भुजं तबचतुर्भुजं च तनचतुर्भुजस्य मध्ये द्वयं समानान्तरभुजं जातम् । तदा बनचतुर्भुजं अबभुजोपरि बतचतुर्भुजसमं जातम् । बतचतुर्भुजं च पूर्वं जदहत्रिभुजसमं कल्पितम् । पुनः अबसकोणो वबककोणसमो जातः । पुनर्वबककोणो झकोणतुल्यो जातः । स एवेष्टः कल्पितः पूर्वम् ॥

अथ पञ्चचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र कल्पितैकरेखोपरि चतुर्भुजं समानान्तरं[1] तथा कर्त्तव्यमस्ति यथेष्टचतुर्भुजसमानं स्यात् तस्य च कोणः अभीष्टकोणसमानः स्यात् तस्यैकभुजः कल्पितरेखाभुजसमानः स्यात् ।

यथा **हत**रेखा कल्पिता **अबजदं** चतुर्भुजं कल्पितं **ल**कोणश्च । **बज**कर्णेन **अबजद**चतुर्भुजस्य विभागद्वयं कार्यम् । पुनर्हतरेखायां **झहतक**चतुर्भुजं **अबज**त्रिभुजसमं कार्यम् । **ह**कोणो

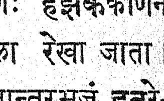


लकोणसमः कार्यः । **झक**रेखोपरि **वझकम**चतुर्भुजं **बजद**त्रिभुजसमं कार्यम् । **वझक**कोणो **ल**कोणसमः कार्यः । एष कोणः **हझक**कोणेन सार्द्धं समकोणद्वयेन समः । तदा **हव**रेखा एका सरला रेखा जाता । एवं **तम**रेखापि सरलास्ति । तदा **हम**चतुर्भुजं समानान्तरभुजं **हत**रेखोपरि **अबजद**चतुर्भुजेन समं हकोणस्तु **ल**कोणेन समो जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ षट्चत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र एकस्यां रेखायां समकोणं चतुर्भुजं क्षेत्रं कर्त्तव्यमस्ति ।

यथा **अब**रेखायां **अ**चिह्नात् **अब**तुल्यः **अज**लम्बः कार्यः । **ब**चिह्नात् **अज**रेखासमानान्तरा **अब**तुल्या **बद**रेखा कार्या । **जद**रेखा संलग्ना कार्या । **अद**चतुर्भुजं समानान्तरभुजं समभुजं समकोणं जातम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ।



---

१ समानान्तरभुजं D.

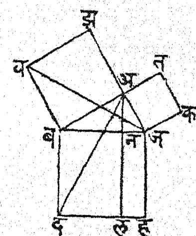
अथ सप्तचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र समकोणत्रिभुजस्य कर्णवर्गो भुजद्वयस्य वर्गयोगेन तुल्यो भवति ।

यथा **अबज**त्रिभुजे **अ**ः समकोणोऽस्ति **बज**कर्णस्य वर्गः **बअअ**-**ज**भुजयोर्वर्गयोगतुल्योऽस्ति ।

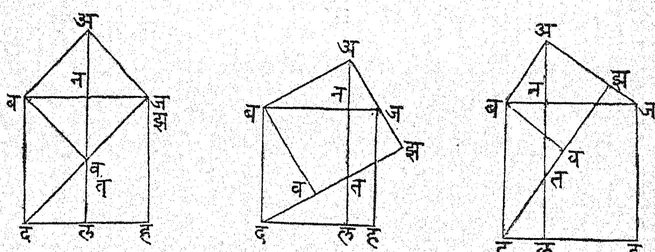
अत्रोपपत्तिः ।

त्रिभिर्भुजैः समकोणं समचतुर्भुजं चतुर्भुजत्रयं कार्यम् । कानि तानि चतुर्भुजानि एकं **बदहज** द्वितीयं **बव**-**झअ** तृतीयं **अतकजम्** । **बअझं बअजं** एतौ द्वौ समकोणौ स्तः । तदा **झअज**मेका सरला रेखा जाता । एवं **बअत**मेका सरला रेखा जाता । पुनः **अ**चिह्नात् **बद**रेखायाः समानान्तरा **अल**रेखा कार्या । इयं रेखा त्रिभुजान्तरे पतिष्यति । कुतः । **दबअ**कोणः समकोणादधिकोऽस्ति । तदा **बअल**कोणो **बअज**कोणान्न्यूनोऽस्ति । तस्मादियं रेखा **बज**रेखायां **न**-चिह्ने संपातं करिष्यति । पुनरियं रेखा **बह**चतुर्भुजस्य **बलं जलं** चतुर्भुजद्वयं करिष्यति । ततो **वज**रेखा **अद**रेखा च संयोज्या । **वजब**त्रिभुजे **बअद**त्रिभुजे **वब**भुजो **बज**भुजो **वबज**कोणः **अब**भुज**बद**भुज-**अबद**कोणेन समानोऽस्ति । तदैतौ त्रिभुजौ समानौ जातौ । पुनर्व-**जब**त्रिभुजं **झब**चतुर्भुजस्यार्द्धमस्ति । अनेन प्रकारेणापि **बअद**त्रिभुजं **बल**चतुर्भुजस्यार्द्धमस्ति । तदा **झब**चतुर्भुजं **बल**चतुर्भुजेन समानं जातम् । एवं **तज**चतुर्भुजं **जल**चतुर्भुजेन समानं जातम् । तदा **बज**वर्गः **बअअज**भुजयोर्वर्गयोगेन समानो जातः । इदमेवास्माकमभीष्टम् ।



प्रकारान्तरेणाह ॥

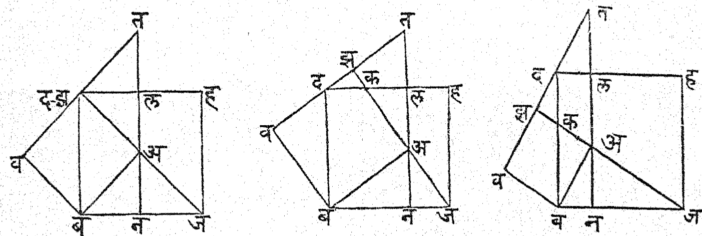
तत्र त्रिभुजं कर्णस्य च चतुर्भुजं पूर्वक्तमेव स्थापितं **अल**रेखा च यथावस्थिता स्थापिता । पुनर्बझरूपं **अब**स्य चतुर्भुजं त्रिभुजोपरि स्थाप्यम् । ततो **बअ**भुजः **जअ**भुजतुल्योऽथवाऽधिकोऽथवा न्यूनः स्यात् । तदा क्रमेण **झ**चिह्नं **ज**चिह्ने पतिष्यति वा **अज**रेखाया बहिः पतिष्यति अथवा **अज**रेखायां पतिष्यति । पुनर्**दव**रेखा संयोज्या । तत्र **अबव**कोणो **जबद**कोण एतौ समकोणौ स्तः । पुनर्**जबव**कोणो द्वयोः समकोणयोः शोध्यते । तदा शेषं **अबज**कोणो **वबद**कोणश्चैतौ समानौ भवतः । पुनः **अबं बव**तुल्यमस्ति **बजं बद**तुल्यम् । **अबज**कोणो **वबद**कोणश्चैतौ समानौ जातौ । पुनर्**बवद**कोणो **बअज**-कोणसमकोणसमानो जातः । तदा **दवझ**रेखा एका सरला रेखा जाता । **अब**रेखायाः समानान्तरा च जाता । तया **अल**रेखायां **त**चिह्ने संपातः कृतः । **नअज**कोणो **जवअ**कोणेन समानोऽस्ति । पुनः **अझवः** समकोणोऽस्ति । तदा **त**चिह्नं **व**चिह्ने भविष्यति । पुनर्**दतजं** सरलैका रेखा



भविष्यति यदा **अबं अज**तुल्यं भविष्यति । अथवा **त**चिह्नं **व**चिह्ने न भविष्यति अथवा अन्यच्चिह्नं भविष्यति । पुनर्यदा **अबं अजा**दधिकं स्यात् तदा **त**चिह्नं **झव**रेखोपरि पतिष्यति वा **झव**रेखाया बहिः पतिष्यति । एवं क्षेत्रत्रयेऽपि **बअझव**क्षेत्रं **बअतद**क्षेत्रं समानं भविष्यति । एवं **बअतद**क्षेत्रं **बनलद**क्षेत्रं समानं भविष्यति तदा **बअझव**क्षेत्रं **बनलद**क्षेत्रसमानं भविष्यति । पुनः अनेन प्रकारेण **अज**भुजस्य चतुर्भुजं **जल**चतुर्भुजसमानं भविष्यति ।

पुनः प्रकारान्तरेणाह ।

तत्र कर्णस्य चतुर्भुजं त्रिभुजोपरि पातनीयम्[1]। अबभुजस्य चतुर्भुजं त्रिभुजाद्बहिः पातनीयम्[2]। जअरेखा कार्या सा दचिह्ने संपातं करिष्यति



यदा अबअजौ समौ स्तः। अथवा सा जअरेखा दहरेखायां कचिह्ने संपातं करिष्यति यदि अबं अजादधिकं स्यात् । अथवा दबरेखायां कचिह्ने संपातं करिष्यति यदि अबं अजान्न्यूनं स्यात् ।

एवं प्रकारत्रयेऽपि अबोपरि बवलम्बो निष्काश्यः । दचिह्नात् बवोपरि दवलम्ब उत्पाद्यः । पुनः अकरेखा तथोत्पाद्या यथा दवरेखायां झचिह्ने संपातं करिष्यति । दवबत्रिभुजे अवजत्रिभुजे दबभुजो बजभुजतुल्यः । वकोणः अकोणतुल्यः । दबवकोणो जबअकोणतुल्यश्चास्ति । तदा अबबवभुजौ तुल्यौ स्याताम् । अबझवक्षेत्रं अबभुजस्य समचतुर्भुजं समकोणं भविष्यति त्रिभुजाद्बहिः पतिष्यति । पुनर्वदरेखा अलरेखा च तथा वर्द्धनीया यथा तचिह्ने संपातं करिष्यति। तदा दबअतक्षेत्रं अबवझसमचतुर्भुजसमकोणक्षेत्रेण समानं जातम् ॥ पुनर्दबअतक्षेत्रं दबनलक्षेत्रसमानमस्ति । तदा अबभुजस्य समचतुर्भुजसमकोणक्षेत्रं दबनलक्षेत्रसमानं जातम् ॥

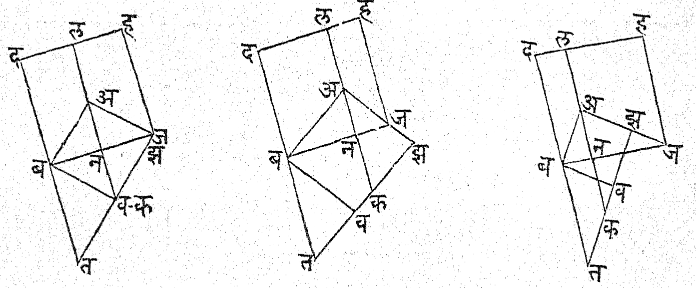
पुनः प्रकारान्तरेणाह ।

अबभुजसमकोणचतुर्भुजक्षेत्रं त्रिभुजोपर्युत्पादनीयम्[3] । तत्र झचिह्नं

---

१ कार्यम् A. B. २ कार्यम् A. B. ३ कार्यम् A. B.

जचिह्नं भविष्यति यदा भुजद्वयं समानं भविष्यति वा **अज**भुजा-



द्बहिः पतिष्यति यदा **अबं** **अजा**दधिकं स्यात् वा **अजो**परि पति-
ष्यति यदा **अबं** **अजा**दूनं स्यात् । पुनर्न**अज**कोणो **जबअ**कोण-
तुल्यः स्यात्ततो **अन**रेखा उत्पाद्या यथा **झव**भुजे **क**चिह्ने संपातं करि-
ष्यति । तदा **क**चिह्नं **व**चिह्नं भविष्यति यदि **अबं** **अज**समानं वा
झवोपरि पतिष्यति यदि **अबं** **अजा**दधिकं स्यात् वा **झवा**द्बहिः
पतिष्यति यदा **अबं** **अजा**न्यूनं स्यात् । ततो **दब**रेखा **झक**रेखा च
उत्पाद्या यथा **त**चिह्ने संपातं करिष्यति ।

एवं **अबज**त्रिभुजे **अकझ**त्रिभुजे च **अब**भुजो **बअज**कोणः **अ-
बज**कोणश्च **अझ**भुजेन **अझक**कोणेन **झअक**कोणेन च समानस्तदा
अकं **बज**समानं जातम् । **दब**समानं च **बतं** **अक**समानं जातम् ।
अतंक्षेत्रं[1] **दन**क्षेत्रेण समानं जातम् । **अबवझ**समकोणसमचतुर्भुजे-
नापि समानं जातम् । तदा **दन**क्षेत्रं **अब**भुजस्य समकोणचतुर्भुज-
क्षेत्रेण समानं जातम् ॥

अनेन प्रकारेण **अज**भुजस्य समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं **जल**चतु-
र्भुजक्षेत्रेण समानं भविष्यति । पुनः **अज**भुजस्य समकोणचतुर्भुजक्षेत्रं
अबजत्रिभुजोपरि पातनीयं वा **अबज**त्रिभुजाद्बहिः पातनीयम् ।
इदमेवास्माकमिष्टम्[2] ॥

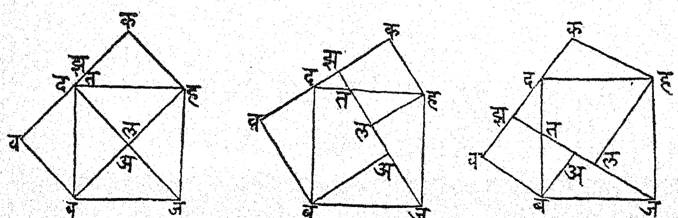
---

१ अतक्षेत्रेण दनक्षेत्रं समानं जातम् D. K. २ इदमेवेष्टम् A. B.

पुनः प्रकारान्तरेणाह ।

पूर्वप्रकारेषु अलरेखया कर्णचतुर्भुजस्य भागद्वयं कृत्वा उपपत्तिरुक्ता। अधुना कर्णचतुर्भुजस्य भागद्वयमकृत्वैवोपपत्तिरुच्यते ।

तत्र कर्णचतुर्भुजं त्रिभुजोपर्युत्पाद्यम् । जअभुजस्तथा वर्द्धनीयः यथा चतुर्भुजस्य तचिह्ने संपातं करोति। यदि तचिह्नं दचिह्ने पतति तदा अबअजभुजौ समानौ स्याताम्। यदि तचिह्नं दहभुजे वा दबभुजे पतति तदा अबअजभुजौ न्यूनाधिकौ स्याताम्। पुनर्दचिह्नात् अजभुजोपरि दझलम्ब उत्पाद्यः। पुनः अयं लम्ब उभयत्र वर्द्धनीयः। पुनस्तल्लम्बोपरि बचिह्नात् हचिह्नात् लम्बद्वयं बवहकसंज्ञं उत्पाद्यम् । जझरेखायां हचिह्नात् हललम्बः कार्यः । तदा हललम्बः अचिह्ने पतिष्यति



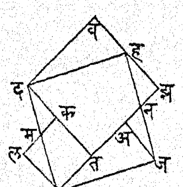
हलअब एका सरला रेखा भविष्यति यदा अबअजभुजौ समौ स्याताम् । हललम्बो अचिह्नात् अन्यत्र चिह्ने पतिष्यति यदा द्वौ भुजौ न्यूनाधिकौ स्याताम्। अबजत्रिभुजे वबदत्रिभुजे कदहत्रिभुजे लजहत्रिभुजे च बजभुजः बदभुजः दहभुजः हजभुजश्चैते समानाः। अवकलकोणाः समानाः। शेषकोणा अपि समानाः। एतानि चत्वारि त्रिभुजानि समानानि । पुनः अवक्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं जातम् । एतत् अबभुजस्य वर्गोऽस्ति। लकक्षेत्रमपि समकोणसमचतुर्भुजं जातम्। इदं अजभुजस्य वर्गोस्ति । एते द्वे समकोणसमचतुर्भुजे बहक्षेत्रसमकोणसमचतुर्भुजसमे स्तः ।

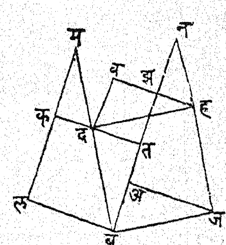
अत्रोपपत्तिः ।

बदवत्रिभुज**दकह**त्रिभुजयोर्योगः **अबज**त्रिभुज**हलज**त्रिभुजयोगसमः । शेषक्षेत्रं प्रथमत्रिभुजद्वयेन चेद्योज्यते तदा प्रथमसमकोणसमचतुर्भुजद्वयं स्यात् । यदि द्वितीयत्रिभुजद्वयेन योगः क्रियते कर्णस्य समकोणसमचतुर्भुजं स्यात् ॥

प्रकारान्तरेणाह ।

अबअजौ द्वौ भुजौ यदाऽधिकन्यूनौ स्तः[1] **अब**भुजोपरि समकोणसमचतुर्भुजं न पात्यते यथा **अज**भुजस्य समकोणसमचतुर्भुजं अजोपरि न पातितं तदा **बअ**भुजस्तथा वर्द्धनीयो यथा **जह**भुजे **न**चिह्ने संपातं करोति । पुनर्**ह**चिह्नात् **द**चिह्नाच्च **बअ**रेखायां **हझद**तलम्बा उत्पाद्यौ । **हझ**रेखा वर्द्धनीया । पुनर्**द**चिह्नात् **हझ**रेखायां **दव**लम्ब उत्पाद्यः । **तक**रेखा **तब**रेखातुल्या कार्या । पुनः **कल**रेखा **तब**रेखासमानान्तरा कार्या । एषा रेखा **दब**रेखायां **म**चिह्ने संपातं करिष्यति । पुनर्**ब**चिह्नात् **कल**रेखायां **बल**लम्ब उत्पाद्यः । तदा **अबज**त्रिभुजं **तदब**त्रिभुजं **वदह**त्रिभुजं चैतानि समानि स्युः । **लतं** समकोणसमचतुर्भुजं **दझं** समकोणसमचतुर्भुजं चैते **अज**भुजस्य **बअ**भुजस्य वर्गरूपे स्तः । पुनर्**लबम**त्रिभुजं **अजन**त्रिभुजं च मिथः समानमस्ति । **द**-





मकत्रिभुजं **हनझ**त्रिभुजं च समम् । तदा **लबम**त्रिभुज**दबत**त्रिभुजयोर्योगः **लत**क्षेत्रसमकोणसमचतुर्भुज**हनझ**त्रिभुजयोर्योगोऽस्ति । अयं **बनज**त्रिभुजेन समः । **वदह**त्रिभुजं प्रथमयोगे योज्यते **तदब**त्रिभुजं द्वितीययोगे योज्यते पुनर्**दतनह**क्षेत्रं द्वाभ्यां चेद्योज्यते यदा

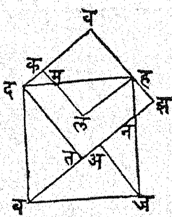
१ D. K. inserts तत्र after स्तः. २ °तनीयं D.

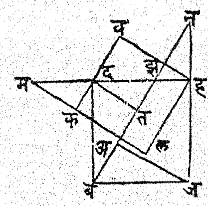
अबमजादधिकमस्ति। दनतहक्षेत्रस्य एकं खण्डं योज्यमपरं हीनं कार्यं यदा अबमजादूनमस्ति । तदा द्वे समकोणसमचतुर्भुजे कर्णस्य समकोणसमचतुर्भुजस्य समे भवत[1] इत्युपपन्नम् ।

पुनः प्रकारान्तरम् ।

यदैकभुजचतुर्भुजं द्वितीयभुजचतुर्भुजे पातनीयं भवति तदा पूर्वोक्तप्रकारेण क्षेत्रमुत्पाद्यम्। पुनर्वकं वहतुल्यं कार्यम्। कलहलरेखे वझवदसमानान्तरे कार्ये क्रमेण। पुनस्तथा वर्द्धनीये यथा लचिह्ने संपातं करिष्यतः । तदा कलरेखा दहरेखायां मचिह्ने मिलिष्यति ।

अथ[2] त्रयाणां त्रिभुजानां साम्यात् हलअजयोः साम्यात्[3] कोणानां साम्याच्च हलमत्रिभुजं जअनत्रिभुजं परस्परं[4] समानं जातमिति निश्चितम् । पुनर्दकहझसमत्वेन दकमत्रिभुजं हझनत्रिभुजमन्योन्यसममिति निश्चितम् । तदा दवहत्रिभुजमलहत्रिभुजयोर्योगः वलचतुर्भुजहनझत्रिभुजयोगोऽस्ति । अयं योगो बनजत्रिभुजेन समः । दवहत्रिभुजं प्रथमयोगेन युक्तं कार्यं[5] तदबत्रिभुजं द्वितीयेन[6] योज्यं हदतनक्षेत्रं द्वयोर्योगयोर्युक्तं[7] कार्यं यदि अबं अजादधिकं स्यात्। यदि न्यूनं तदैकं खण्डं पूर्वयोगे योज्यं द्वितीयं खण्डं न्यूनं कार्यम् । तदा वलचतुर्भुजं वतचतुर्भुजं च दजचतुर्भुजेन समानं जातमिति सिद्धम्[8] ॥





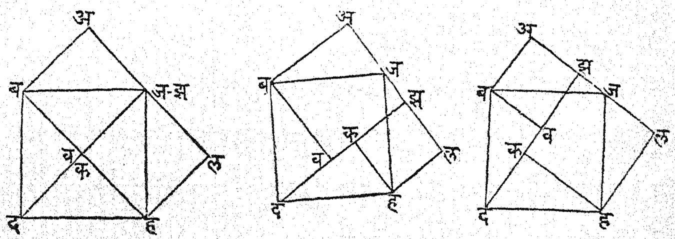
---

१ स्तः D. K. २ एवं A. B. ३ समत्वाच्च D. ४ मिथः D. ५ योज्यते A. B. ६ चेद्योज्यते A. B. ७ °श्चेद्योज्यते A. B. ८ D. K. omits इति सिद्धम्.

पुनः प्रकारान्तरम् ।

तत्र यथाकर्णचतुर्भुजं त्रिभुजे न पतति एकभुजस्य च चतुर्भुजं त्रिभुजे पतति तथा क्षेत्रं कार्यम् ।

यथा **अब**भुजस्य **अझवब**चतुर्भुजं त्रिभुजे पतितं[1] तदा **झ**चिह्नं **ज**चिह्ने पतिष्यति यदि भुजद्वयं समं स्यात् । यदि भुजद्वयं न्यूनाधिकं स्यात् तदा **झ**चिह्नं **अज**भुजे पतिष्यति वा बहिः पतिष्यति । पुनर्**दव**-रेखा कार्या । तत्र पूर्वोक्तप्रकारेण निश्चीयते[2] **दवझ** एकासरला रेखा जातेति[3] । पुनः **ह**चिह्नात् तद्रेखायां **अझ**रेखायां च **हक**लम्बो **हल**लम्बश्च उत्पाद्यः । तदा **हकवब** एका सरला रेखा भविष्यति यदि भुजद्वयं समं स्यात् । यदि न्यूनाधिकं स्यात् तदा **हक**लम्बो **झववद**मध्ये भविष्यति । पुनश्चतुस्त्रिभुजसमत्वेन **हकहल**समत्वेन च इदं[4] निश्चितं **कल**क्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं **अज**भुजस्य[5] जातमिति । पुनः **अबज**-त्रिभुज**लजह**त्रिभुजयोर्योगस्य **कदह**त्रिभुज**वबद**त्रिभुजयोगसमत्वेन शेषक्षेत्रद्वययोगेन इदं निश्चितं[6] जातं द्वयोर्भुजयोश्चतुर्भुजे कर्णचतुर्भुजेन समे स्तः ॥



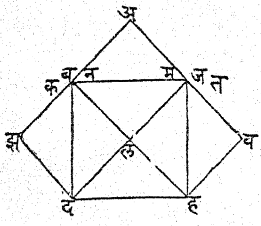
पुनः प्रकारान्तरम् ॥

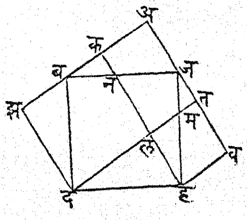
तत्र[7] कस्यापि भुजस्य चतुर्भुजं त्रिभुजोपरि न पततीतीष्टं यदा तदा त्रिभुजं कार्यम् । कर्णस्य चतुर्भुजं च कार्यम् । भुजद्वयं वर्द्धनीयं च ।

---

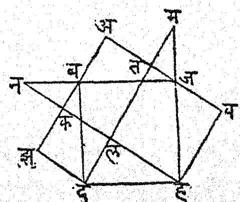
१ पातितं B. २ A. B. omit it. ३ A. B. add निश्चिता after it. ४ सिद्धं A. B. ५ °स्यास्ति D. K. ६ निश्चीयते D. K. ७ यद्देदमिष्टं D. K.

पुनर्दचिह्नात् हचिह्नात् दझलम्बो हवलम्बश्च तद्वयोपर्युत्पाद्यः । दत-रेखा हकरेखा भुजयोः समानान्तरा कार्या । एतद्वयं लचिह्ने संपातं





करिष्यति जहरेखायां जबरेखायां मचिह्ने नचिह्ने च संपातं करिष्यति । तदा बकनचिह्नानि एकत्र मिलितानि स्युः जतमचिह्नानि चैकंभूमिलितानि स्युः यदि भुजद्वयं समं स्यात् । एतच्चिह्नत्रयेण त्रिभुजं स्यात् यदि न्यूनाधिकं भुजद्वयं स्यात् । पुनः अबजत्रिभुजझदबत्रिभुज-लदहत्रिभुजवजहत्रिभुजानां समत्वं निश्चितम् । पुनर्झलक्षेत्रं लवक्षेत्रं च भुजद्वयस्य समकोणसमचतुर्भुजं जातम् । बकजतयोः समत्वेन कोणानां समत्वेन च बकनत्रिभुजजतमत्रिभुजे समे जात इति निश्चितम् ।



अनेनैव प्रकारेण दमहत्रिभुजं हनजत्रिभुजं सममस्ति । मलहत्रिभुजं क्षेत्रद्वये हीनं चेत् क्रियते तदा शेषं नलमजक्षेत्रं दलहत्रिभुजेन समं स्यात् । जवहत्रिभुजेनापि समं स्यात् । मवहतक्षेत्रबकनत्रिभुजयोगस्यापि समानः स्यात् । दलहत्रिभुजं दझबत्रिभुजं चैते समे पूर्वक्षेत्रद्वयेन योज्यते । पुनर्नबदलक्षेत्रं मलहत्रिभुजं च पूर्वक्षेत्रद्वयेन योज्यते तदा कर्णस्य चतुर्भुजं भुजद्वयस्य चतुर्भुजेन समं स्यात् ॥

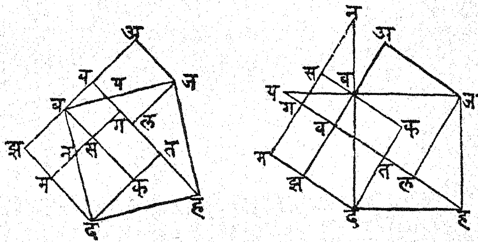
पुनरपि प्रकारान्तरम् ।

अस्मिन्नेव प्रकारे एकभुजस्य चतुर्भुजं द्वितीयोपरि पतिष्यति तदा भुजद्वयं समं चेत्तर्हि स्पष्टमेव । यदि भुजद्वयमधिकं न्यूनं वा तदा

---

[1] चैकत्र A. B.

अबभुजो वर्द्धनीयः । अस्मिन् दचिह्नात् हचिह्नात् दझलम्बहवलम्बौ कार्यौ । हवरेखा बजरेखा च यचिह्ने संलग्ना कार्या । पुनर्दचिह्नात् दतलम्बो हवरेखायां बचिह्नात् बकलम्बः



दतरेखायां जचिह्नात् जललम्बः हवरेखायां च कार्याः । पुनर्दमं दकतुल्यं झदिशि कार्यम् । मनसगरेखा दकसमानान्तरा कार्या । इयं रेखा दबरेखायां नचिह्ने बकस्य सचिह्ने हवस्य गचिह्ने संपातं करिष्यति । ततो अबजत्रिभुजं लहजं तहदं झदवं दबकं एतानि समानानीति निश्चितम् ।

पुनः कमक्षेत्रं झतक्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं भुजद्वयस्यास्ति । पुनः मदजलयोः समत्वेन कोणानां समत्वेन च मदनत्रिभुजं लजयत्रिभुजं च परस्परं समानं जातमिति निश्चितम् । पुनर्बसबवयोः साम्येन कोणानां सामान्येन च बनसत्रिभुजं बवयत्रिभुजं परस्परं समानं जातम् । तदा मनदत्रिभुजबदकत्रिभुजयोर्योगः मकचतुर्भुजबवयत्रिभुजयोगोऽस्ति । अयं योगो हजयत्रिभुजेन समानोऽस्ति । पुनर्झदबत्रिभुजं प्रथमेन युक्तं क्रियते तदहत्रिभुजं च द्वितीयेन युक्तं[1] कार्यम् । बदतयक्षेत्रं द्वयोर्युक्तं[2] कार्यं यदि अबमजादधिकं स्यात् । न्यूनं चेत्तर्हि एकं खण्डं योज्यं द्वितीयं न्यूनं कार्यम् । तदा मकक्षेत्रं झतक्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं बहक्षेत्रेण समकोणसमचतुर्भुजेन सममित्युक्तप्रकारेषु अन्येऽपि प्रकाराः संभवन्ति ते विस्तरभयादुपेक्षिताः ॥

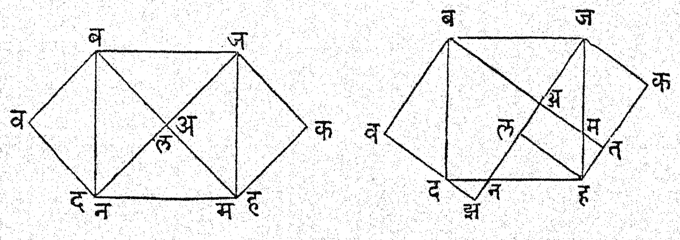
पुनः प्रकारान्तरम् ।

यदि भुजानां चतुर्भुजानि स्वस्वभुजोपरि पतन्ति तदाष्टधा क्षेत्रसंस्था

१ चेद्युक्तं क्रियते A. B. २ चेद्द्वयोर्योजनीयं A. B.

स्यात्। तद्यथा। प्रथमप्रकारे यथा कर्णस्य चतुर्भुजं त्रिभुजे पतति तादृशं क्षेत्रं कृत्वा **बअजअ**भुजौ वर्द्धनीयौ यथा कर्णचतुर्भुजे **म**चिह्ने **न**चिह्ने च संपातं करिष्यतः। **म**चिह्नं **न**चिह्नं च **ह**चिह्ने **द**चिह्ने क्रमेण पतिष्यति यदि भुजद्वयं समानं स्यात् । अथवा भुजद्वयोपरि पतिष्यति यदि न्यूनाधिकं स्यात्। पुनः **द**चिह्नात् **ह**चिह्नात् **दझ**लम्बो **हत**लम्बः उभयोरुपर्युत्पाद्यः। पुनरेतद्द्वयं वर्द्धनीयम् । **ब**चिह्नाज्ज**चिह्नात् **बव**लम्बो **जक**लम्बश्च कार्यः। यथा **व**चिह्ने **क**चिह्ने मिलति। यदा भुजद्वयमधिकं न्यूनं स्यात् तदा **बअ**भुजः **अजा**भुजादधिकः कल्पितः। पुनर्हचिह्नात् **हल**लम्बो **जझ**रेखोपरि कार्यः । अयं लम्बः **अ**चिह्नात् अन्यत्र पतिष्यति यदा भुजद्वयं न्यूनाधिकं स्यात् । यदा द्वौ भुजौ समानौ स्यातां तदा **अ**चिह्ने पतिष्यति।

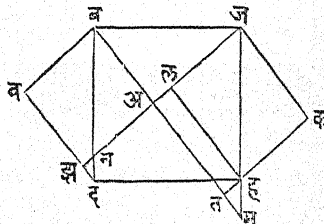
पुनः[1]**लक**ं **अव**क्षेत्रं च समकोणसमचतुर्भुजं स्यात्[2] **बद**[3]रेखावर्गतुल्यं च यदा भुजद्वयं समं स्यात्। यदा न्यूनाधिकं स्यात् तदा **अक**क्षेत्रं **अव**क्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं भविष्यति। **लक**क्षेत्रं च समकोणविषमचतुर्भुजं भविष्यति । पुनः **अबज**त्रिभुजं **कहज**त्रिभुजं **लहज**त्रिभुजं **वबद**त्रिभुजं चैतानि समानानि स्युः । पुनः **अजम**त्रिभुजं **लहन**त्रिभुजं च समानं कोणसमत्वात् **अज**भुज**लह**भुजयोः समत्वाच्च। तदा **जमहनौ** समौ भविष्यतः । **महनदौ** च समानौ स्याताम्।



हमतत्रिभुजं **दनझ**त्रिभुजं च समानं भविष्यति । पूर्वं **अजम**त्रिभुजं **लहन**त्रिभुजं सममासीत्। अस्मिन् द्वये **लअहम**क्षेत्रं योज्यते तदा

१ °र्लकअबक्षेत्रे A. B. २ °जे स्यातां A. B. ३ बह A. B. K.

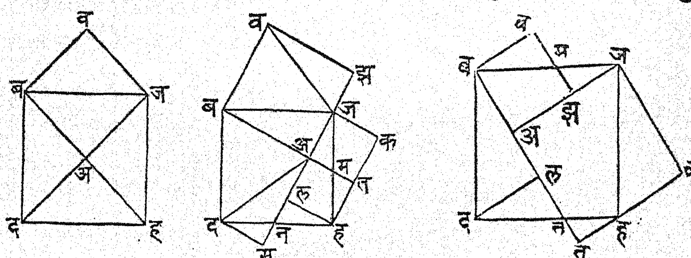
नअमहक्षेत्रं **लहज**त्रिभुजसमं स्यात्। **हजक**त्रिभुजस्यापि समं स्यात्। **मजकत**क्षेत्र**नदझ**त्रिभुजयोगस्यापि समं स्यात्। अस्मिन्द्वये **अबज**-त्रिभुजं **वबद**त्रिभुजं योज्यते तदा **नअमह**क्षेत्र**अबज**त्रिभुजयोगः **मजकत**क्षेत्र**दनझ**त्रिभुज**वबद**त्रिभुजयोगसमो जातः। पुनरुभयो-र्**वबअन**क्षेत्रेण **अजम**त्रिभुजेन च योगः कार्यः। तत्र प्रथमात् **वह**वर्गो भविष्यति द्वितीयात् **अवअकौ** द्वौ स-मकोणचतुर्भुजौ भवतः। इष्टं च स्यात्।



अनेनैव प्रकारेण **बअ**न्यूनत्वेऽपि स्यात्।

पुनः प्रकारान्तरम्॥

यदा कर्णस्य चतुर्भुजं **अव**संज्ञैकचतुर्भुजं च त्रिभुजोपरि पतति भुजद्वयं समं च स्यात् तदा मदिष्टं प्रकटमेवं। कुतः। उत्पन्नत्रिभु-



जानां समत्वात्। एतेषु त्रिभुजद्वययोगः भुजवर्गतुल्यः। चतुर्णां त्रिभु-जानां योगः कर्णवर्गतुल्यो भवति।

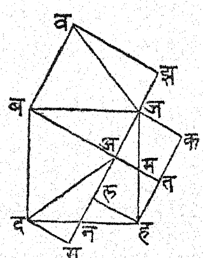
यदि **अबं अजा**दधिकं स्यात् तदा तस्य चतुर्भुजं कार्यम्। **जअ**-रेखा वर्द्धनीया। यथा **दह**भुजे **न**चिह्नं स्पृष्ट्वा बहिर्गच्छति तथा कार्या। **द**चिह्नात् **ह**चिह्नात् **दस**लम्बो **हल**लम्बस्तस्यां रेखायां कार्यः। **जे**चिह्नात् **जक**लम्बः **अज**रेखायां कार्यः। पुनर्**हे**चिह्नात् **हक**लम्बः

---

१ °वोत्पन्नं त्रिभुजानां समत्वात् A. B. २ **ज**चिह्ने **क**चिह्नात् **जक**लम्बः &. A. B.

जकलम्बोपरि[1] कार्यः । पुनर्बअरेखा वर्द्धनीया यथा जहभुजे मचिह्नं स्पृष्ट्वा अस्मिँल्लम्बे तच्चिह्ने मिलति । अकक्षेत्रं समकोणचतुर्भुजमस्तीति पूर्वोक्तप्रकारवत् निश्चितम् ।

पुनर्जवरेखा दअरेखा च कार्या । अजहलयोः समत्वात् अजमकोणलहनकोणयोः समत्वाच्च अमजत्रिभुजं लहनत्रिभुजं समानं जातमिति निश्चितम् । पुनरुभयोर्[2]लअमहक्षेत्रयोगादिति[3] निश्चितं नअमहक्षेत्रं लजह त्रिभुजेन समानमस्ति । हजकत्रिभुजेनापि समानम् । पुनर्जमहनयोः समत्वात् महनदशेषौ समानौ जाताविति निश्चितम् ।

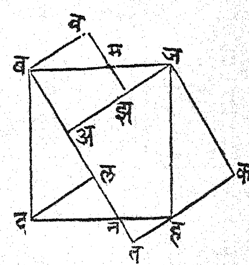


अस्माद्[4]भुजसमत्वात् कोणयोः साम्याच्च दसनत्रिभुजहमतत्रिभुजयोः समानत्वं जातमिति निश्चितम् । पुनर्दबअकोणजबवकोणयोः समानत्वात् बदवजयोः समानत्वाच्च बवबअयोः समानत्वात् दबअत्रिभुजजबवत्रिभुजयोः समानत्वं निश्चितम् । पुनर्दअसकोणजवझशेषकोणयोः समानत्वात् सझकोणयोः समकोणत्वेन पुनः अदभुजवजभुजयोः समानत्वेन अदसत्रिभुजजवझत्रिभुजयोः समानत्वं निश्चितम् । पुनर्दबअसौ जबवझयोः समानौ दसनत्रिभुजं हमतत्रिभुजेन समानं स्थितं तदा दबअनक्षेत्रं हमतत्रिभुजमनयोर्योगः जबवझक्षेत्रेण समानः । पुनः मजतकक्षेत्रं द्वयोर्युक्तं कार्यम् । तदा दबअनक्षेत्रं हजकत्रिभुजतुल्य[5]नअमहक्षेत्रमेतद्द्वयं वा तत्तुल्यं दबमहक्षेत्रमपि जबवझक्षेत्रमजकतक्षेत्राभ्यां समानमस्ति । पुनर्बमजत्रिभुजं द्वयोर्युक्तं कार्यम् । तदा कर्णवर्गः भुजद्वयवर्गसमः स्यात् ।

यदा अबभुजः अजादूनोस्ति तदा न्यूनभुजो वर्द्धनीयः यथा

---

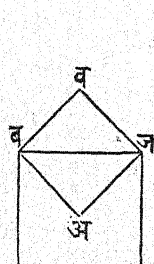
१ एतल्लम्बोपरि A. B. २ A. B. omit उभयोः. ३ °योगान्निश्चीयते A. B. ४ A. B. omit भुजसमत्वात्. ५ °हजकत्रिभुजं नअमहक्षेत्रमपि एतेषां योगरूपं दबमहक्षेत्रं A. B.

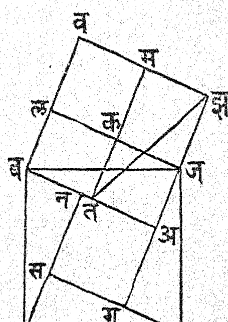


दहरेखायां नचिह्नलग्नं सत् बहिर्गच्छति दचिह्नात् हचिह्नाच्च अस्योपरि दललम्ब-हतलम्बौ कार्यौ । तहरेखा च वर्द्धिता कार्या । जचिह्नात् अस्योपरि जकलम्बः कार्यः । तदेति निश्चितं अबजत्रिभुजं कहजत्रिभुजं दलबत्रिभुजं च समानमस्ति । पुनः अकक्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजमस्ति । दलनत्रिभुजं बवमत्रिभुजं च समानमस्ति । पुनर्नहमजौ समौ स्तः । पुनर्नतहत्रिभुजं मजझत्रिभुजं च समानमस्ति । पुनर्बदनत्रिभुजमझजत्रिभुजयोर्योगः कहजत्रिभुजनतह-त्रिभुजबवमत्रिभुजानां योगेन तुल्यः । पुनः शेषक्षेत्रं द्वयोर्युक्तं कार्यम् । तदा कर्णवर्गः भुजद्वयवर्गतुल्यः स्यात् ।

पुनः प्रकारान्तरम् ।

त्रयाणां भुजानां चतुर्भुजानि त्रिभुजे पतन्ति । यदा भुजद्वयं समानं स्यात् तदा भुजद्वयस्य चतुर्भुजे समाने स्यातामिष्टं च प्रकटीभविष्यति । यदा चैको भुजो न्यूनाधिकोऽस्ति यथा अबं अधिकमस्ति तदा



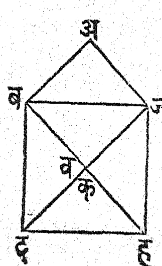


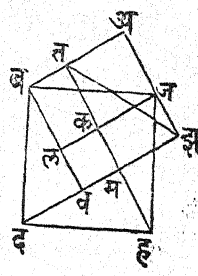
पूर्वोक्तप्रकारेण चतुर्भुजं कार्यम् । जकरेखा लचिन्ह-पर्यन्तं वर्द्धनीया । तकरेखा मचिन्हपर्यन्तं च कार्या । दचिन्हात् दनलम्बः अब-रेखायां कार्यः । हचिन्हात् हसलम्बः दनरेखायां कार्यः। जअरेखा च वर्द्धनीया यथा हसरेखायां गचिन्हे लग्ना स्यात् । तदा जदचतुर्भुजस्य चत्वारि त्रिभु-

जानि समानि उत्पत्स्यन्ते। [1]तानि च पूर्वोक्तप्रकारेण समानि स्युः। नगचतुर्भुजं शेषं स्यात्। एतच्च अबअजभुजयोरन्तरवर्ग एव। पुनस्तझरेखा कार्या। तदा अलक्षेत्रस्य अमक्षेत्रस्य च चत्वारि त्रिभुजानि भविष्यन्ति। [2]पूर्वोक्तचतुर्णां त्रिभुजानां समानि स्युः। शेषं कवचतुर्भुजं नगचतुर्भुजस्य समं स्यात्। तदा जदचतुर्भुजं अबचतुर्भुजस्य अकचतुर्भुजस्य समानमस्तीति निश्चितम्। [3]इदमेवेष्टम्॥

प्रकारान्तरम्।

भुजद्वयस्य चतुर्भुजं त्रिभुजे पतति कर्णस्य चतुर्भुजं न पतति। यदा भुजद्वयं समानं चेत् तदा पूर्वोक्तप्रकार एव पर्यवसन्नः। यदा अबभुजोऽधिकोऽस्ति तदा चतुर्भुजं कार्यम्। वदरेखा कार्या। कहरेखा च कार्या। तत्र





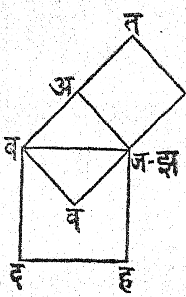
दवझरेखा सरला एका रेखा जातेति निश्चितम्। हकतरेखाप्येका सरलास्ति। पुनर्जकरेखा वर्द्धनीया लपर्यन्तम्। तदा जदचतुर्भुजस्य चत्वारि त्रिभुजानि भविष्यन्ति। मध्ये कवचतुर्भुजं च भविष्यति। पुनः तझरेखा कार्या। तदा अलक्षेत्रस्य अमक्षेत्रस्य च चत्वारि त्रिभुजानि समानि भविष्यन्ति। उपरितनचतुर्णां त्रिभुजानामपि समानि भविष्यन्ति। कवचतुर्भुजं द्वयोर्योज्यते तदेष्टं स्फुटं स्यात्।

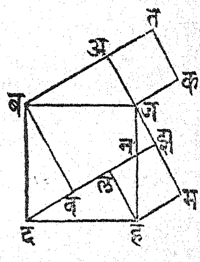
पुनः प्रकारान्तरम्।

एकभुजस्य चतुर्भुजं त्रिभुजे पतति। यदा भुजद्वयं समानं स्यात् तदा स्पष्टमेव। यदि अबं अधिकं स्यात् तदा चतुर्भुजं कार्यम्। दवरेखा लम्बा कार्या। तदा दवझरेखा सरलैका रेखा जातेति निश्चितम्।

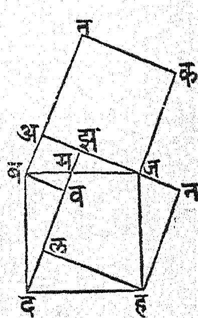
१ A. B. add this sentence. २ A. B. read this sentence as समानि च स्युः. ३ D. omits this.

पुनः अजरेखा वर्द्धनीया। तस्यां हचिह्नात् हमलम्बः कार्यः। हललम्बश्च दझोपरि कार्यः। अबजत्रिभुजं वबदत्रिभुजं लदहत्रिभुजं मजहत्रिभुजं चैतानि समानि जातानि। लमचतुर्भुजमकचतुर्भुजस्य समानमस्ति। पुनर्लहनत्रिभुजं दलहत्रिभुजेन जमहत्रिभुजेन च युक्तं कार्यम्। तदा दनहत्रिभुजं लमचतुर्भुजजनझत्रिभुजयोगेन अकचतुर्भुजेनापि जनझत्रिभुजयुक्तेन समानं जातम्। बदवत्रिभुजं प्रथमेन युक्तं कार्यम्। अबजत्रिभुजं द्वितीयेन युक्तं कार्यम्। शेषक्षेत्रं द्वाभ्यां युक्तं कार्यम्। तदेष्टमसदीयं प्रकटं स्यात्।





पुनर्यदा अबं न्यूनं स्यात् तदा चतुर्भुजं कार्यम्। दवरेखा लग्ना कार्या। पूर्वोक्तप्रकारेणैवेदं निश्चीयते दहजमक्षेत्रं झजमत्रिभुजेन सार्द्धं अकचतुर्भुजेन समानमस्ति। पुनः बदमत्रिभुजं अवचतुर्भुजेन मजझत्रिभुजेन समानमस्तीतीष्टं प्रकटं जातम्॥

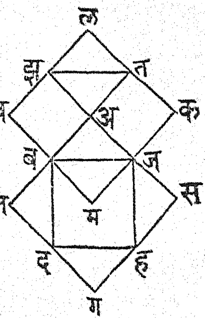


पुनः प्रकारान्तरम्।

कस्यापि भुजस्य चतुर्भुजं त्रिभुजे न पतति तथा चतुर्भुजं कार्यम्। वझरेखाकतरेखे दीर्घे कार्ये यथा लचिह्नलग्ने स्याताम्। पुनर्वबरेखा कजरेखा दीर्घा कार्या मचिह्नलग्ना स्यात्। तदा कवचतुर्भुजं भुजद्वययोगस्य चतुर्भुजं जातम्। पुनः अबरेखा अजरेखा वर्द्धनीया।

---

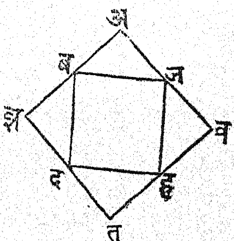
१ युक्तं सत् A. B.



दचिह्नात् हचिह्नात् द्वयोरुपरि दनलम्बः हसलम्बश्च कार्यः। पुनर्लम्बौ वर्द्धनीयौ यथा गचिह्ने लग्नौ स्तः। अबजत्रिभुजं नदबत्रिभुजं गदहत्रिभुजं सहजत्रिभुजं चैतानि समानि स्युः। नसचतुर्भुजं वकचतुर्भुजेन समानम्। पुनर्झतरेखा कार्या। झलतत्रिभुजं झअतत्रिभुजं बअजत्रिभुजं बमजत्रिभुजं चैतानि चत्वारि समानि जातानीति निश्चितम्। पूर्वोत्पन्नानां चतुर्णां त्रिभुजानामपि समानि। एतच्चतुष्टयं द्वाभ्यां चतुर्भुजाभ्यां शोध्यम्। शेषं वअचतुर्भुजं अकचतुर्भुजं बहचतुर्भुजस्य समानमस्ति। इदमेवास्मदिष्टम्। एवमष्टौ प्रकारा उपपन्नाः॥

पुनः प्रकारान्तरम्।

कर्णस्य चतुर्भुजं तथा कार्यं यथा त्रिभुजे न पतति। अबअजभुजौ च



वर्द्धनीयौ। दचिह्नात् हचिह्नात् द्वयोरुपरि दझलम्बः हवलम्बश्च कार्यः। पुनर्लम्बौ वर्द्धनीयौ यथा तचिह्ने लग्नौ स्तः। तदा अतचतुर्भुजं भुजद्वययोगस्य चतुर्भुजं जातम्। चत्वारि त्रिभुजानि च समानि जातानि। यः कश्चिदपि त्रिभुजद्वययोगो भुजयोर्घातसमो भवति। चतुर्णां[1] योगः भुजद्वयघातद्विगुणोऽस्ति। अयमतचतुर्भुजात् भुजद्वययोगवर्गात् भुजद्वयद्विगुणघातयोगरूपः शोध्यः। शेषं बहचतुर्भुजं भुजद्वयवर्गयोगसमं स्यात्। इदमेवास्मदिष्टम्॥

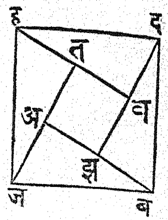
प्रकारान्तरम्।

कर्णस्य चतुर्भुजं त्रिभुजोपरि कार्यम्। दचिह्नात् दझलम्बः अबो-

---

१ A. and B. have चतुर्णां योगः अतचतुर्भुजात् शोध्यः। शेषं बहचतुर्भुजं०

परि कार्यः। हचिह्नात् हतलम्बो दझरेखायां कार्यः। जअभुजो वर्द्धनीयः तचिह्नपर्यन्तम्। भुजद्वयान्तर-वर्गरूपचतुर्भुजं मध्ये उत्पन्नम्।



एवं चत्वारि त्रिभुजानि समानि जातानि। एतेषां मध्ये यः कश्चित्त्रिभुजद्वययोगो भुजद्वयघातसमानोऽस्ति। चतुर्णां त्रिभुजानां योगः द्विगुणेन भुजद्वयघातेन समोऽस्ति। अयं भुजान्तरवर्गयुतः भुजद्वयवर्गसमः स्यात्। यतोऽस्मिन् वअचतुर्भुजं युक्तं क्रियते तदा दजचतुर्भुजं भुजद्वयवर्गयोगसमानं भवति॥

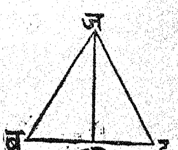
अथाष्टचत्वारिंशत्तमं क्षेत्रम्।

तत्र यदा त्रिभुजस्यैकभुजवर्गः शेषभुजद्वयवर्गसमानः स्यात् तदा शेषभुजद्वयमध्यकोणः समकोणः स्यात्।

यथा अबजत्रिभुजे बजवर्गः अबअजयोः वर्गयोगसमानस्तदा अः समकोणो जातः।

कुतः।

अदलम्बः अजरेखायां अबतुल्यः कार्यः। जदरेखा लग्ना कार्या। तदा दजवर्गजबवर्गौ समौ स्तः। दजजबौ समौ स्तः। तदा अबजत्रिभुज-अदजत्रिभुजयोः कोणौ[1] भुजौ च समौ स्याताम्।



तदा जअबकोणो जअदकोणेन समः स्यात्। तदा जअबः समकोणो भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्ट्यै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधाख्यातनाम्ना प्रणीते।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्यध्यायोऽध्येतृमोहापह इति विरतिं चादिमः संगतोऽभूत्॥

इति रेखागणिते प्रथमोऽध्यायः॥ १॥

---

1 °णा भुजाश्च समाः स्युः। A. B.

अथ द्वितीयोऽध्यायः प्रारभ्यते ॥

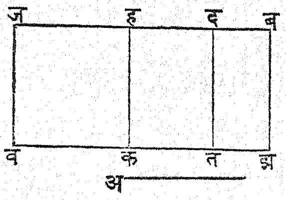
तत्र चतुर्दशक्षे[1]त्राणि सन्ति ।

तत्र रेखाद्वय[2]घातशब्देन समकोणचतुर्भुजक्षेत्रमुच्यते ।

तत्र प्रथमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखाद्वितीयरेखाघातः प्रथमरेखाया द्वितीयरेखाखण्डानां च घातेन तुल्यः स्यात् ।

यथा अरेखाबजरेखाघातः द्वितीयरेखायाः **बददहहजखण्डानां** अरेखायाः घातेन समानोऽस्ति ।



अत्रोपपत्तिः ।

पुनर्बझलम्बो बजरेखायां अतुल्यः कार्यः । समकोणबवचतुर्भुजं कार्यम् ।

एतत् क्षेत्रं अरेखाबजरेखाघातरूपं जातम् । पुनर्दतरेखा हकरेखा च बझरेखायाः समानान्तरा कार्या । एते द्वे रेखे अरेखासमे जाते । बतक्षेत्रं दकक्षेत्रं हवक्षेत्रं च अरेखाघातो बददहहजखण्डस्य जातः । एतेषां योगो बवक्षेत्रं भवति ।

प्रकारान्तरम् ।

बददहहजखण्डानां [3]योगो बजरेखा भवति । एतत्खण्डअरेखयोर्घातयोगः अरेखासैकलबजरेखाघात एव स्यात् ।

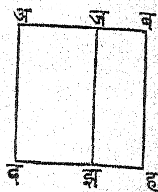
अथ द्वितीयं क्षेत्रम् ।

[5]तत्र रेखा स्वखण्डैः पृथक् गुणिता तद्योगः रेखावर्गसमः स्यात् ।

---

१ शकलानि K. २ °घातेन K. ३ योगेन A. B. °संपूर्ण D. K.
५ तत्र रेखा निजखण्डगुणा सती रेखावर्ग एव स्यात् । A. B.

यथा अबरेखा अजजबखण्डाभ्यां गुणिता तद्योगो[1] अबवर्गतुल्यो भवति ।



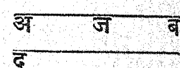
उपपत्तिः[2] ।

अबरेखोपरि अहसमकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं कार्यम् । जझरेखा अदरेखायाः समानान्तरा कार्या । [3]अदरेखा अबरेखा च समानास्ति । अझक्षेत्रं जहक्षेत्रं च अ[4]बरेखातुल्याया अदरेखाया अजजबयोर्घातोऽस्ति ।

एतत्क्षेत्रद्वययोग एव अबरेखाया वर्गः । इदमेवेष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ॥

दरेखा अबरेखातुल्या कार्या । तदा दरेखाघातः अबरेखा[5]घातः अबरेखावर्गोऽस्ति । अयं दरेखाअबरेखाखण्डयोर्घाततुल्यो जातः ॥



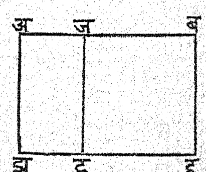
अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखानिजैकखण्डघातः ख[6]ण्डघातगुणरूपखण्डवर्गयोगतुल्यो भवति ।

यथा अबरेखाबजरेखाघातः बजवर्गअजजबघातयोगतुल्योऽस्ति ।

कुत[7]ः ।

बजरेखोपरि जहसमकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । अदक्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । तदा अझरेखा जदरेखापि जबरेखासमास्ति । तदा अहक्षेत्रं अबबजयोर्घाततुल्यमस्ति । इदमेव क्षेत्रं जबवर्ग-



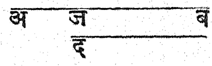
---

१ अबवर्गतुल्या स्यात् । A. B. २ D. K. have पुनः for उपपत्तिः. ३ A. B. omit this sentence. ४ अबरेखातुल्यअदरेखाघातअजजबखण्डरेखयोर्घाततुल्योऽस्ति । A. B. ५ रेखायां A. B ६ रेखायाः खण्डद्वयोर्घाततत्खण्डवर्गयोगतुल्यो भवति । A. B. ७ अत्रोपपत्तिः A. B.

समजहक्षेत्रअजजबघातसमअदक्षेत्रयोर्योगतुल्यम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।

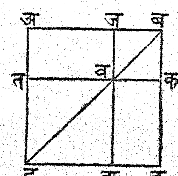
दरेखा जबरेखातुल्या कल्प्या । दरेखाअबरेखयोर्घातः अबरेखाबजरेखयोर्घातः । अबरेखाबजरेखयोर्घातोऽपि दरेखाअजरेखाघातदरेखाजबरेखाघातयोर्योगेन समः । द्वयोर्घातयोर्मध्ये एको घातः अजजबयोर्घातोऽस्ति द्वितीयो जबवर्गोऽस्ति ॥



अथ चतुर्थं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखावर्गः स्वखण्डयोर्वर्गयोगेन द्विगुणतत्खण्डघातयुतेन समो भवति ।

यथा अबरेखायाः जचिह्ने खण्डद्वयं कृतमस्ति । अस्यां अबरेखायां अहसमकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । जझरेखा अदरेखासमानान्तरा कार्या । बदरेखा लम्बा कार्या । इयं रेखा जझरेखायां वचिन्हे संपातं करिष्यति । वचिन्हात् वतकरेखा अबरेखासमानान्तरा कार्या । तदा जवबकोणः अदवकोणेन समः स्यात् । अदवकोणः अबदकोणेन समोऽस्ति । तदा जवरेखा जबरेखासमाना जाता । तदा जकक्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं जातम् । इदमेव बजरेखाया वर्गः ।



अनेनैव प्रकारेण तझक्षेत्रं अजरेखाया वर्गः । अवक्षेत्रं अजजबरेखयोर्घाततुल्यमस्ति । वहक्षेत्रमेतत्क्षेत्रसमानमस्ति । तदा अबवर्गरूपं अहक्षेत्रं अजरेखावर्गसमं तझक्षेत्रं जबरेखावर्गसमं जकक्षेत्रं अजजबघातसमं अवक्षेत्रं अजजबघातसमं वहक्षेत्रं चैतेषां चतुर्णां योगतुल्यमस्ति । इदमेवास्माकमभीष्टम् ॥

अथ द्वितीयः प्रकारः ।

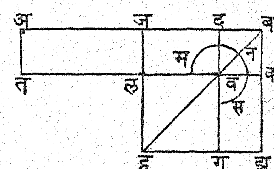
अबअजयोर्घातः अजवर्गस्य अजजबघातयोर्योगस्य च तुल्योऽस्ति ।

पुनः अबबजयोर्घातः बजवर्गअजजबयोर्घाततुल्यः । तदा अब-अजयोः अबबजयोर्घातयोगः अबवर्गरूपः अजवर्गेण जबवर्गेण च अजजबयोर्द्विगुणघातेन तुल्योऽस्ति ॥

अथ पञ्चमं क्षेत्रम् ।

अभीष्टरेखायाः खण्डद्वयं समानं पुनस्तस्या[1] एव खण्डद्वयं न्यूनाधिकं यदा भवति तदा खण्डद्वयघात[2] एकखण्डरेखार्द्धान्तरवर्गयुक्तोऽर्द्धरेखावर्गेण तुल्यो भवति ।

यथा अबरेखा जचिह्ने अर्द्धिता कृता दचिह्ने खण्डद्वयं च कृतं तदा अददबयोर्घातजदवर्गयोगो जबवर्गेण तुल्यो भवति ।



अत्रोपपत्तिः ।

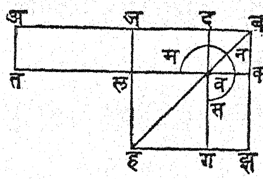
जबरेखोपरि दबरेखोपरि जझक्षेत्रं दकक्षेत्रं च समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । बहकर्णः कार्यः । दवरेखा कवरेखा च दीर्घा कार्या गचिह्नलचिह्नपर्यन्तम् । तचिह्नपर्यन्तमपि जतक्षेत्रं पूर्णं कार्यम् । तदा जवक्षेत्रं वझक्षेत्रं च समानमस्ति । दकक्षेत्रं द्वयोर्युक्तं कार्यम् । तदा जकक्षेत्रं जतक्षेत्रमपि दझक्षेत्रस्य समानं स्यात् । पुनर्जवक्षेत्रं द्वयोर्युक्तं क्रियते । तदा अवक्षेत्रं मनसक्षेत्रसमानं स्यात् । पुनर्लग-क्षेत्रं द्वयोर्युक्तं क्रियते । तदा अददबघातसमअवक्षेत्रजदवर्गसम-लगक्षेत्रयोर्योगः जबवर्गसमजझक्षेत्रतुल्यो जातः । इदमेवास्माक-मिष्टम् ।

पुनः प्रकारान्तरम् ।

अददबयोर्घातो जबदबघातरूपअजदबघातजददबघाततुल्यो-ऽस्ति । पुनरुभयोः समयोर्घातयोर्जदवर्गो युक्तः कार्यः । अनेन किं

---

१ कार्यं खण्डद्वयं च न्यूनाधिकं कार्यं D. K. २ °घात एकखण्डार्द्धरेखा-न्तरवर्गयोर्योगः A. B.



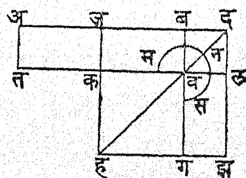
जातम् । अदद्बघातो जद्वर्गोऽनयोर्योगो जबदबघातो जददबघातो जद्वर्गश्चैतेषां त्रयाणां योगेन समः । पुनर्जददबघातो जद्वर्गोऽनयोर्योगो जबजदघातेन तुल्यः । पुनर्जबजदघातो जबदबघातोऽनयोर्योगो जबवर्गेण समः । तदा अददबघातो जद्वर्गोऽनयोर्योगो जबवर्गेण समानो जातः ।

अथ षष्ठं क्षेत्रम् ।

तत्रैका रेखाऽङ्किता कार्या रेखायामभीष्टा रेखा योज्या रेखायोगोऽभीष्टरेखया गुण्यस्तत्र रेखार्द्धवर्गो युक्तः कार्यः अयं रेखार्द्धाभीष्टरेखायोगस्य वर्गेण समो भवति ।

यथा अबरेखा जचिह्नेऽङ्किता कृता । अस्यां बदरेखा योजिता । अथ अदबदयोर्घातो बजवर्गोऽनयोर्योगो जद्वर्गसमानो जातः ।

अत्रोपपत्तिः ।



जदोपरि बदोपरि जझक्षेत्रं बलक्षेत्रं समकोणं समचतुर्भुजं कृत्वा तत् क्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । जतक्षेत्रं जवक्षेत्रसमानं वझक्षेत्रस्यापि समानम् । जलक्षेत्रमुभयोर्युक्तं कार्यम् । अलक्षेत्रं मनसक्षेत्रेण समानं जातम् । पुनः कगक्षेत्रमुभयोर्युक्तं कार्यम् । अलक्षेत्रं अददलघातरूपमथवा अददबघातरूपं कगक्षेत्रं च जबवर्गसममनयोर्योगो जझक्षेत्रेण जद्वर्गरूपेण समानो जातः । इदमेवास्मदिष्टम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ॥

अदबदघातः अबबदघाततुल्यस्य द्विगुणजबबदघातस्य बदवर्गयुक्तस्य समानः । जबवर्ग उभयोः समयोर्युक्तः कार्यः । एतेन किं जातम् । अदबदघातो जबवर्गोऽनयोर्योगो द्विगुणजबबदघातो जबवर्गश्च बदवर्गश्चैतेषां योगेन तु जद्वर्गतुल्येन समानो जातः ॥

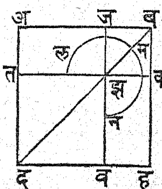
अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाया वर्गो रेखैक[1]खण्डवर्गश्चानयोर्योगो द्विगुणरे[2]खातत्खण्डघातो द्वितीयखण्डवर्गश्चानयोर्योगेन समः ।

यथा **अब**वर्ग**बज**वर्गयोर्योगः **अबबज**योर्द्विगुणघात**अज**वर्गयोर्योगेन समोऽस्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अबोपरि समकोणं समचतुर्भुजं कार्यम् । **बकं बज**तुल्यं कार्यम् । क्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । **अझ**क्षेत्रं **झह**क्षेत्रं समानमस्ति । **जक**क्षेत्रमुभयोर्योज्यम् । तदा **अक**क्षेत्रं **जह**क्षेत्रं समानं भविष्यति । अनयोर्योगः **अक**क्षेत्राद्द्विगुणोऽस्ति । अपि च **लमन**क्षेत्र**जक**वर्गयोगेन समानमस्ति । पुनस्त**व**क्षेत्रमुभयोर्योज्यम् । तदा **लमन**क्षेत्रं **जक**क्षेत्रं **तव**क्षेत्रमेतेषां योगोऽथवा **अह**क्षेत्रं **जक**क्षेत्रं **अब**वर्गेण **जब**वर्गेण क्रमेण सममनयोर्योगो द्विगुण**अबबज**घाततुल्यं द्विगुणं **अक**क्षेत्रं **अज**वर्गतुल्यं **तव**क्षेत्रमनयोर्योगेन समः । इदमेवास्माकमिष्टम् ।



पुनः प्रकारान्तरम् ॥

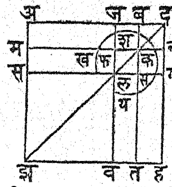
अबवर्गः **अज**वर्ग**जब**वर्गद्वि[3]घ्नखण्डघातयोगेन समः । पुन**र्जब**वर्ग उभयोर्योज्यः । तदा **अब**वर्ग**जब**वर्गयोर्योगो द्विगुण**जब**वर्गद्विगुण**अजजब**घात**अज**वर्गयोगेन समः । **जब**वर्ग**अजजब**घातयोगः **अबजब**घातेन समः । तदा **अबजब**वर्गयोर्योगो द्विगुण**अबजब**घात**अज**वर्गयोगसमः ॥

अथाष्टमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाया अभीष्टं खण्डद्वयं कार्यं रेखास्वकीयैकखण्डगुणा चतुर्गुणा चापरखण्डवर्गयुता सती रेखाप्रथमखण्डयोगवर्गतुल्या भवति ।

---

१ एकखण्ड° D. २ रेखातत्खण्डघातद्विगुणः A. B. द्विगुणो रेखातत्खण्डघातः K. ३ द्विघ्नअजजबघातयोगेन A. B.



यथा अबरेखा तस्याः खण्डद्वयमेकं जबं द्वितीयं अजम् । अबरेखायां जबतुल्यं बदं योज्यम् । अबजबघातश्चतुर्गुणः अजवर्गयुक्तः अदवर्गतुल्यो जातः।

अत्रोपपत्तिः ।

अदरेखायां अहक्षेत्रं समकोणं समचतुर्भुजं कार्यम् । दझकर्णः कार्यः । जवरेखा बतरेखा च अझरेखायाः समानान्तरा च कार्या यथा एतद्वयं दझरेखायां कलचिह्नयोः संपातं करिष्यति । पुनराभ्यां चिह्नाभ्यां कमनरेखा लसगरेखा अदरेखायाः समानान्तरा कार्या । जकक्षेत्रं बनक्षेत्रं फसक्षेत्रं कगक्षेत्रं चैतानि चत्वारि समकोणसमचतुर्भुजानि जातानि समानि स्युः । एतेषां योगः चतुर्गुणितजकक्षेत्रसमानः । पुनः अफक्षेत्रं मलं सहं लतं एतानि समानानि । एतेषां योगः चतुर्गुणितअफक्षेत्रसमः । तदा खशथक्षेत्रं चतुर्गुणितअकक्षेत्रसमानम् । अकक्षेत्रं तु अबबकघातरूपमस्ति । अबजबयोरपि घातोऽस्ति । अजवर्गतुल्यसवक्षेत्रेण युतं खशथक्षेत्रं अदवर्गतुल्यअहक्षेत्रेण समानं जातम् । इदमेवास्मदिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ॥

अबबजयोर्घातः अजजबघातजबवर्गयोगेन तुल्यः । चतुर्गुणअजजबघातः द्विगुणअजजदघातेन तुल्यः । चतुर्गुणजबवर्गो जदवर्गेण समानः । तदा चतुर्गुणअबजबघातो द्विगुणअजजदघातजदवर्गयोगेन तुल्यः । पुनः अजवर्ग उभयोर्योज्यः । तदा चतुर्गुणअबजबघातअजवर्गयोर्योगो द्विगुणअजजदघातअजवर्गजदवर्गयोगेन तुल्यः । योगस्तु अदवर्गोऽस्ति ।

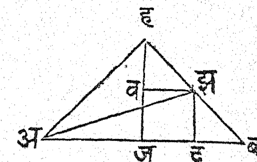
अथ नवमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाया अभीष्टं खण्डद्वयं कार्यं तत्र खण्डद्वयवर्गयोग एकखण्डरेखार्द्धयोरन्तरस्य द्विगुणवर्गेणार्द्धरेखाया द्विगुणवर्गयुतेन समानः ।

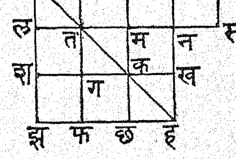
यथा अबरेखा जचिह्नोपरि अर्द्धिता कृता दचिह्नोपरि खण्डद्वयं कृतम् । तत्र अदवर्गदबवर्गयोगो द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोर्योगतुल्योऽस्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

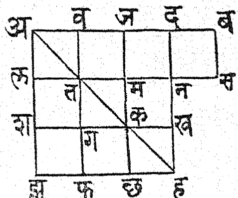
जचिह्नात् जहलम्बः अजरेखातुल्यः कार्यः । पुनः अहरेखा बहरेखा च कार्या । दचिह्नात् दझरेखा जहरेखायाः समानान्तरा कार्या । झचिह्नात् झवरेखा दजरेखायाः समानान्तरा कार्या । अझरेखा लग्ना कार्या । अजहत्रिभुजे बजहत्रिभुजे अजभुजबजभुजौ जहभुजेन समानौ स्तः । जचिह्नस्य कोणद्वयं समकोणमस्ति । अहजकोणः समकोणार्द्धो जातः । बहजकोणोऽपि समकोणार्द्धो जातः । अहझकोणः समकोणो जातः । एवं बदझत्रिभुजे बकोणः समकोणार्द्धमस्ति । बदझकोणः समकोणोऽस्ति । तदा बझदकोणोऽपि समकोणार्द्ध जातः । बदझदभुजौ समानौ जातौ । एवं हवझत्रिभुजे हवभुजझवभुजौ समानौ स्तः । अजहजयोः समत्वेन अहवर्गो द्विगुणअजवर्गेण समानो जातः । एवं हझवर्गो द्विगुणझववर्गेण समानो जातः । झववर्गस्तु जदवर्गतुल्योऽस्ति । तदा अहवर्गहझवर्गयोगः अझवर्गोऽस्ति । अयं अझवर्गः अदवर्गदझवर्गयोगतुल्योऽस्ति । अदवर्गदझवर्गयोगः अदवर्गदबवर्गयोगेन तुल्यः । एते सर्वेऽपि द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोगेन तुल्याः सन्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



प्रकारान्तरम् ॥



अदरेखायां बदरेखायां दझक्षेत्रं दसक्षेत्रं च समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । जवरेखा जदरेखायास्तुल्या पृथक्कार्या । अहरेखा कार्या । सनरेखा वर्द्धनीया लचिह्नपर्यन्तम् । वफरेखा जछरेखा च अझरेखायाः समानान्तरा कार्या । शगकखरेखा अबरेखायाः समानान्तरा कार्या ।



वलक्षेत्रं दसक्षेत्रं च समानं जातमिति निश्चितम् । दमक्षेत्रं जतं लगं शफं एतानि चत्वारि समानि । एवं नकक्षेत्रं खछं मगं कफं एतान्यपि समानानि । जशक्षेत्रखछक्षेत्रयोर्योगे पञ्चक्षेत्राणि सन्ति । तानि च अजवर्गजदवर्गयोगतुल्यानि । शेषाणि पञ्चक्षेत्राणि पूर्वपञ्चक्षेत्रसमानि सन्ति । एतानि दशक्षेत्राणि मिथो मिलित्वा दझवर्गदसवर्गयोगतुल्यानि सन्ति । तदा अदवर्गदबवर्गयोगो द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोगतुल्यो जातः । इदमेवास्मदिष्टम् ।

प्रकारान्तरम् ।

अजरेखायाः सकाशात् जहं जदतुल्यं पृथक्कार्यम् । तत्र द्विगुणअजजहघातअहवर्गयोर्योगः अजवर्गजहवर्गयोर्योगेन तुल्यः । तत्र जहं जदतुल्यं अहं

दबतुल्यमस्ति । तदा द्विगुणअजजदघातदबवर्गयोर्योगः अजवर्गजदवर्गयोर्योगेन तुल्योऽस्ति । पुनः अजवर्गजदवर्गयोर्योगो द्वयोर्योज्यते । तदा द्विगुणअजजदघातअजवर्गजदवर्गदबवर्गाणां योगः अदवर्गदबवर्गरूपोऽस्ति । अयं द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोगेन तुल्यो भवति ॥

दशमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखायामपररेखा युक्ता कार्या तत्र सर्वरेखाया वर्गो योज्यरेखावर्गयुतः पूर्वरेखार्द्धवर्गेण द्विगुणेनाऽवशिष्टरेखायोज्यरेखावर्गेण द्विगुणेन समानोऽस्ति ।

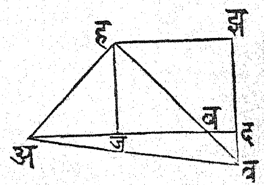
यथा अबरेखायां बदरेखायोगः कृतः । पुनः अबरेखा जचिह्ने अङ्किता कृता । तत्र अदवर्गबदवर्गयोर्योगो द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोगेन तुल्योऽस्ति ।

---

१ °या उपरि A. B. २ °खोपरि A. B. F.

अत्रोपपत्तिः ।

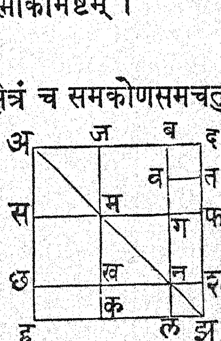
जचिह्नात् जहलम्बः अजतुल्यः कार्यः । अहरेखा हबरेखा च युक्ता कार्या । दचिह्नात् दझरेखा जहरेखाया समानान्तरा कार्या । हचिह्नात् हझरेखा जदरेखायाः समानान्तरा कार्या । एते रेखे झचिह्ने संलग्ने स्तः । हबरेखा झदरेखा दीर्घा कार्या यथा वचिह्ने संपातं करिष्यति । पुनः अवरेखा संयोज्या । अजहत्रिभुजे बजहत्रिभुजे च अजं बजं हजं एतानि समानि सन्ति । जस्य कोणद्वयं समकोणमस्ति तदा अहजकोणोऽर्द्धसमकोणोऽस्ति । बहजकोणश्चार्द्धसमकोणोऽस्ति । अहबकोणश्च समकोणो जातः । दजहकोणस्तु पूर्वमेव समकोण आसीत्तदा झहजकोणोऽपि समकोणो जात एव । पुनः बहझकोणः अर्द्धसमकोणो जातः । हझवकोणः समकोणो जातः । तदा झवहकोणो हझवत्रिभुजेऽपि अर्द्धसमकोणो जातः । तदा हझभुजवझभुजौ च समानौ जातौ ।



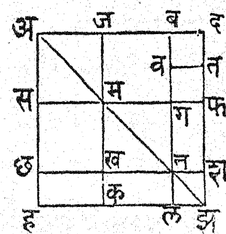
अनेनैव प्रकारेण बदभुजवदभुजौ बवदत्रिभुजे समानौ स्तः । पुनः अजहजयोः समत्वेन अहवर्गो द्विगुणअजवर्गेण तुल्यो जातः । पुनर्हववर्गो द्विगुणहझवर्गेण समानः । द्विगुणजदवर्गेणापि समानः । तदा अहवर्गहववर्गयोगः अववर्गतुल्यः । अयं अदवर्गदववर्गयोगस्य अदवर्गदबवर्गयोगस्यापि तुल्यः । अयं योगो द्विगुणअजवर्गद्विगुणजदवर्गयोर्योगेन तुल्यो जातः । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

पुनः प्रकारान्तरम् ॥

अदरेखोपरि बदरेखोपरि च दहक्षेत्रं दवक्षेत्रं च समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । तत्र अझकर्णः कार्यः । जचिह्नात् बचिह्नाच्च जकरेखा बलरेखा च अहरेखायाः समानान्तरा कार्या । मचिह्नात् नचिह्नात् मसफरेखा नछशरेखा अदरेखायाः समानान्तरा कार्या ।



दवक्षेत्र**शल**क्षेत्रे समाने जात इति निश्चितम्। पुन**र्जस**क्षेत्रं **बम**क्षेत्रं **मछ**क्षेत्रं **गख**क्षेत्रं चैतानि समानीति निश्चितम्॥ एवं हि **दग**क्षेत्रं **फन**क्षेत्रं **खह**क्षेत्रं **नक**क्षेत्रं चैतानि समानीति। पुन**र्जस**क्षेत्र**फक**क्षेत्रयोर्योगः पूर्वक्षेत्रपञ्चक्षेत्ररूपोऽस्ति। एतद्द्वयं **अज**वर्ग**जद**वर्गयोर्योगतुल्यमस्ति।



शेषं पञ्चक्षेत्राणि एतत्पञ्चक्षेत्रसमानि सन्ति। एतानि सर्वाणि क्षेत्राणि **दह**क्षेत्र**दव**क्षेत्रयोर्योगतुल्यानि सन्ति। ततः **अद**वर्ग**बद**वर्गयोर्योगः द्विगुण**अज**वर्गद्विगुण**जद**वर्गयोर्योगेन तुल्यो जातः।

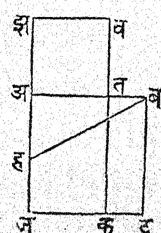
पुनः प्रकारान्तरम्।

जदरेखायाः **ब**चिह्ने खण्डद्वयं कार्यम्। तदा द्विगुणो **जबजद**घातो **बद**वर्गयुक्तः अथवा द्विगुण**अजजद**घात**बद**वर्गयोर्योगो **जब**वर्ग**जद**वर्गयोर्योगतुल्योऽस्ति। **अज**वर्ग**जद**वर्गयोगेनापि तुल्योऽस्ति। पुनः **अज**वर्ग**जद**वर्गयोर्योगः पूर्वद्वयोर्योज्यते। तदा **अद**वर्ग**बद**वर्गयोर्योगो द्विगुण**अज**वर्गद्विगुण**जद**वर्गयोर्योगेन तुल्यो भवति।

अथैकादशं क्षेत्रम्॥

तत्रैकरेखायास्तथा खण्डद्वयं कार्यं यथैकखण्डरेखयोर्घातो द्वितीयखण्डवर्गः स्यात्।

यथा **अब**रेखा कल्पिता। अस्योपरि **अद**समकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रं कार्यम्। **अज**भुजो **ह**चिह्नेऽर्द्धितः कार्यः। **बह**रेखा लग्ना कार्या। **हअ**रेखा तथा दीर्घा कार्या यथा **हझ**रेखा **हब**तुल्या स्यात्। पुनः **अझ**रेखायाः **अव**क्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम्। अस्मात् क्षेत्रात् **अब**रेखायाः **त**चिह्नोपरि तादृशं खण्डद्वयं जातम्।



अस्योपपत्तिः ।

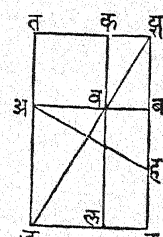
हअभुजअबभुजयोर्योगः हबभुजादधिकोऽस्ति । हझभुजादप्यधिकः । पुनः हअभुज उभयोः शोध्यः । तदा अझं अतमपि च अबान्न्यूनमस्ति । तस्मात् अबस्य तचिह्ने खण्डद्वयं तथा जातम् ।

कथं जातमित्यत्रोच्यते ।

जअरेखा हचिह्नेऽर्द्धिता जाता । जअरेखायामझरेखाया योगः कृतः । तदा जझअझघातहअवर्गयोर्योगो हझवर्गेण समानोऽस्ति । हबवर्गेणापि तुल्योऽस्ति । हअवर्गअबवर्गयोर्योगेनापि तुल्योऽस्ति । पुनर्हअवर्गो द्वयोः शोध्यः । तदा जझझअघातो जझझवयोर्घातोऽपि झकक्षेत्ररूपः अबवर्गसमअदक्षेत्रेण तुल्यो जातः । पुनः अकक्षेत्रं द्वयोः शोध्यम् । तदा अतवर्गसमं अवक्षेत्रं तदक्षेत्रसमानमवशिष्टम् । तदक्षेत्रं तबतकघातमस्ति अजतबघाततुल्यमपि च । तदा अबतबघातः अतवर्गसमानो जातः । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

पुनः प्रकारान्तरम् ।

अदं समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम् । बदं हचिह्नेऽर्द्धितं कार्यम् । हअरेखा कार्या । हझं हअतुल्यं कार्यम् । जझरेखा लम्बा कार्या । अनया अबरेखाया वचिह्ने तादृशं खण्डद्वयं कृतम् ।



अत्रोपपत्तिः ।

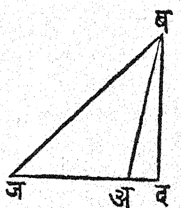
झतरेखा बअरेखायाः समानान्तरा कार्या । जअरेखा तथा वर्द्धनीया यथा झतरेखायां तचिह्ने संपातं करोति । पुनर्वचिह्नाद् वकलरेखा बदस्य समानान्तरा कार्या । तवक्षेत्रं वदक्षेत्रं मिथः समानम् । अलक्षेत्रमुभयोर्योज्यम् । तदा तलक्षेत्रं अदक्षेत्रं च समानं भविष्यति । बदस्य हचिह्नेऽर्धीकरणाद् वझयोगाच्चेदं निश्चितं दझझबघातः अदक्षेत्रसमानोऽस्तीति जततकघातेनापि समः ।

अनयोपपत्त्या **तकझब**योः समानत्वं निश्चितम् । **तकतअरेख**योः समानत्वं च निश्चितम् । तदा **बद**क्षेत्रसमानं **तब**क्षेत्रमस्ति । तत् **अब-बब**घातोऽस्ति । अयं **अब**वर्गतुल्योऽस्ति ॥

अथ द्वादशक्षेत्रम् ।

यत्रिभुजमधिककोणरूपमस्ति तत्कोणसन्मुखभुजस्य वर्गो-ऽवशिष्टभुजद्वयवर्गयोगादधिको भवति ।

यथा **अबज**त्रिभुजस्य **अ**कोणोऽधिककोणोऽस्ति । **ब**चिह्नाद् **बद**लम्बो वर्धित**अज**रेखोपरि कार्यः । **बज**वर्गो **बअ**वर्ग**अज**वर्गयोगादधिकोऽस्ति । कियानधिकः । द्विगुण**अजअद**घाततुल्योऽधिकः ।



अत्रोपपत्तिः ।

जदस्य **अ**चिह्ने खण्डद्वयं जातम् । **जद**वर्गो **दअ**वर्ग**अज**वर्ग-द्विगुण**अदअज**घातयोगतुल्योऽस्ति । पुन**र्बद**वर्ग उभयोर्युक्तः कार्यः । एवं कृते **बद**वर्ग**दज**वर्गयोगो **बज**वर्गतुल्योऽस्ति । **बद**वर्ग**दअ**वर्ग-योगो **बअ**वर्गतुल्योऽस्ति । अयं **अज**वर्गद्विगुण**दअअज**घातयुक्तः कृतश्चेत् **बज**वर्गतुल्यो भवति । तदा **बज**वर्गो **बअ**वर्ग**अज**वर्गयोगाद् द्विगुण**दअअज**घाततुल्योऽधिको जातः । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

अथ त्रयोदशक्षेत्रम् ।

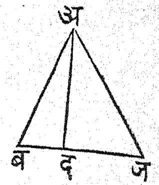
यस्य त्रिभुजस्य न्यूनकोणोऽस्ति तत्कोणसन्मुखभुजवर्ग इतरभुजवर्गयोगान्न्यूनो भवति ।

यथा **अबज**त्रिभुजे **ब**कोणो न्यूनकोणोऽस्ति । **अ**चिह्नात् **अद**-लम्बो **बजो**परि कार्यः । **अज**वर्गः **अब**वर्ग**बज**वर्गयोगाद् द्विगुण-**जबबद**घाततुल्यो न्यूनोऽस्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

जबस्य **द**चिह्ने खण्डद्वयं जातम् । तदा **जब**वर्ग**बद**वर्गयोगो द्वि-

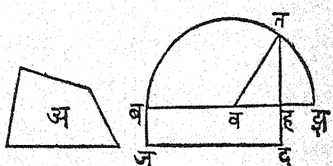
गुणजबबदघातजदवर्गयोगसमानः। पुनः अदवर्ग उभयोर्योज्यः। तदा जबवर्गबदवर्गअदवर्गयोगो जबवर्गबअववर्गयोगतुल्यः। अयं द्विगुणजबबदघातजदवर्गदअवर्गयोगसमानः। जदवर्गदअवर्गयोगो जअवर्गसमानः। तदा जअवर्गो जबवर्गबअवर्गयोगाद् द्विगुणजबबदघाततुल्यो न्यूनो जातः। इदमेवास्माकमिष्टम्॥



अथ चतुर्दशं क्षेत्रम्।

तत्रैकं समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रमन्यक्षेत्रसमानं कर्तव्यमस्ति।

यथा अक्षेत्रसमानं क्षेत्रं कर्तव्यमस्ति। तदा तत्क्षेत्रसमानमेकं समकोणं क्षेत्रं कार्यम्। तद् बजदहक्षेत्रं भवति। पुनर्यदि बहभुजहदभुजौ समानौ स्यातां तदा क्षेत्रं सिद्धमेव। यदि समानौ न स्यातां तदा बहभुजो वर्द्धनीयः। हझं हदतुल्यं कार्यम्। बझव्यासेन बतझं वृत्तार्द्धं कार्यम्। दहरेखा तचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया। तदा हतरेखा कर्तव्यसमकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रस्य भुजरूपा जाता।

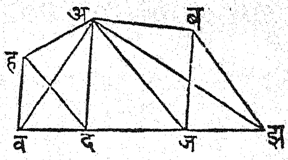


अत्रोपपत्तिः।

बझरेखा वचिह्नेऽर्द्धिता जाता हचिह्नेऽस्या न्यूनाधिकं खण्डद्वयं जातमस्ति। तदा बहहझघातवहवर्गयोगो वझवर्गसमानो भवति। उक्तप्रकारेणायं वझवर्गो वतवर्गसमानः। अयं वतवर्गश्च वहवर्गहतवर्गयोगसमानः। पुनर्वहवर्ग उभयोः शोध्यः। शेषं बहहझघातो हतवर्गसमानो जातः। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

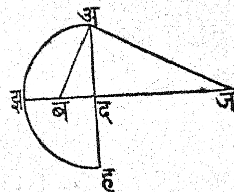
पुनः प्रकारान्तरम्॥

एकं त्रिभुजमभीष्टक्षेत्रसमानं कार्यं यथा अबजदहक्षेत्रं कल्पितम्। अस्मिन् क्षेत्रे त्रिभुजानि कार्याणि तानि यथैकं अबजत्रिभुजं



अजदत्रिभुजं अदहत्रिभुजमेतानि क्षेत्राणि जातानि। पुनरेकं त्रिभुजं अबजत्रिभुजअजदत्रिभुजयोगसमानं कार्यमुक्तप्रकारेण । तद्यथा । दजरेखा वर्द्धनीया। बचिह्नाद् बझरेखा अजरेखायाः समानान्तरा कार्या । इमे रेखे झचिह्ने संपातं करिष्यतः। पुनः अझरेखा कार्या । तदा अबजत्रिभुजअझजत्रिभुजे समाने । तदा अझदत्रिभुजं अबजत्रिभुजअजदत्रिभुजयोगसमानं जातम् ।

पुनरनेनैव प्रकारेणान्यत्रिभुजं अझदत्रिभुजअदहत्रिभुजयोगसमानं कार्यम् । पुनरनेनैव प्रकारेण त्रिभुजं कार्यं यावत्कल्पितक्षेत्रसमानं स्यात् । पुनः समकोणसमचतुर्भुजं त्रिभुजसमानं कार्यम् । यथा अबजत्रिभुजे अचिह्नाद् अदलम्बो बजोपरि कार्यः । अयं लम्बो यावद् दहं बजार्द्धतुल्यं भवति तावत्पर्यन्तं वर्द्धनीयः। अहव्यासेन अझहवृत्तार्द्धं कार्यम् ।



इदं वृत्तं जबरेखायां झचिह्ने संपातं करिष्यति । तदा दझं कर्तव्यसमकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रस्य भुजो जातः । यतो दझवर्गः अददहघातसमानोऽस्ति। अयं अददहघातः अदबजार्द्धघातसमानः । पुनः अदबजार्द्धघातस्त्रिभुजस्य क्षेत्रफलम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्ट्यै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधाख्यातनाम्ना प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्यध्यायोऽध्येतृमोहापह इति विरतिं संगतोऽभूद्द्वितीयः ॥

इतिश्रीमज्जगन्नाथसम्राड्विरचिते रेखागणिते

द्वितीयोऽध्यायः ॥ २ ॥

अथ तृतीयोऽध्यायः षट्त्रिंशच्छकलैर्युतः प्रारभ्यते ॥

तत्र प्रथमं क्षेत्रम् ॥

तत्राज्ञातकेन्द्रस्य वृत्तस्य केन्द्रज्ञानोपायः क्रियते ॥

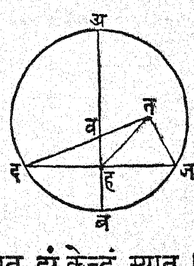
यथा अबवृत्तम् । तत्पालौ[1] दचिह्नजचिह्ने कृते । जदरेखा च कृता । इयं रेखा हचिह्नेऽर्द्धिता कृता । पुनर्हचिह्नादस्यां रेखायां हअलम्बः कार्यः । तथा पार्श्वद्वये लम्बो वर्द्धनीयो यथा वृत्तपालौ अ-चिह्ने बचिह्ने संपातं करोति । पुनः अबरेखा बचिह्नेऽर्द्धिता कार्या तच्चिह्नमेव वृत्तकेन्द्रं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

यद्येतत्केन्द्रं न स्यात् तच्चिन्हं केन्द्रं भविष्यति[2] । पुनः तजरेखा हतरेखा तदरेखाश्च कार्याः । तदा तजहत्रिभुजस्य तदहत्रिभुजस्य भुजाः परस्परं तुल्या भवन्ति । कोणा अपि समाना भविष्यन्ति । तत् तहजकोण-तहदकोणावपि समानौ जातौ । एतत्कोणद्वयं समकोणद्वयं जातम् । पुनः अहजकोणअहदकोणौ पूर्वं समकोणावास्ताम् । एतदनुपपन्नम् ।

तदा बचिह्नमेव केन्द्रं नान्यत् ॥

अस्मादिदं निश्चितं यदि द्वे पूर्णज्ये तथा संपातं करिष्यतो यथा चत्वारि समकोणक्षेत्राणि भविष्यन्ति । यद्येका[3] पूर्णज्या द्वितीयज्यार्द्धे लम्बा भवति[4] समकोणक्षेत्र-द्वयं स्यात् तदेका पूर्णज्या केन्द्रलम्बा स्यात् । पुनरेतन्निश्चितमेकस्याः पूर्णज्याया अर्द्धान्निसृतो लम्बः केन्द्रे संपातं करोतीति[5] ।



अथ पूर्वकृतअबरेखायां बचिन्हं केन्द्रं न स्यात् झं केन्द्रं स्यात् । तदा अबरेखा बचिन्हेऽप्यर्द्धिता भवति झचिन्हेऽप्येतदशुद्धम् ॥

---

१ तस्मिन् पालौ D. तस्मिन् वृत्तपालौ K. २ इति कल्प्यते A. B. ३ A. B. add चेत्. A. B. have पुनरेका &c. ४ कार्या A. B. ५ एतत्तदैव संभवति यदैका पूर्णज्या &c. B.

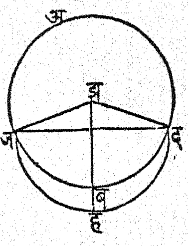
अथ द्वितीयं क्षेत्रम् ।

तत्र वृत्तपालौ चिह्नद्वयलग्ना रेखा कार्या सा वृत्तान्तर्गतैव भवति न हि बाह्यगा ।

यथा अबवृत्तपालौ जचिन्हदचिन्हयोर्जदरेखा कृता तदेयं रेखा वृत्तान्तर्गतैव जाता ।

अत्रोपपत्तिः ।

यदि वृत्तान्तर्गता न स्यात् तदा बहिर्गता[1] भवति यथा जहदमस्ति । अस्य वृत्तस्य केन्द्रं निष्कास्यते । तत्र झचिह्नं केन्द्रं चेल्लभ्यते पुनः झदझजरेखे कार्ये । जहदरेखायां हचिह्नं कार्यम् । झहरेखा कार्या । झदहकोणझजहकोणौ झदहत्रिभुजे झजहत्रिभुजे च तुल्यौ स्तः । झहदकोणो झजहकोणादधिकोऽस्ति । तदा झहदकोणो झदहकोणादधिको भविष्यति । तदा झदरेखा झबरेखापि च झहरेखाया अधिका भविष्यति । इदं बाधितम् । अनेन प्रकारेण जदरेखा वृत्तपालावपि न पततीति निश्चितम् । तदा जदरेखा वृत्तान्तर्गतैव स्यात् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

तत्र वृत्ते पूर्णजीवायां केन्द्रान्निसृतरेखा संपातं करिष्यति । यदि सा केन्द्रगा रेखा पूर्णज्यार्द्धं करोति तदा सैव लम्बः । यदीयं रेखा लम्बरूपा भवति तदा पूर्णज्याया अर्द्धं करिष्यत्येव ।

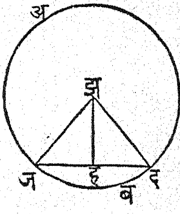
यथा अबवृत्ते जदपूर्णज्यायाया झकेन्द्रान्निसृतया झहरेखया संपातः कृतः । पुनर्जदं हचिह्ने तथैवार्द्धितं कृतं तदा झहं जदोपरि लम्बो जातः ।

---

१ बहिर्गता A. B.

अस्योपपत्तिः ।

झजरेखा झदरेखा च कार्या । झजहत्रिभुजस्य झदहत्रिभुजस्य च भुजाः परस्परं समानाः सन्ति । कोणा अपि परस्परं समानाः सन्ति । तदा झहजकोणझहदकोणौ मिथस्तुल्यौ स्याताम् । तदैतौ द्वौ कोणौ समकोणौ जातौ ।



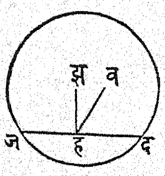
पुनर्यदि झहं जदोपरि लम्बः कल्पनीयस्तदा झहरेखा जदस्य हचिह्नेऽर्धं करिष्यति ।

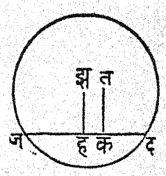
अत्रोपपत्तिः ।

झजहकोणझदहकोणौ मिथस्तुल्यौ स्तः । हचिह्नस्य कोणद्वयं समकोणद्वयमस्ति । झहरेखा झहजत्रिभुजस्यापि भुजोऽस्ति झहदत्रिभुजस्यापि भुजोऽस्ति । तदैतत्त्रिभुजद्वयस्य भुजाः कोणाश्च परस्परं समाना जाताः । तदा हजभुजहदभुजौ समानौ जातौ । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

यदि झहरेखा जदपूर्णजीवाया अर्द्धं करोति लम्बरूपा च न स्यात् तदा कल्प्यते हचिह्नात् जदपूर्णज्योपरि हवलम्बोऽस्ति । तदा हवरेखा-जदरेखासंपातेन द्वौ समं कोणौ जातौ । द्वितीयरेखाया हवरेखयार्द्धमपि कृतम् । अनयोर्मध्ये कापि केन्द्रे न गता । इदं[1] बाधितम् ।





यदि झहरेखा जदपूर्णज्यायां लम्बो भवत्यर्द्धं न करोति तदा जदरेखाया अर्द्धं कचिह्ने भविष्यतीति कल्प्यते । तस्मात् कचिह्नात्तकरेखा झहरेखायाः समानान्तरा कार्या । तदैषा तकरेखा जदरेखायां लम्बो भविष्यति । यद्येकरेखा द्वितीयरेखायाः समकोणे संपातं करोत्यर्धं च करोति तत्र समकोणद्वयं जातमेकापि रेखा केन्द्रं न गतेदं[2] बाधितम् ॥

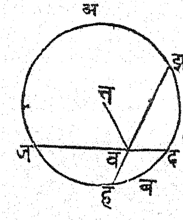
---

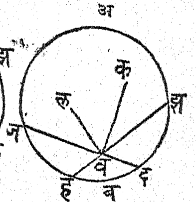
१ इदमनुपपन्नम् A. B. २ °तेदमनुपपन्नम् A. B.

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् ।

यदि द्वे पूर्णज्ये केन्द्रादन्यत्र संपातं करिष्यतस्ते द्वे अपि रेखे संपातेऽर्द्धिते न भवतः ।

यथा **जद**पूर्णज्या **हझ**पूर्णज्या **अब**वृत्ते **व**चिह्ने संपातं करिष्यति । अस्य वृत्तस्य केन्द्रं **त**चिह्नमस्ति ।





अत्रोपपत्तिः ।

यदि **व**चिह्ने द्वयोरर्द्धं भवति तदा **तव**रेखा कार्या । इयं **तव**रेखा-द्वयोः पूर्णजीवयोर्लम्बो भविष्यति । तदा **तवह**समकोणस्त**वज**सम-कोण एतौ मिथः समानौ स्याताम् । इदमशुद्धम् । तदिष्टं सिद्धम् ।

प्रकारान्तरम् ।

वचिह्नात् **जद**रेखोपरि **वक**लम्बः कार्यः । **हझ**रेखोपरि **वल**लम्बः कार्यः । तदैतौ लम्बौ केन्द्रे संपातं करिष्यतः । तदा **व**चिह्नं केन्द्रं स्यात् । केन्द्रं त्वन्यत्र कल्पितम् । तस्मादेतदशुद्धम् । अस्मदिष्टमेव समीचीनम् ॥

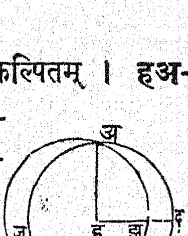
अथ पञ्चमं क्षेत्रम् ।

यद्वृत्तद्वयं परस्परं संपातं करोति तयोः केन्द्रमेकत्र न स्यात् किं तु भिन्नं भिन्नं[1] स्यादिति प्रतिपाद्यते ।

यथा **अब**वृत्तं **जद**वृत्तं कल्पितम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

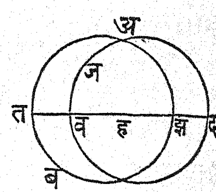
यदि द्वयोरेकं केन्द्रं स्यात् तर्हि **ह**चिह्ने केन्द्रं कल्पितम् । **हअ**-रेखा कार्या **हझद**रेखा च कार्या । तदा **हझ**रेखा **हअ**-रेखासमाना स्यात् । कुतः । व्यासार्द्धत्वात् । **हद**-रेखा **हअ**रेखापि समाना । अर्द्धव्यासत्वात् । पुनः **हझ**रेखा **हद**रेखासमाना जाता । **हअ**रेखायाः समानत्वात् । एका रेखा द्वितीयरेखायाः खण्डमस्ति । तस्माद्द्वयोः केन्द्रं भिन्नं स्यात् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



---

१ भिन्नं भिन्नम् । K.

प्रकारान्तरम् ॥



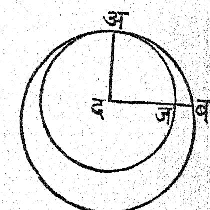
झहरेखा[1] वर्द्धनीया वतपर्यन्तम्[2]। तदा हझ-रेखा हदरेखाया न्यूनास्ति। तदा हवरेखाया अपि न्यूना भविष्यति। हतरेखासमानास्ति। इयं हतरेखा हवरेखाया अधिकास्ति। एतदशुद्धम्।

अथ षष्ठं क्षेत्रम्।

यद्वृत्तद्वयमेकस्मिंश्चिह्नेऽन्तर्मिलति तद्वृत्तद्वयस्य केन्द्रमेकत्र न भवति।

यथा अबवृत्तं अजवृत्तम्।

अस्योपपत्तिः।



यदि द्वयोः केन्द्रमेकमेव स्यात्तदा दचिह्नं केन्द्रं कल्पितम्। दअरेखा कार्या। दजबरेखा च कार्या। तदा दजरेखा दबरेखा च मिथस्तुल्या भविष्यति। दअरेखातुल्यत्वात्। एतदशुद्धम्। अस्मदिष्टमेव समीचीनम्।

अथ सप्तमं क्षेत्रम्।

यच्चिह्नं वृत्तान्तर्गतं केन्द्रादन्यत्र स्थितं भवति तस्माद्रेखा वृत्तपालिपर्यन्तं नेयाः। तासु मध्ये या रेखा केन्द्रं स्पृष्ट्वा वृत्तपालिगता सा रेखा सर्वाभ्यो रेखाभ्योऽधिका ज्ञेया। या केन्द्रसम्मुखा सा सर्वाभ्यो न्यूना ज्ञेया। महत्या रेखाया या रेखा निकटस्थिता भवति साधिका भवति। या न्यूनरेखानिकटस्थिता भवति सा न्यूना भवति। महत्या रेखाया अथवात्यल्परेखाया उभयदिशि तुल्यचापान्तरलग्ने रेखे समाने ज्ञेये।

यथा अबवृत्ते तं केन्द्रं हं कल्पितचिह्नम्। हतरेखा कार्या। ततः सो-

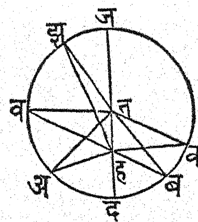
---

१ दझ B. K. २ तपर्यन्तम् K.

भयदिशि जचिह्नपर्यन्तं दचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया। पुनर्हचिह्नात् हझरेखा हवरेखा हअरेखा कार्या। तदा हजरेखा हझरेखाया अधिकास्ति।

अत्रोपपत्तिः।

तझरेखा कार्या। हतरेखातझरेखायोगो हजतुल्यो हझरेखाया अधिकोऽस्ति। अनेन प्रकारेण या काचित् रेखा तस्या हजरेखा अधिका भवति। पुनर्हदरेखा हअरेखाया न्यूनास्ति। कथम्। तअरेखा कार्या। तअरेखातुल्या तदरेखा तहहअयोगान्न्यूनास्ति। पुनर्हतरेखोभयोः शोध्या। शेषं हदरेखा हअरेखाया



न्यूना स्यात्। अनेन प्रकारेणान्यरेखाभ्योऽपि न्यूना स्यात्। पुनर्हझरेखा हवरेखाया अधिकास्ति। कथम्। यदि वतरेखा झतरेखा च योज्येते[1] तदा हतझत्रिभुजे हतवत्रिभुजे तझभुजतवभुजौ समानौ स्तः। तहभुज उभयोरेकोऽस्ति। हतझकोणो हतवकोणादधिकोऽस्ति। तदा हझरेखा हवरेखाया अधिका जाता। अनेन प्रकारेणान्यापि रेखा ज्ञेया।

यदि हतबकोणो हतअकोणस्य समानः क्रियते हबरेखा यो[2]ज्यते तदेयं रेखा हअरेखायाः समाना भविष्यति। कुतः। हतबत्रिभुजे हतअत्रिभुजे तबभुजतअभुजौ समानौ। हतभुज उभयोरेकोऽस्ति। हतबकोणहतअकोणौ समानौ स्तः। तेन हबरेखा हअरेखायाः समाना जाता। अस्य रेखाद्वयस्य समाना रेखा कापि नास्ति। यदि भविष्यति सा हकरेखा कल्पनीया। तकरेखा कार्या। तदा तकहत्रिभुजबतहत्रिभुजयोर्भुजाः समाना भविष्यन्ति। तदा कतहबतहकोणौ समानौ स्तः। इदं बाधितम्। अस्माकमिष्टं सिद्धम्॥

अथाष्टमं क्षेत्रम्।

यच्चिह्नं वृत्ताद्बहिर्[3]भविष्यति तच्चिह्नाद्रेखा वृत्तपालिपर्यन्तं कार्याः। तत्र या रेखा वृत्ते संपातं करिष्यन्ति ताभ्यो

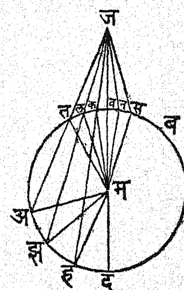
---

१ कार्या D. K. २ कार्या D. K. ३ °र्भवति A. B.

रेखाभ्यः केन्द्रगता रेखाधिका भविष्यति । पुनरधिकरेखाया या निकटा भवति सा दूरस्थितरेखाया अधिका भवति । या रेखा वृत्तपालिपर्यन्तमात्रगता न तु भित्त्वा गतास्तासु मध्ये या केन्द्रसम्मुखा भवति सा सर्वाभ्यो न्यूना ज्ञेया। अस्या न्यूनरेखाया या निकटस्थिता भवति सा दूरस्थिताया न्यूना भवति । यद्रेखाद्वयमुभयदिशि समानचापे स्थितं तत्परस्परं समानं भवति ।

यथा अबवृत्तं कल्पितं तत्र मकेन्द्रं जचिह्नं कल्पितम् । जमदरेखा कृता सा वृत्ते दवचिह्नयोः संपातं करोति । पुनर्जहरेखाजझरेखाजअरेखाः कार्याः । तदा जदरेखा जहरेखाया अधिका स्यात् । यदि महरेखा क्रियते तदा जममहयोगतुल्या जमदरेखा जहरेखाया अधिकास्ति । अनेन प्रकारेण सर्वाभ्यो रेखाभ्योऽधिका स्यात् । जहरेखापि जझरेखाया अधिका स्यात् । कथम् । यदि मझरेखा क्रियते तदा जमहत्रिभुजे जमझत्रिभुजे महभुजमझभुजौ समानौ । जमभुज उभयोरेक एव । पुनर्जमहकोणो जमझकोणादधिकोऽस्ति । तदा जहभुजो जझभुजादधिको जातः ।

अनेन प्रकारेण जझरेखा जअरेखाया अधिकास्ति । पुनर्जवरेखापि जकरेखाया न्यूनास्ति । कथम् । यदि मकरेखा निष्काश्यते[2] तदा जमरेखा जकरेखाकमरेखायोगान्न्यूना स्यात् । पुनर्यदि मवरेखा मकरेखा उभयोः शोध्यते तदा जवरेखा जकरेखाया न्यूना स्यात् । एवमन्याभ्योऽपि न्यूना स्यात् । पुनर्जकरेखापि जलरेखाया न्यूनास्ति ।

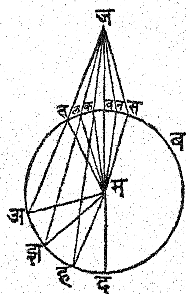


कथम् । यदि मलरेखां कुर्मस्तदा मकरेखाजकरेखायोगो मलरेखालजरेखायोगान्न्यूनोऽस्ति । पुनर्मकरेखा मलरेखोभयोर्यथाक्रमं

१ भवति A. B. २ निष्कास्या K.

शोध्यते तदा जकरेखा जलरेखाया न्यूना स्यात् । एवं जलरेखा जतरेखाया न्यूना स्यात् ।

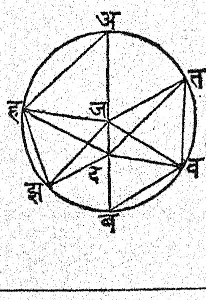
अथ जमनकोणो जमककोणतुल्यः कार्यः । जनरेखा च कार्या[1] ।

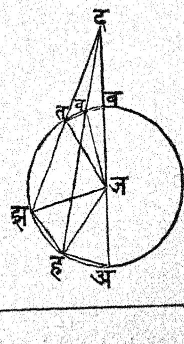


तदा जनरेखा जकरेखायाः समाना भविष्यति । कथम् । जमरेखा जमनत्रिभुजे जमकत्रिभुजे एकैव पतितास्ति । मनभुजमकभुजौ समानौ स्तः । पुनरनयोर्द्वौ कोणौ समानौ स्तः । तस्माज्जनरेखा जकरेखासमाना जाता । पुनरनयो रेखयोः समानाऽन्यारेखा न भविष्यति । यदि भविष्यति सा जसरेखा कल्पिता । मसरेखां[2] कुर्यात् । जमकत्रिभुजे जमसत्रिभुजे कमजकोणसमजकोणौ समानौ स्याताम् । कुतः । उभयोस्त्रिभुजयोर्भुजानां समत्वात् । पुनः कमजकोणो नमजकोणेन समान आसीत् । तदा समजकोणनमजकोणौ समानौ जातौ । इदं बाधितम् । अस्मदिष्टं सिद्धम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।

अबवृत्ते जं केन्द्रमस्ति । दचिह्नं कल्पितम् । अधिका रेखा केन्द्रगता दअसंज्ञा ज्ञेया । या न्यूनरेखा केन्द्रगता न भवति सा दबसंज्ञा ज्ञेया । पुनरधिकरेखाया एकदिशि दहरेखा दझरेखा च कार्या । अहरेखा हजरेखा च कार्या ।



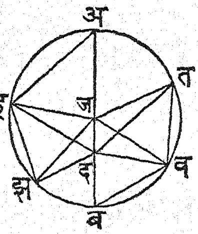


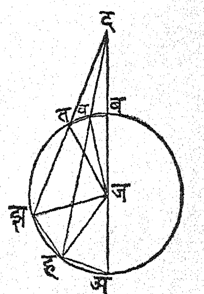
तदा जअहकोणजहअकोणौ समानौ जातौ । दहअकोणो दअहकोणादधिकोऽस्ति । तदा दअरेखा दहरेखाया अधिकास्ति । पुनरपि हझरेखा जझ-

---

१ रेखां च कुर्मः. D. K. २ °रेखा च कार्या । A. B.

रेखा च कार्या। तदा **जहझ**कोण**जझह**कोणौ समानौ जातौ। **दहझ**कोण एकतरकोणान्न्यूनोऽस्ति । **दझह**कोणोऽधिकोऽस्ति। तदा **दह**रेखा **दझ**रेखाया अधिका जाता। पुनर्द**ब**रेखाया एक दिशि **दव**रेखा **दत**रेखा च कार्या। **बव**रेखा **बत**रेखा



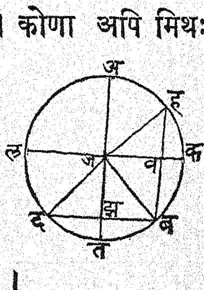


लम्बा कार्या। तथा **वज**रेखा **तज**रेखापि च लम्बा कार्या। तदा **जबव**-कोण**जवब**कोणौ समानौ जातौ। **दवब**कोणो **दबव**कोणान्न्यूनोऽस्ति। तदा **दबं दवा**न्न्यूनं जातम्। अनेन प्रकारेण निश्चीयते **दव**रेखा **दत**-रेखाया न्यूनास्ति। यदि दिग्द्वये द्वौ कोणौ समानौ क्रियेते तदा द्वयोः कोणयोर्द्वे रेखे समाने भविष्यतः। द्वयो रेखयोरन्या तृतीया रेखा समाना न भविष्यति। कुतः। द्वे रेखे एकदिशि समाने न भवतः॥

अथ नवमं क्षेत्रम्।

यच्चिह्नं वृत्तान्तर्भवति तद्गतरेखा अभीष्टा वृत्तपालिलग्नाः कार्याः। तासु द्वाभ्यां रेखाभ्यामधिका यदि समाना भवन्ति तदा तच्चिह्नं तद्वृत्तस्य केन्द्रं भवति।

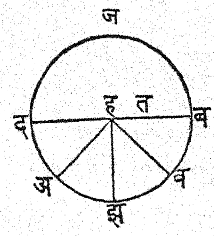
यथा **अब**वृत्ते **ज**चिह्नं कल्पितम्। **जब**रेखा **जद**रेखा **जह**रेखा समानाः कल्पिताः। **बद**रेखा **बह**रेखा च कार्या। पुनर्द्वयोरेखयो-र्झचिन्हे **व**चिह्ने चार्द्धे कार्यम्। **जझ**रेखा **जव**रेखा योजनीया। तदा **जबझ**त्रिभुजस्य **जदझ**स्य भुजाः समानाः सन्ति। कोणा अपि मिथः समानाः सन्ति। तदा **झ**स्य द्वौ कोणौ समानौ जातौ। तदा **जझ**रेखा **बद**रेखार्द्धे लम्बो जातः। तस्माज्जझरेखा केन्द्रगा भविष्यति। पुनरियं रेखा **अत**चिह्नपर्यन्तं निष्कासनीया। अनेनैव प्रकारेण **जव**रेखा केन्द्रगा भविष्यतीति निश्चितम्।



पुनर्जवरेखापि कचिह्नं लचिह्नपर्यन्तं निष्कास्या । तदा अतरेखा कलरेखा च केन्द्रगा जाता । इदं रेखाद्वयं जचिह्नादन्यत्र संपातं न करिष्यति । तस्माज्जं केन्द्रं जातम् ॥

प्रकारान्तरम् ॥

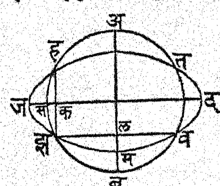
अबजदवृत्ते हचिह्नं कल्पितं हअहझहवरेखास्तुल्याः कल्पिताः । तदा हचिह्नं केन्द्रं जातम् । यदि हचिह्नं केन्द्रं न भवति तदा तचिह्नं केन्द्रं कल्पितम् । हतरेखा योज्या । इयं रेखा बचिह्नदचिह्नपर्यन्तं निष्कास्या । तदेयं हबरेखा यावत्यो हचिह्नात् वृत्तपालिपर्यन्तं निष्कासिता रेखास्ताभ्योऽधिका भविष्यति । तिस्रो रेखा अस्या रेखाया एकदिशि द्वाभ्यां रेखाभ्यामधिकाः समाना जाताः । तत्रैकदिशि रेखाद्वयमपि समानं न भवति । तस्मादेतदशुद्धम् ।



अथ दशमं क्षेत्रम् ।

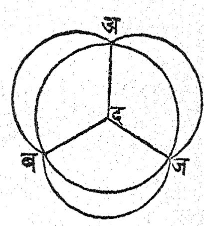
द्वे वृत्ते चिह्नद्वयादन्यत्र संपातं न करिष्यतः ।

यदि कुरुतस्तदा अबवृत्तदजवृत्ते कल्पिते । अनयोर्हचिह्ने झचिह्ने वचिह्ने तचिह्ने संपातो जात इति कल्पितम् । हझरेखा झवरेखा संयोज्या । अनयो रेखयोः कचिह्ने लचिह्ने चार्द्धं कार्यम् । एतच्चिह्नद्वयात् कदलम्बो लअलम्बश्च कार्यः । एतौ द्वौ लम्बौ प्रत्येकं केन्द्रगौ भविष्यतः । अनेन लम्बद्वयेन अबवृत्तस्य हसझचापझबवचापयोः पूर्णज्याया अर्द्धं दजवृत्तस्य हजझचापझमवचापयोः पूर्णज्यायाश्चार्द्धं कृतम् । तदा द्वयोः केन्द्रमेकं जातम् । इदमशुद्धम् ॥



प्रकारान्तरेणाह ॥

एकस्य वृत्तस्य केन्द्रं दं कल्पितम् । दअरेखा दबरेखा दजरेखा

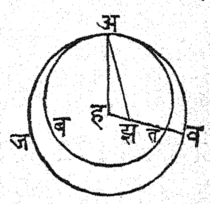


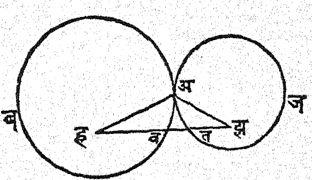
संयोज्याः। एता रेखाः समानाः। कुतः। केन्द्रात् वृत्तपालिपर्यन्तं गतत्वात्। एता एव तिस्रो रेखा द्वितीयवृत्ते केन्द्रादन्यचिह्नान्निसृता वृत्तपालिपर्यन्तं समानाः सन्ति। तदा दचिह्नं द्वितीयवृत्तकेन्द्रं जातम्। इदं बाधितम्॥

अथैकादशं क्षेत्रम्।

यद्वृत्तद्वयमेकचिह्ने संलग्नमन्तर्बहिर्वा संलग्नं तयोः केन्द्रगतैकारेखा वृत्तसंपात एव लगति नान्यत्र॥

यथा **अब**वृत्त**अज**वृत्ते **अ**चिह्ने संलग्ने स्तः। उभयोर्वृत्तयोः केन्द्रं **हझ**चिह्ने भवतः। **हझ**रेखा संयोज्या वर्द्धनीया च। इयं रेखा यदि **अ**चिह्ने न लगति तदा **व**चिह्ने **त**चिह्ने संपातं करिष्यतीति कल्पनीयम्। **अह**रेखा **अझ**रेखा च संयोज्या। यदि वृत्तद्वयमन्तः संलग्नं तदा **हझ**रेखा**झअ**रेखयोर्योगो **हअ**रेखाया अधिको भविष्यति। पुन**र्हझ**रेखा**झअ**रेखयोर्योगो **हत**रेखायाः समानोऽस्ति। **हअ**रेखा **हव**रेखायाः समानास्ति। तदा **हत**रेखा **हव**रेखाया अधिका भविष्यति। इदमशुद्धम्।





यदि वृत्तद्वयं बहिर्मिथः संलग्नं तदा **अहअझ**रेखयोर्योगो **हझ**रेखाया अधिको भविष्यति। एतद्भुजद्वयं **हवझ**तयोगस्य समानमस्ति। इदं **हवझतं हझा**दधिकं जातम्। एतदशुद्धम्॥

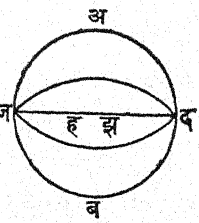
पुनः प्रकारान्तरम्।

झं अबवृत्तस्य केन्द्रं न भवति। अस्माद्वृत्तपालिपर्यन्तं **झअ**रेखा **झव**रेखा च निःसृतास्ति। **झव**रेखा केन्द्रसम्मुखास्ति परं च न केन्द्रगा। इयं **झअ**रेखाया न्यूना भविष्यति। **झत**रेखाया अपि न्यूना जाता। एतदशुद्धम्। अस्मदिष्टमेव समीचीनम्॥

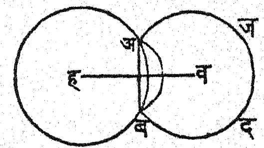
अथ द्वादशं क्षेत्रम् ।

वृत्तद्वयस्य संस्पर्श एकस्मिन्नेव चिह्ने भवति नान्यत्र ।

यथा अबवृत्तजदवृत्तयोः संस्पर्श एकस्मिन् चिह्ने भवति । यदि चिह्नद्वयोपरि संस्पर्शः स्यात्तच्चिह्नद्वयं जचिह्नं दचिह्नं च भवति । उभयोर्वृत्तयोः केन्द्रे हझसंज्ञे कल्पिते । हझरेखा संयोज्या उभयत्र वर्द्धिता च कार्या । इयं जचिह्ने दचिह्ने च लगिष्यति । तदा हजरेखा हदतुल्या झजतुल्याया झदरेखाया न्यूना भविष्यति[1] । इदं बाधितम् ।



अथवा द्वे वृत्ते बहिः अचिह्ने बचिह्ने मिलिष्यतः । तदा अबपूर्णज्या लग्ना कार्या । इयमेकस्य वृत्तस्यान्तर्गता द्वितीयस्य बहिर्गता भविष्यति । इदमशुद्धम् । अस्मदिष्टं सिद्धम् ॥



पुनः प्रकारान्तरम् ।

हचिह्नं अबवृत्तस्य केन्द्रमस्ति । पुनर्झचिह्नं तस्य वृत्तस्य केन्द्रं न भवति । तस्मात् झजं झदात् अधिकं स्यात् । झकेन्द्रं जदवृत्तस्यास्ति । तदा झजझदौ समानौ जातौ । इदमशुद्धम् ।

पुनरपि वचिह्नं जदवृत्तस्य केन्द्रं कल्पितम् । पुनर्हवरेखा योज्या । इयं अचिह्नगा भविष्यति बचिह्नगा च । एतदशुद्धम् ॥

अथ त्रयोदशं क्षेत्रम् ।

एकस्मिन्वृत्ते यावत्यः पूर्णज्याः समाः सन्ति तासामन्तराणि केन्द्रात्समानानि भवन्ति । यासां केन्द्रादन्तराणि तुल्यानि भवन्ति ताः पूर्णजीवास्तुल्या भवन्त्येव ।

यथा अबवृत्ते जदपूर्णज्या हझपूर्णज्या समास्ति । तस्य वृत्तस्य

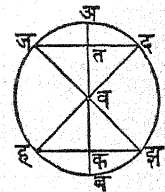
---

[1] भवति A. B.

वचिह्नं केन्द्रम् । केन्द्रात्तयोरुपरि वतलम्बवकलम्बौ च क्रमेण कार्यौ ॥ तर्ह्येतौ लम्बौ समानौ भविष्यतः ।

अत्रोपपत्तिः ।

यदि वजवदवहवझरेखा योज्यन्ते तदा वजदत्रिभुजस्य वहझ-त्रिभुजस्य च भुजाः कोणाश्च समा भविष्यन्ति । तस्मात् वतजत्रिभुजे वकहत्रिभुजे जकोणह-कोणौ समानौ स्तः । तककोणौ समकोणौ भ-वतः । बजभुजवहभुजौ समानौ । तदा वत-भुजवकभुजौ च समानौ जातौ ।



पुनरप्येतौ द्वौ लम्बौ समानौ कल्पितौ तदा जदरेखा हझरेखा च समाने भविष्यतः ।

अस्योपपत्तिः ।

यदि वतवर्गवकवर्गौ तुल्यौ स्यातां तर्ह्येतौ तुल्ययोर्वजवहवर्गयोः शोध्यौ शेषौ जतवर्गहकवर्गौ समानौ भवतः । एतद्द्वयमपि समानम् । एतद्द्विगुणतापि समाना । इदमेवेष्टमस्माकम् ॥

द्वितीयः प्रकारः ।

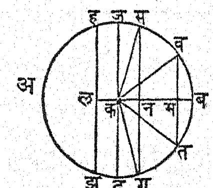
यदि जदहझौ समानौ स्तः वतवकौ समानौ न भवतस्तदा कल्प्यते वकात् वतमधिकमस्ति । तदा जकोणो हकोणादधिको भविष्यति । दकोणो झकोणादधिको भविष्यति । तदा जवदकोणो हवझकोणा-न्न्यूनो भविष्यति । जववदौ द्वौ भुजौ हववझयोर्भुजयोः समानौ भवतः । तदा जदरेखा हझरेखाया न्यूना भविष्यति । एतदशुद्धम् ।

यदि वतवकौ समानौ भवतो जदहझौ समानौ न स्यातां तदा तदकझावपि समानौ न स्याताम् । तदैतयोर्वर्गावपि समानौ न भवतः । वतवकयोर्वर्गौ समानौ स्तः । अतो वदवझयोर्वर्गावपि स-मानौ न भविष्यतः । जातौ च समानौ । तस्मादेतदशुद्धम् ॥

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् ।

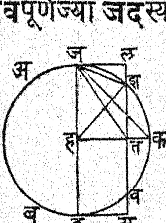
तत्र वृत्ते सर्वाभ्यो पूर्णज्याभ्यो बृहती पूर्णज्या व्यासो[1] भवति । या पूर्णज्या केन्द्रान्निकटेऽस्ति सा दूरस्थितपूर्णज्याया अधिकास्ति ।

यथा **अब**वृत्तं कल्पितम् । तस्य **जदं** व्यासः कल्पितः । **हझ**रेखा केन्द्रनिकटे पूर्णज्या **वत**रेखा दूरगा पूर्णज्या कल्पिता । **कं** केन्द्रमस्ति । केन्द्रात्**कल**लम्ब**कम**लम्बौ कार्यौ । **कल**लम्बो न्यूनोऽस्ति । तदा **कम**रेखायाः **कन**रेखा **कल**तुल्या पृथक् कार्या । **न**चिह्नात्**सग**रेखा **जद**रेखायाः समानान्तरा कार्या । **सग**रेखा **हझ**रेखायास्तुल्या भविष्यति । **कस**रेखा **कग**रेखा **कव**रेखा **कत**रेखा च योज्या । तत्र **कसगक**योगो **जद**तुल्यः **सगा**दधिको भविष्यति **हझा**दपि । पुनरपि **सकग**त्रिभुजे **वकत**त्रिभुजे **कसकवकगकत**भुजाः समानाः सन्ति । **गकस**कोणः **तकव**कोणादधिकोऽस्ति । तदा **सगं हझ**तुल्यं **वता**दधिकं भविष्यति । **हझं वता**दधिकं जातम् । इदमेवाऽस्माकमिष्टम् ॥



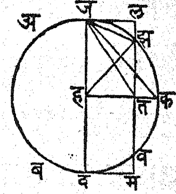
प्रकारान्तरम् ।

अबवृत्तं कल्पितम् **जद**व्यासः । **ह**चिह्नं केन्द्रम् । **झव**पूर्णज्या **जद**स्य समानान्तरा कल्पिता । तत्र **ज**चिह्नाल्लम्बः कार्यः । अस्यां पूर्णजीवायां एष लम्बो **झ**चिह्ने नैव पतिष्यति[2] । कुतः । यदि **हझ**रेखा योज्यते तदा **जझ**कोणौ **हजझ**त्रिभुजे समानौ भविष्यतः । तर्ह्येतौ द्वौ समकोणौ भविष्यतः । एतदशुद्धम् । **झ**चिह्न**व**चिह्नयोर्मध्येऽपि न पतिष्यति यथा **जतम्** । कुतः[3] । **तजह**कोणः समकोणो भविष्यति । यदि



---

१ व्यासे. A. B. K. २ यास्यति. A. B. K. ३ यतः A. B.



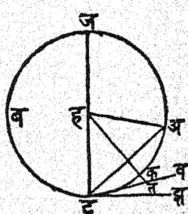
हतरेखा योज्यते कचिह्नपर्यन्तं वर्द्धिता जकरेखा युक्ता च क्रियते तदा हजककोणो हकजकोणसमः समकोणादधिको भविष्यति[1] । हतजकोणो वतज-कोणान्न्यूनोऽस्ति हकजकोणादधिकोऽप्यस्ति ।

एतदशुद्धम् । तदैष लम्बो बहिः पतिष्यति यथा जललम्बः । अनेनैव प्रकारेण दचिह्नाद्दमलम्बो बहिः पतिष्यति । जदरेखा लमतुल्या झवरे-खाया अधिका भविष्यति । अनेनैव प्रकारेण झबरेखा अधिका भवि-ष्यति दूरगान्यरेखायाः यदि समानान्तरा भविष्यति । यदि समानान्तरा न स्यात्तदा समानान्तरा कार्या । पूर्वोक्तप्रकारेणेदमुपपन्नं स्यात् ॥

अथ पञ्चदशं क्षेत्रम् ।

तत्र वृत्तव्यासप्रान्तान्निष्कासितो[2] लम्बो बहिर्गतो भवति । लम्बवृत्तपाल्योर्मध्ये अन्या सरला रेखा भवितुं नार्हति । व्याससूत्रवृत्तपालिसंपातजनितो वृत्तान्तर्गतकोणो न्यूनकोणो भवति । तस्मादधिकोऽपरो न्यूनकोणो सरलरेखाद्वयोत्पन्नो न भवति । पातजनितः कोणः सर्वेभ्यो न्यूनकोणेभ्यो न्यूनो भवति ।

यथा अबवृत्तं जदव्यासः कल्पितः । दचिह्नाल्लम्बः कार्यः । अयं लम्बो यदि वृत्तान्तर्गच्छति स लम्बः अचिह्ने आगत इति कल्पितः ।

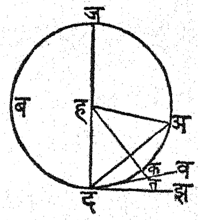


हकेन्द्रात् अचिह्नपर्यन्तं रेखा कार्या । तदा हदअ-कोणहअदकोणौ समानौ भविष्यतः । एतौ द्वौ समकोणौ भविष्यतः । इदमशुद्धम् । त्रिभुजे कोणद्वययोगस्य द्विसमकोणसमत्वाभावात् । तदा स लम्बो बहिः पतिष्यति । स लम्बो दझं कल्पितः । पुनरेतल्लम्बवृत्तपा-

---

१ D. inserts इदं बाधितम् after this. २ °शितो. A. B.

स्योर्मध्ये नान्या रेखा सरला भविष्यति। यदि भविष्यति तदा **दव**रेखा कल्पिता। **ह**चिह्नात् **दव**रेखायां **हत**लम्बः कार्यः। अयं **हद**रेखायां न पतिष्यति। कुतः। **हद**रेखा **दव**रेखायां लम्बो न भवति। पुनर्बदिशायामपि न पतिष्यति। यदि बदिशायां पतति त्रिभुजस्य



द्वौ कोणौ द्वयोः समकोणयोरधिकौ भविष्यतः। तस्मात् अदिशि भविष्यति। पुनर्हतदत्रिभुजे **त**कोणो **द**कोणादधिको भविष्यति। ततो **हक**तुल्या **हद**रेखा **हता**दधिका भविष्यति। इदं बाधितम्। तस्मात्कोऽपि न्यूनकोणः **कदह**कोणादधिको न भविष्यति। पुनर्झदककोणान्न्यूनो न भविष्यति। कुतः। यद्यधिको न्यूनो वा भविष्यति तदा लम्बवृत्तपाल्योर्मध्ये सरला रेखा पतिष्यति।

अस्मात् क्षेत्रादिदं निश्चितं व्यासप्रान्तान्निसृतलम्बो वृत्तसंलग्नो गमिष्यति न वृत्तं भेत्स्यतीति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

द्वितीयः प्रकारः।

इष्टचिह्नादभीष्टरेखायां या गताः रेखास्तासु मध्ये या न्यूना सा लम्बो भवतीति पूर्वमस्माभिः साधितमस्ति। तस्मात् **ह**चिह्नात् या रेखा **दझ**पर्यन्तं गता भविष्यति सा वृत्ताद्बहिः पतिष्यति। कुतः। व्यासार्द्धादधिकत्वात्। तदा **दझ**लम्बः वृत्तान्तर्न पतिष्यति। पुनरपि या रेखा **दझ**लम्ब**दज**व्यासयोर्मध्ये पतिष्यति सा वृत्तान्तर्गतैव भविष्यति। कुतः। यो लम्बो **ह**चिह्नादस्यां रेखायां निष्कासनीयः स लम्बो व्यासार्द्धान्न्यूनो भविष्यति। तस्मात्कापि रेखा **दझ**लम्बवृत्तपाल्योर्मध्ये न पतिष्यति॥

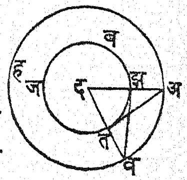
अथ षोडशं क्षेत्रम्।

तत्रैकस्माच्चिह्नात् वृत्तपालिसंलग्ना[1] यथा भवति तथा रेखा कर्त्तव्यास्ति।

---

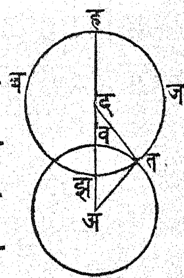
1 वृत्तपालिमात्रसंलग्नरेखाचिकीर्षास्ति। A. B., वृत्तपालिमात्रसंलग्ना K.

यथा अचिह्नं बजवृत्तं कल्पितम्। वृत्तकेन्द्रं दचिह्नं कल्पितम्। पुनर्द-केन्द्रात् दअव्यासार्द्धेन अहवृत्तं कार्यम् । अदरेखा योज्या। इयं रेखा बजवृत्ते झचिह्ने संपातं करिष्यति। पुनर्झचिह्नात् झवलम्बः अदरेखायां निष्कासनीयः। वदरेखा संयोज्या। इयं रेखा बजवृत्ते तचिह्ने संपातं करिष्यति। पुनः अतरेखा योज्या। इयं अतरेखा बजवृत्तसंलग्ना गमिष्यति वृत्तभेदं न करिष्यति। कुतः। अतदत्रिभुजे वझदत्रिभुजे दअभुजदतभुजौ वदभुजदझभुजयोः समानौ स्तः। दकोण उभयोस्त्रिभुजयोरेक एवास्ति। तस्मात् अतदकोणो वझदसमकोणेन तुल्यो जातः। तस्मादयमपि समकोणो जातस्तस्मात् अतलम्बो दतोपरि जातः। अयं लम्बो वृत्तलग्नो भविष्यति वृत्तं न भेत्स्यति॥



प्रकारान्तरम्।

अदरेखा संयोज्या हचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया। पुनः अहअझघाततुल्यं समकोणसमचतुर्भुजं कार्यम्। अहरेखायां अवरेखा तद्भुजतुल्या पृथक्कार्या। पुनः अकेन्द्रोपरि अवव्यासार्द्धेन वतवृत्तं कार्यम्। अतरेखा च संयोज्या। इयं रेखा वृत्तलग्ना भविष्यति। कुतः। तअवर्गतुल्यहअअझघाततदवर्गतुल्यदझवर्गयोर्योगो दअवर्गस्य समानोऽस्ति। तदा अतदकोणः समकोणो जातः। तस्मात् अतरेखा वृत्ते लगिष्यति॥



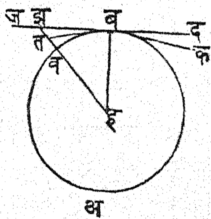
अथ सप्तदशं क्षेत्रम्।

वृत्तसंलग्नरेखायां केन्द्रात् वृत्तपालिरेखासंपातगता रेखा लम्बो भविष्यति।

यथा अबवृत्तं जदरेखा च हं केन्द्रं कल्पितं बसंपातः कल्पितः। तत्र बहरेखा संयोज्या। इयं जदोपरि लम्बो भविष्यति। कुतः। यद्ययं लम्बो न भविष्यति तर्हि हझं लम्बो भविष्यति। अयं लम्बो हबतुल्य-हवरेखाया न्यूनो भविष्यति। इदमशुद्धम्। अस्मदिष्टं समीचीनम्॥

अस्य द्वितीयः प्रकारः।

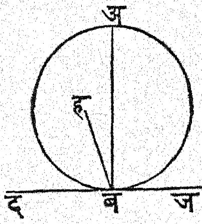
यदि हबलम्बो बजोपरि न भविष्यति तदा बचिह्नात् बहोपरि तकलम्बः कार्यः स्यात्। अयं लम्बोऽपि बचिह्ने वृत्तपालौ लगिष्यति। पुनरयं पूर्वलम्बवृत्तपाल्योर्मध्ये बजरेखाया वा बदरेखाया एकदिशि पतिष्यति। इदं बाधितम्॥



अथाष्टादशं क्षेत्रम्।

या रेखा वृत्तपालावेकस्मिंश्चिह्ने लग्ना भवति तच्चिह्नात्तस्यां रेखायां निष्कासितलम्बरेखावश्यं केन्द्रगा भविष्यति।

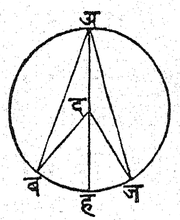
यथा अबवृत्तं जदरेखा बचिह्नं बअलम्बः कल्पितः। अयं लम्बो यदि केन्द्रगतो न भविष्यति तदा हचिह्नं केन्द्रं कल्पितम्। पुनर्हबरेखा संयोज्या। इयं हबरेखा लम्बो भविष्यति। पुनः अबरेखापि लम्बोऽस्ति। इदं बाधितम्। इष्टमस्माकं समीचीनम्।

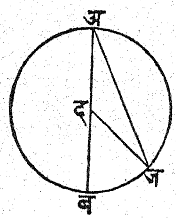


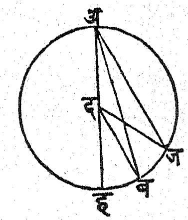
अथैकोनविंशतितमं क्षेत्रम्।

तत्र केन्द्रकोणो वृत्तपालिकोणाद् द्विगुणो भवति यदि द्वौ कोणावेकचापस्थौ भवतः।

यथा अबजवृत्ते दं केन्द्रमस्ति तत्र बदजकोणो बअजकोणाद्द्वि-गुणोऽस्ति। कुतः। यदि अदरेखा योज्यते हचिह्नपर्यन्तं दीर्घा च







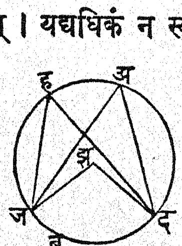
क्रियते तदा **बदहकोणो दबअकोणदअबकोणयोर्योगस्य** समानोऽस्ति। तस्मात् **बअहकोणाद्द्विगुणो** जातः। अनेनैव प्रकारेण **हदजकोणो जअहकोणाद्द्विगुणो** जातस्ततो **बदजकोणो बअजकोणाद्द्विगुणो** जातः। इदमेवास्माकमिष्टम्।

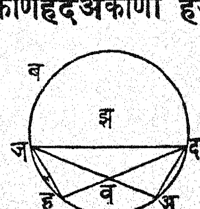
तत्र **अदरेखा अबअजयोर्मध्यगा** स्याद्यथा पूर्वक्षेत्रम्। अन्यतरभुजे पतिष्यति वा द्वयोर्बहिः पतिष्यति तयोर्द्वयोरेतत्क्षेत्रद्वयम्॥

अथ विंशतितमं क्षेत्रम्।

वृत्तस्य खण्डे चेत्कोणाः संभवन्ति ते समा एव।

यथा **जअदकोणजहदकोणौ अबवृत्ते जहअदखण्डे** समानौ भवतः। पुनर्झं केन्द्रं कल्पितम्। पुनर्झदरेखा झजरेखा संयोज्या। तदा **जझदकोणः** प्रत्येककोणाद्द्विगुणो जातः। तस्मात्तौ द्वौ कोणौ समानौ जातौ। इयमुपपत्तिस्तदैव स्याद्यदि खण्डं वृत्तार्द्धादधिकं स्यात्। यद्यधिकं न स्यात्तदैवं स्यात्। **हजअकोणहदअकोणौ हजदअवृत्तखण्डे** वृत्तार्द्धादधिके समानौ स्तः। वस्य सन्मुखकोणद्वयं समानमस्ति। तस्मात् **अवदत्रिभुजे हजवत्रिभुजे दअवकोणजहवकोणौ** समौ भविष्यतः। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

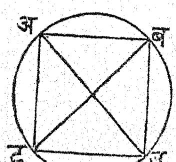




अथ एकविंशतितमं क्षेत्रम् ।

यच्चतुर्भुजं वृत्तान्तर्भवति तस्यैककर्णस्य कोणद्वययोगः समकोणद्वयतुल्यो भवति ।

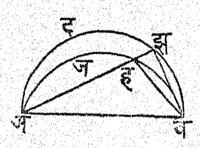
यथा **बअद**कोण**बजद**कोणौ मिलितौ **अज**वृत्ते **अबजद**चतुर्भुजस्य द्वयोः समकोणयोः समानौ स्तः। कुतः। यदि **अज**रेखा **बद**रेखा योज्यते तदा **दअज**कोण**दबज**कोणौ **दअबज**खण्डे समानौ भविष्यतः। अनेनैव प्रकारेण **बअज**कोण**बदज**कोणौ **बअदज**खण्डे समानौ स्तः। तस्मात् **दअब**कोणो **दबज**कोण**जदब**कोणयोर्योगेन समानो जातः। पुनर्**बजद**कोणो द्वयोर्योज्यते। तदा **दअब**कोण**बजद**कोणयोर्योगो **बदज**त्रिभुजस्य त्रयाणामपि कोणानां योगेन समानः स्यात्। पुनस्त्रिभुजस्य त्रयाणां कोणानां योगः समकोणद्वययोगतुल्योऽस्ति। इदमेस्माकमिष्टम् ॥



अथ द्वाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखोपरि वृत्तस्य सजातीये न्यूनाधिके द्वे खण्डे एकदिशि न भवतः ।

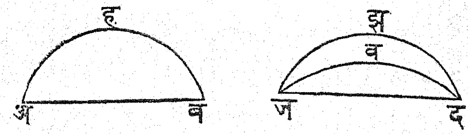
यदि भवतस्तदा **अब**रेखोपरि न्यूनं **अजब**वृत्तखण्डमधिकं **अदब**वृत्तखण्डं सजातीयं कल्पनीयम्। पुनः **अजब**खण्डे **ह**चिह्नं कल्पितम्। **अह**रेखा संयोज्या। **झ**चिह्नपर्यन्तं वर्द्धिता च। पुनर्**बह**रेखा **बझ**रेखा च संयोजिता। तस्मात् **अहब**कोणो बहिः स्थितः। **अझब**कोणोऽन्तःस्थः। एतौ समानौ भविष्यतः। कुतः। वृत्तखण्डयोः सजातीयत्वात्। इदं बाधितम्। अस्मदिष्टं समीचीनम् ॥



अथ त्रयोविंशतितमं क्षेत्रम् ।

समासु रेखासु यानि सजातीयानि वृत्तखण्डानि भवन्ति तानि समानि भवन्ति ।

यथा अबरेखायां जदरेखायां मिथः समानायां अहबवृत्तखण्डं जझदवृत्तखण्डं सजातीयं कल्पितम् । इदं द्वयं मिथः समानमस्ति ।



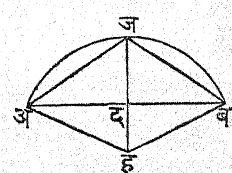
कुतः ।

यदि अबरेखा जदरेखोपरि स्थाप्यते वृत्तखण्डं च खण्डोपरि स्थाप्यते तदा निरन्तरं लग्नं स्यात् । यदि निरन्तरं न स्यात्तदा एकं खण्डमन्यखण्डाद्बहिर्गतमन्तर्गतं वा भविष्यति यथा जवदखण्डम् । तदा जझदखण्डं जवदखण्डं सजातीयं जदरेखायामेकदिशि न्यूनाधिकं पतिष्यति । इदं बाधितम् । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

वृत्तखण्डोपरि संपूर्णवृत्तं कार्यमिति चिकीर्षास्ति[1] ।

यथा अजबखण्डं कल्पितम् । पुनः अबरेखा दचिह्नेऽर्द्धिता कार्या । पुनर्दचिन्हाद्दअरेखायां दजलम्बः कार्यः । जअरेखा संयोज्या । पुनः अचिन्होपरि अजरेखायाः जअहकोणः अजहकोणतुल्यः कार्यः। पुनः अहरेखा जदरेखे च वर्द्धनीये यथा हचिह्ने संपातं करिष्यतः । तस्मात् हचिह्नं तस्य वृत्तस्य केन्द्रं जातम् ।



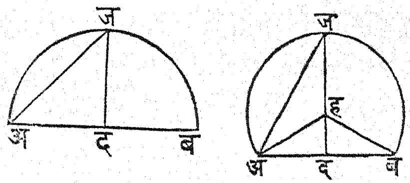
कुतः ।

यदि बहरेखा योज्यते तदेयं अहरेखासमाना भविष्यति । कुतः । बदभुजअदभुजयोः साम्यात् । पुनर्दहभुज उभयोस्त्रिभुजयोरेक एवास्ति । दस्य द्वौ कोणौ समकोणौ स्तः । अहरेखा जहरेखायाः समानास्ति । कुतः । अजहकोणजअहकोणयोः समत्वात् । हचिह्नात् अजबवृत्तपालिपर्यन्तं हअरेखा हजरेखा हबरेखा च एताः समाना निष्पन्नाः । तस्मात् हं केन्द्रं जातम् । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ।

---

1 कार्यमस्ति D.

अथास्मिन् क्षेत्रे अहरेखा वृत्तखण्डाद्बहिः पतिष्यति वा अद-रेखायां पतिष्यति वा वृ-त्तखण्डान्तः पतिष्यति ।

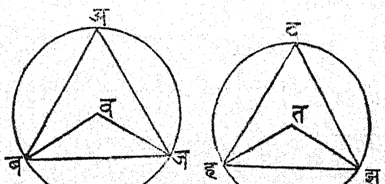


प्रथमप्रकारस्य क्षेत्रं दर्शितमवशिष्टप्रकारयोरे-तत्क्षेत्रद्वयमस्तीति निश्चितम् ॥

अथ पञ्चविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तुल्ययोर्वृत्तयोः समानकोणानां समानि चापानि भवन्ति ते कोणाः केन्द्रगा वा वृत्तपालिगा भवन्तु ते समानचापेषु भवन्ति ।

यथा अबजवृत्तं दहझवृत्तं कल्पितम् । अकोणदकोणौ वा व-कोणतकोणौ समानौ कल्पितौ । तदा बजचापहझचापौ समानौ भविष्यतः ।



कुतः ।

यदि बजरेखा हझरेखा योज्यते तदैते द्वे समाने स्याताम् । कुतः । वबभुजवजभुजत-हभुजतझभुजानां समत्वात् वतकोणावपि समानौ । तस्मात् बअ-जवृत्तखण्डझदहवृत्तखण्डे सजातीये जाते । एते द्वे समरेखाद्वयस्थे चापे स्तस्तस्मात्समाने जाते । शेषचापद्वयं समवृत्तद्वयस्य च समानं भविष्यतीत्युपपन्नं यथोक्तम् ॥

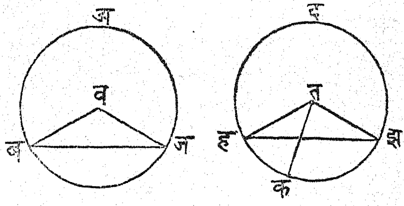
अथ षड्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र समानयोर्वृत्तयोः समचापोत्पन्नाः कोणाः समाना भवन्ति ते कोणाः केन्द्रलग्ना अथवा वृत्तपालिलग्ना भवन्ति ।

---

१ अवशेष° D. K.

यथा **अबजवृत्ते दहझवृत्ते बजचापं हझचापं** समानं कल्पितम् । द्वयोश्चापयोर्वकोणतकोणौ केन्द्रगतौ समानौ स्तः ।



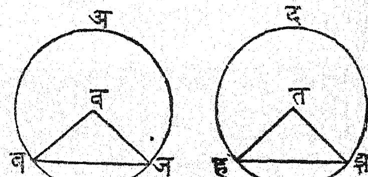
कुतः ।

यदि न्यूनाधिकौ भवतस्तदा **हतक**कोणो **व**कोणतुल्यः कार्यः । **हक**चापं **बज**चापस्य समानं भविष्यति । तदा **हझ**चापसमानमपि भविष्यति । इदं बाधितम् । तदेवं यथोक्तमुपपन्नम् ॥ अनेन प्रकारेण वृत्तपालिकोणा अपि समाना भवन्ति ॥

अथ सप्तविंशतितमं क्षेत्रम् ।

समानेषु वृत्तेषु समानपूर्णजीवाचापानि समानि भवन्ति ।

यथा **अबजवृत्ते दहझवृत्ते** च **बजपूर्णज्या हझपूर्णज्या** च समाना कल्पिता । तदा **बअज**चाप**हदझ**चापे समाने भविष्यतः । पुनर्**बज**चाप**हझ**चापे समाने भविष्यतः ।

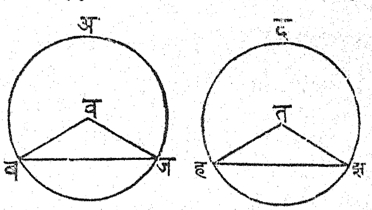


अनयोर्वृत्तयोर्वचिह्नं तचिह्नं केन्द्रं कल्पितम् । **वब**रेखा **वज**रेखा **तह**रेखा **तझ**रेखा संयोज्या । तदा **वत**कोणौ **वबज**त्रिभुजस्य **तहझ**त्रिभुजस्य च समानौ स्तः । कुतः । अनयोर्भुजानां समत्वात् । तस्माच्चापानि समानानि जातानि । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

अथाष्टाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

तत्र समानेषु वृत्तेषु समानचापानां पूर्णजीवाः समाना भवन्ति ।

यथा अबजवृत्ते दहझवृत्ते बजचापहझचापे समाने कल्पिते। तदा बजपूर्णज्या हझपूर्णज्या समाना भविष्यति।

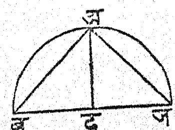


अनयोर्वृत्तयोः केन्द्रं वचिह्नं तचिह्नं कल्पितम्। वबजतहझ-त्रिभुजद्वयं कल्पितम्। अनयोर्भुजाः समाना भविष्यन्ति। वतकोणौ च समानौ भविष्यतः। वृत्तानां चापानां च समत्वात्। तस्मात् बजहझा-वपि समानौ भविष्यतः। न्यासस्तु पूर्वोक्त एवेत्युपपन्नं मदुक्तम्॥

अथैकोनत्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

तत्र एकस्य चापस्यार्द्धं कर्त्तुमिष्यते।

यथा बअजचापं कल्पितम्। तत्र बजरेखा संयोज्या। इयं रेखा दचिह्नेऽर्द्धिता करणीया। अस्माच्चिह्नात् दअलम्ब उ-त्पाद्यः। अयं तच्चापं अचिह्नेऽर्द्धं करिष्यति।



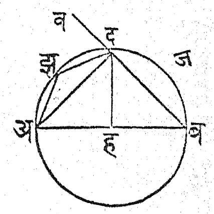
कुतः।

बअरेखा जअरेखा संयोजनीया। एते रेखे समाने भविष्यतः। कुतः। बदजदभुजयोः साम्यात्। दअभुज उभयोरेक एव। दस्य द्वौ कोणौ समकोणौ स्तः। तस्मात् बअचापं जअचापं च समानं भविष्यति। यथोक्तमुपपन्नम्॥

अथ त्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

वृत्तखण्डपालौ यः कोणः स समकोणो भवति यदि खण्डं वृत्तार्द्धं भवेत्। यदि खण्डं वृत्तार्द्धादधिकं तदा न्यूनकोणः स्यात्। न्यूने खण्डेऽधिकः कोणः स्यात्।

यथा अबजदवृत्ते अदबं वृत्तार्द्धं कल्पितम्। अस्य केन्द्रं हचिह्नं



कल्पितम् । वृत्तपालौ दचिह्नं कल्पितम् । बद-रेखा अदरेखा च संयोज्या[1] । तदा अदबकोणः समकोणो भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः ।

दहरेखा योज्या । तत्र अहदकोणो हदबकोणाद्विगुणोऽस्ति । कुतः । हदभुजहबभुजौ समानौ स्तः । बहदकोणो हदअकोणाद्विगुणोऽस्ति । तस्मात् अहदकोणबहदकोणयोगः समकोणद्वयतुल्यो द्विगुणितअदबकोणेन समानोऽस्ति । तस्मात् अदबकोणः समकोणो जातः ॥

प्रकारान्तरम् ।

बकोणदकोणौ हदबत्रिभुजे समानौ स्तः । हदअत्रिभुजे दकोणअकोणौ समानौ स्तः । तदा अदबत्रिभुजे बकोणअकोणयोगः अदबकोणेन समानो जातः । तस्मादयं अदबकोण एकसमकोणो जातः ।

पुनः प्रकारान्तरम् ।

बदरेखा वचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया । अदवकोणः अदबकोणेन समानो भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः ।

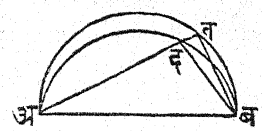
अदवकोणः दअबदबअयोगेन समानः । तत्र बवरेखायां अदरेखा लम्बो जातः । पुनरपि अबजदवृत्तखण्डं अधिकमस्त्यर्द्धवृत्तात् । अस्मिन् खण्डे अबदकोणो वा तत्तुल्योऽन्यकोणो वा न्यूनः कोणोऽस्ति । पुनः अदचापे झचिह्नं कार्यम् । अझरेखा दझरेखा च संयोज्या । अझदकोणः अझदबचतुर्भुजे बकोणेन सार्द्धं समकोणद्वयतुल्योऽस्ति । बकोणो न्यूनोऽस्ति । झकोणोऽधिको भविष्यति । अयमधिककोणो वृत्तार्द्धान्न्यूने अझदखण्डेऽस्ति ।

---

१. °जिता. A. B. K.

प्रकारान्तरम् ।

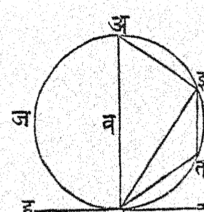
अदबत्रिभुजे यदि दं समकोणोऽस्ति तदा अबव्यासे एकं वृत्तं कार्यम् । तद्दचिह्ने पतिष्यति । यदि न पतिष्यति तदा अदरेखा वृत्तपर्यन्तं कार्या । तत्र[1] तचिह्नं कार्यं ततो बचिह्नपर्यन्तमेका रेखा योज्या । तदा त्रिभुजस्य बाह्यकोणोऽन्तःकोणश्चैकरूपः स्यात् । इदं बाधितम् ॥



अथैकत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र वृत्तपालिसंलग्ना एका रेखा कार्या । रेखावृत्तसंपातचिह्नादपरा रेखा वृत्तान्तर्गता पालिसंलग्ना कार्या । इयं रेखा तस्य वृत्तस्य खण्डद्वयं करिष्यति । एतद्रेखापूर्वरेखयोर्यौ द्वौ कोणौ जातौ तत्रैकतरः कोणो द्वितीयदिक्खण्डगतकोणेन समानो भवति ।

यथा अजवृत्ते दहरेखा बचिह्ने लग्नास्ति । बचिह्नात् बझरेखा निष्कासिता । अनया रेखया वृत्तस्य खण्डद्वयं कृतमस्ति तत्रैकं खण्डं झअजबं संजातं द्वितीयं झतबसंज्ञम् । तदा झबदकोणो झअजबवृत्तखण्डपतितकोणेन तुल्यो भवति । पुनर्झबहकोणो झतबखण्डगतकोणेन समानोऽस्ति ।



अस्योपपत्तिः ।

बचिह्नवकेन्द्रयोर्वबरेखा संयोज्या । इयं रेखा अचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया । अझरेखा संयोज्या । अझबकोणअबदकोणौ समकोणौ स्तः । झअबकोणो झबदकोणश्च प्रत्येकं झबअकोणयुतः समकोणो भवति । तस्मादेतौ कोणौ समानौ जातौ ।

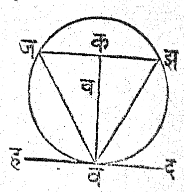
---

१ बचिह्नतचिह्नपर्यन्तमेका रेखा योज्या B.

पुनर्झतबखण्डे तचिह्नं कार्यम्। तझरेखा तबरेखा संयोज्या। तदा झतबकोणो झअबकोणसहितो द्वयोः समकोणयोस्तुल्योऽस्ति। तस्मात् झतबकोणो झबहकोणेन तुल्यो जातः॥

प्रकारान्तरम्।

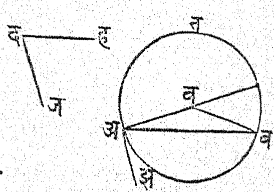
झचिह्नात् झजरेखा दहरेखायाः समानान्तरा कार्या। जबरेखा बवरेखा च संयोज्या। इयं बवरेखा कचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया। बकरेखा लम्बोऽस्ति दहरेखायां जझरेखायां च। अनेन लम्बेन झजरेखाया अर्द्धं कृतम्। झकरेखा कजरेखासमानास्ति बकरेखा उभयोरेकैवास्ति। तदा बझजकोणबजझकोणौ समानौ भविष्यतः। बझजकोणो झबदकोणसमानोऽस्ति। तस्मात् झजबकोणो झबदकोणेन समानो जातः॥



अथ द्वात्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

एकस्यां रेखायामेकं वृत्तखण्डं कार्यमिति चिकीर्षास्ति यथा वृत्तखण्डान्तोऽभीष्टकोणसमानः कोणो भवितुमर्हति।

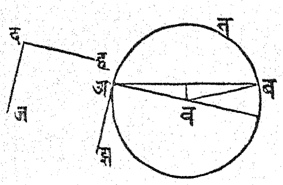
यथा अबरेखा जदहकोणः कल्पितः। अचिह्ने बअझकोणः कल्पितकोणतुल्यः कार्यः। अचिह्नात् झअरेखोपरि अवलम्बः कार्यः। बचिह्नोपरि अबवकोणो बअवकोणेन तुल्यः कार्यः। अवरेखा बवरेखा च वर्द्धनीया यथा वचिह्ने मिलिष्यतः। वं केन्द्रं कृत्वा बअव्यासार्द्धेन अबवृत्तं कार्यम्। तदा अतबवृत्तखण्डं चिकीर्षितखण्डं जातम्।

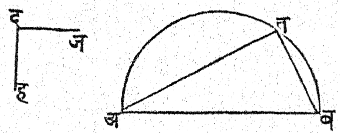


अस्योपपत्तिः।

झअरेखा अवरेखोपरि लम्बोऽस्ति। इयं वृत्तपालौ लगिष्यति वृत्तं

न भेत्स्यति । इयं रेखा यस्मिंश्चिह्ने लग्नास्ति तस्माच्चिह्नान्निःसृतया **अबरे**-खया वृत्तस्य खण्डद्वयं कृतमस्ति । तत्रैकं खण्डं **अतब**संज्ञमस्ति । तस्मिन् **बअझ**कोणेन तुल्यः कोणो भवितुमर्हति **जदह्**कोणेनापि तुल्यो भविष्यति । **जदह्**कोणो यदि न्यूनकोणोऽस्ति तदा **अवलम्बः अझ**रेखा**अब**रेखयोर्बहिः पतिष्यति । यथा उपरितनक्षेत्रे पतितः ।



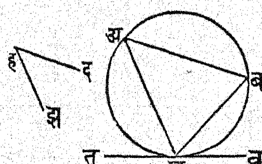


यदि सोऽधिककोणः स्यात् तदा **अवलम्बः अझ**रेखा**अब**रेखयोर्मध्ये पतिष्यति । यदि स समकोणः स्यात् तदा **अवलम्बः अब**रेखोपरि पतिष्यति । पुनरेतस्य क्षेत्रस्य न्यासद्वयमेतादृशम् ॥

अथ त्रयस्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

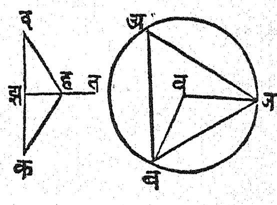
तत्र अभीष्टवृत्तस्यैकं खण्डं पृथक्कार्यमिति चिकीर्षास्ति । कीदृशं खण्डमस्ति । यस्मिन् खण्डे कल्पितकोणेन तुल्यः कोणो यथा भविष्यति ।

यथा **अबज**वृत्तं **दहझ**कोणः कल्पितः **ज**चिह्नात् **तजव**रेखा वृत्त-पालिलग्ना कार्या । **वज**रेखाया **ज**चिह्नोपरि **वजब**कोणो **दहझ**कोणतुल्यः कार्यः । तदा **जब**रेखा वृत्तात् **बअज**खण्डं पृथक्करि-ष्यति । कीदृशमिदं खण्डम् । अत्र **वज-ब**कोणतुल्यः कोणो भवितुमर्हति । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ॥



प्रकारान्तरेणाह ।

वृत्तस्य केन्द्रं **व**चिह्नं कल्पितम् । कल्पितकोणो यदि समकोणः स्यात्



तदा जचिह्नाद्व्यासरेखा निष्कासनीया । तदा व्यासो वृत्तस्य समानं खण्डद्वयं करिष्यति । यदा कल्पितकोणः समकोणो न भविष्यति तदा **झह**रेखा **त**चिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया । **दहझ**कोणो **दहत**कोण एतयोर्द्वयोर्मध्ये एको न्यूनकोणः स्यात् । पुनर्हचिह्नोपरि **हझ**रेखायाः सकाशात् **झहक**कोणो **दहझ**कोणेन तुल्यः कार्यः । **हद**रेखा **हक**रेखा च समाना कार्या । **दक**रेखा योजनीया । पुनर्जबरेखा योजनीया । पुनर्जचिह्नोपरि **वजब**कोणो **हदक**कोणेन तुल्यः कार्यः । **वब**रेखा योजनीया । तदा **वबज**कोणो **बजव**कोणेन तुल्यो भविष्यति । अयं **हकद**कोणेन तुल्यो जातः । **हकद**कोणो **हदक**कोणेन समानोऽस्ति । तस्मात् **जवब**कोणः केन्द्रगतः **कहद**कोणेन तुल्यो जातः । अयं केन्द्रगतः कोणः **जअब**वृत्तखण्डान्तःपतितपालिगतकोणाद्द्विगुणोऽस्ति । तस्मादस्मिन् खण्डे **दहझ**कोणेन तुल्यः कोणो भविष्यति । द्वितीयखण्डे **दहत**कोणतुल्यः कोणो भविष्यति । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ॥

अथ चतुस्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

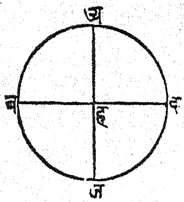
वृत्ते द्वे पूर्णज्ये यदि संपातं कुरुतस्तदैकस्याः खण्डद्वयघातो द्वितीयायाः खण्डद्वयघातेन तुल्यो भवति ।

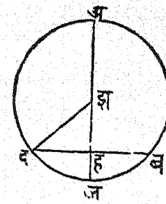
यथा **अब**वृत्ते **अजबद**रेखयोः संपातो हचिह्ने जातस्तदा **अहहज**घातो **बहहद**घातेन समानो भवति ।

अत्रोपपत्तिः ।

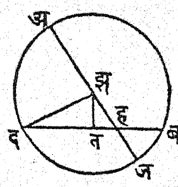
यदि द्वे पूर्णज्ये व्यासरूपे भवतस्तदा प्रकटैवोपपत्तिः ।

पुनर्यदि तयोरेका व्यासरूपा द्वितीया पूर्णज्या लम्बवत्संपातं व्यास-

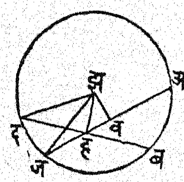




रेखायां करोति तत्र अजव्यासो झं केन्द्रं कल्पितम्। पुनर्झदरेखा संयोजिता। अहहजघातो झहवर्गयुक्तो झजवर्गतुल्यो भवति। झजवर्गो झदवर्गतुल्योऽस्ति। झदवर्गो झहवर्गहदवर्गयोगेन तुल्योऽस्ति। पुनर्झहवर्गो द्वयोः शोध्यः। तदा अहहजघातो हदवर्गेण बहहदघाततुल्येन समानो जातः॥



यदि बदरेखा लम्बवत्संपातं न करोति तदा झचिह्नात् झतलम्बो बदरेखोपरि कार्यः। अहहजघातो झतवर्गतहवर्गयोगतुल्येन झहवर्गेण युक्तो झजवर्गेण समानो भविष्यति। झजवर्गस्तु झतवर्गतदवर्गयोगतुल्यझदवर्गेण समानोऽस्ति। पुनर्झतवर्गो द्वयोः शोध्यः। तदा अहहजघातहतवर्गयोर्योगः तदवर्गतुल्योऽवशिष्टः स्यात्। पुनरपि बहहदघाततहवर्गयोगः तदवर्गेण तुल्योऽस्ति। पुनस्तहवर्गो द्वयोः शोध्यः। तदा अहहजघातो बहहदघातेन तुल्योऽव[1]शिष्यते॥



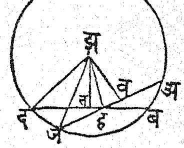
यदि कापि तयोर्व्यासरूपा न भवति तदा तयोर्मध्ये या अजरेखा सा द्वितीयार्द्धे यदि संपातं करोति तदा झचिह्नात् झवलम्बः अजरेखायां कार्यः। झजरेखा झदरेखा च संयोज्या। झतरेखा झहरेखायां पतिष्यति। तदा अहहजघातो वहवर्गयुक्तो वजवर्गेण समानोऽस्ति। पुनर्झववर्गो द्वयोर्योज्यः। तदा अहहजघातो वहवर्गझववर्गयोगेन झहवर्गतुल्येन युक्तो वजवर्गझववर्गयोगेन तुल्योऽस्ति।

---

१ °वशिष्टः A. B.

झजवर्गेणापि तुल्योऽस्ति। झजवर्गो झदवर्गतुल्यो झहवर्गहदवर्गयोर्योगेन समानोऽस्ति। पुनर्झहवर्गो द्वयोः शोध्यः। तदा अहहजघातो बहहदघाततुल्येन हदवर्गेण समानोऽवशिष्यते॥

यदि तयोर्मध्ये कापि व्यासरूपा न भवति नाप्येका द्वितीयरेखाया अर्द्धे संपातं करोति नापि द्वितीयोपरि लम्बवत्स्यात् तदा झवलम्बझतलम्बौ झहरेखाया एकदिशि भवतो वा दिग्द्वये भवतः। तदा अहहजघातो वहवर्गयुक्तो वजवर्गेण समानोऽस्ति। वझवर्गो



द्वयोर्योज्यः। तदा अहहजघातो वहवर्गवझवर्गयोगतुल्यझहवर्गयुतः सन् वजवर्गवझवर्गयोगतुल्यझजवर्गेण समानः स्यात्। पुनरपि बहहदघाततहवर्गयोर्योगः तदवर्गसमानोऽस्ति। पुनस्तझवर्गो द्वयोर्योज्यते। तदा बहहदघातः तहवर्गतझवर्गयोगतुल्यझहवर्गेण युतः सन् तदवर्गतझवर्गयोगतुल्यझदवर्गेण समानो जातः। झदवर्गो झजवर्गेण समानः। पुनर्झहवर्गो द्वयोः शोध्यः। तदा अहहजघातो बहहदघातेन तुल्योऽवशिष्यते॥

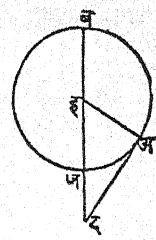
अथ पञ्चत्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

तत्र[1] वृत्ताद्बहिःस्थितैकचिह्नादेका रेखा कर्णानुसारवृत्तपालिमात्रलग्ना कार्या द्वितीया वृत्तान्तर्गता ऊर्ध्वपालिलग्ना कार्या सा वृत्ताद्बहिःस्थितखण्डेन गुणिता सती प्रथमरेखावर्गेन तुल्या स्यात्।

यथा अबजवृत्तं दचिह्नं दजबरेखा वृत्तगता द्वितीया दअरेखा वृत्तपालिलग्ना प्रथमा कल्पिता। तदा बदवजघातो दअवर्गेण समानो भविष्यति।

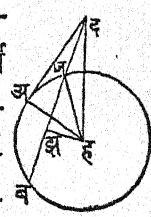
---

१ तत्र वृत्ताद्बहिःस्थितैकचिह्नान्निःसृते ये रेखे तन्मध्ये यद्येका रेखा वृत्तपालिमात्रलग्ना भवति द्वितीया वृत्तान्तर्गता भवति तत्र या वृत्तान्तर्गता तस्या वृत्तबहिःस्थितखण्डान्तःस्थितखण्डयोर्घातो पालिसंलग्नरेखाया वर्गो भवति। A. B.



यदि वृत्तगता रेखा केन्द्रगता भवति तदा हकेन्द्रं कल्पितम् । पुनः अहरेखा संयोज्या । तदा बददजघातो हजवर्गयुक्तो हदवर्गेण तुल्योऽस्ति । हदवर्गस्तु दअवर्गअहवर्गयोगेन तुल्योऽस्ति । दअवर्गहजवर्गयोगेनापि तुल्यः । हजवर्गो हअवर्गतुल्योऽस्ति । पुनर्हजवर्गो द्वयोः । शोध्यः तदा बददजघातो दअवर्गेण तुल्योऽवशिष्यते ॥

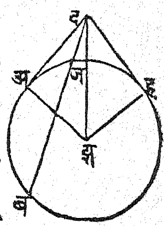
यदि केन्द्रगा न भवति तदा हदरेखा हजरेखासंयोज्या । हचिह्नात् बदरेखोपरि हझलम्बः कार्यः । तदा बददजघातझजवर्गयोर्योगो झदवर्गेण तुल्योऽस्ति । पुनर्झहवर्गो द्वयोर्योज्यः । तदा बददजघातो हजवर्गेण झजवर्गझहवर्गयोगतुल्येन युक्तो झदवर्गझहवर्गयोगेन हदवर्गतुल्येन समानोऽस्ति । हअवर्गसमहजवर्गदअवर्गयोगेनापि समोऽस्ति । पुनर्हजवर्गो द्वयोः शोध्यः । तदा बददजघातो दअवर्गतुल्यः स्यात् ॥



अथ षट्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

तत्र बहिःस्थचिह्नात् वृत्तपर्यन्तं द्वे रेखे कार्ये । तत्रैका वृत्तान्तर्गता द्वितीया पालिलग्ना कार्या । द्वितीया वृत्तस्य प्रथमपालिपर्यन्तं कार्या । तत्रान्तर्गता निजबहिःस्थखण्डेन गुणिता द्वितीयरेखावर्गतुल्या चेत् तदा द्वितीयरेखा वृत्तान्तर्गता नैव स्यात् किं च पालिलग्ना बहिर्गतैव भवति ।

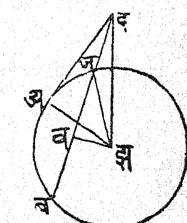
यथा अबजवृत्तं दचिह्नं दजबरेखा वृत्तान्तर्गता । दअरेखा द्वितीया कल्पिता । पुनर्दचिह्नात् दहरेखा कार्या यथा वृत्तपालिलग्ना



स्यात् वृत्तान्तर्गता न भवति तथा कार्या । पुनर्झके-न्द्रात् अपर्यन्तं रेखा संयोज्या । तदा **बददज**घातो **दअ**वर्गेण समानोऽस्ति । **दह**वर्गेणापि समानः । तदा **दअ**रेखा **हद**रेखासमाना जाता । **झअ**रेखा **झह**रेखा-समानास्त्येव । पुनर्झदरेखा द्वयोरेकास्ति । तस्मात् **दअझ**कोणो **दहझ**समकोणेन समानो जातः । **दअझ**कोणोऽपि समकोणो जातः । **दअ**रेखालम्बो जातः **अझ**रेखोपरि । तस्मात् **दअ**-रेखा वृत्तपालिसंलग्ना जाता न च वृत्तान्तर्गता । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ।

प्रकारान्तरम् ।

झअरेखा **झज**रेखा संयोज्या **झ**चिन्हात् **बद**रेखोपरि **झव**लम्बः



कार्यः । तदा **बददज**घात**जव**वर्गयोगो **वद**व-र्गेण समानोऽस्ति । पुनर्वझवर्गो योज्यः । तदा **ब-दद**ज**घातो **जववझ**वर्गयोगतुल्य**झज**वर्गेण तत्स-मेन **झअ**वर्गेण युतः सन् **वद**वर्ग**वझ**वर्गयोगतुल्य-**झद**वर्गेण समानोऽस्ति । **बदद**ज**घातो **दअ**वर्गेण समानोऽस्ति । तस्मात् **दअ**वर्ग**झअ**वर्गयोगो **झद**वर्गेण समानः । तस्मात् **झअद**कोणः समकोणो जातः । तस्मात् **दअ**रेखा वृत्तपालि-लग्ना भविष्यति न वृत्तान्तर्गता । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्ट्यै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधारूढितेन प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्यध्यायोऽध्येतृमोहापह इति विरतिं संगतोऽभूत् तृतीयः ॥

इति श्रीमज्जगन्नाथसम्राड्विरचिते रेखागणिते

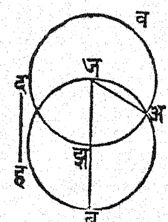
तृतीयाध्यायः समाप्तः ॥ ३ ॥

अथ चतुर्थोऽध्यायः षोडशक्षेत्रैर्[1]निरूप्यते ।

तत्र प्रथमं क्षेत्रम्[2] ।

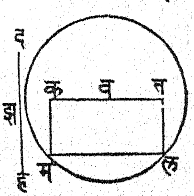
वृत्तान्तरभीष्टरेखा तुल्या पूर्णज्या कर्तुमिच्छास्तीति परं चाभीष्टरेखा वृत्तव्यासादधिका न भवति तथा कल्पनीया ।

यथा अबजवृत्तं दहरेखा कल्पिता । अस्मिन्वृत्ते बजव्यासः कार्यः । अस्मात् दहरेखातुल्या झजरेखा पृथक्कार्या । पुनर्जकेन्द्रात् जझव्यासार्द्धेन अझववृत्तं कार्यम् । अजरेखा संयोज्या । इयं पूर्णज्याऽभीष्टरेखातुल्या जाता ।



प्रकारान्तरम् ।

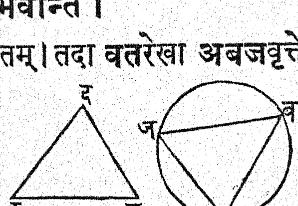
दहरेखाया झचिह्ने अर्द्धं कार्यम् । वृत्तस्य वकेन्द्रं कल्पनीयम् । वचिह्नादुभयतः दझतुल्या वकरेखा वतरेखा पृथक्कार्या । पुनस्तचिह्नात् कचिह्नात्तललम्बः कमलम्बश्च कार्यः । लमरेखा संयोज्या । इयं लमरेखाऽभीष्टरेखातुल्या पूर्णज्या जाता । कुतः । तकतुल्यत्वात् दहतुल्यत्वाच्च ॥



अथ द्वितीयं क्षेत्रम्[3] ।

वृत्तान्तस्त्रिभुजं कर्तव्यमस्ति यस्य त्रिभुजस्य कोणा अभीष्टत्रिभुजस्य कोणैस्तुल्या यथा भवन्ति ।

यथा अबजवृत्तं दहझत्रिभुजं कल्पितम् । तदा वतरेखा अबजवृत्ते अचिह्ने संलग्ना कार्या । अचिह्नोपरि वअबकोणो हकोणतुल्यः कार्यः । तअजकोणो झकोणतुल्यः कार्यः । बजरेखा संयोजिता । अबजत्रिभुजमिष्टं जातम् ॥



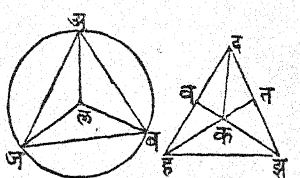
१ शकलै° K. २ शकलम् K. ३. शकलम् K.

अत्रोपपत्तिः ।

अजबकोणो बअवकोणतुल्योऽस्ति हकोणतुल्योऽपि जातः । अबजकोणो जअतकोणतुल्योऽस्ति तदा झकोणतुल्यो जातः । शेषो बअजकोणो दकोणतुल्यः । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

प्रकारान्तरम् ।

दन्यूनकोणस्य दहभुजदझभुजयोर्वचिह्ने तचिह्नेऽर्द्धं कार्यम् । वचिह्नतचिह्नाभ्यां द्वौ लम्बौ निष्कासनीयौ तौ कचिह्ने मिलिष्यतः । पुनः कदरेखा कहरेखा कझरेखा च संयोज्याः । एतास्तिस्रो रेखाः समाना भविष्यन्ति । तस्य वृत्तस्य लकेन्द्रं कल्पनीयम् । लअरेखा योज्या । लचिह्नोपरि अलबकोणो दकहकोणतुल्यः कार्यः । पुनः अलजकोणो दकझकोणतुल्यः कार्यः । शेषो बलजकोणो हकझकोणतुल्यः स्यात् । पुनः अबरेखा अजरेखा बजरेखा च संयोज्या । तदा अबजत्रिभुजमस्माकमिष्टं स्यात् ।



अत्रोपपत्तिः ।

लअबकोणलबअकोणौ समानौ स्तः । कदहकोणकहदकोणौ समानौ । अलबकोणदकहकोणौ समानौ स्तः । तस्मात् अकोणदकोणौ बकोणहकोणौ च समानौ जातौ । अनेनैव प्रकारेण शेषकोणा अपि समाना जाताः ।

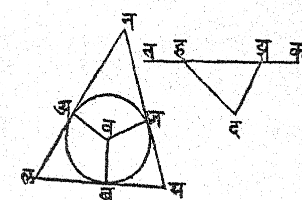
अथ तृतीयं क्षेत्रम्[1] ।

वृत्तोपरि तथा त्रिभुजं कल्पनीयं तथा तस्य कोणा अभीष्टत्रिभुजकोणतुल्या भवन्ति ।

---

१ शकलम् K.

यथा **अबज**वृत्तं **दहझ**त्रिभुजं कल्पितम् । **हझ**भुजः **क**चिह्न-**त**चिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीयः । **व**चिह्नं वृत्त-केन्द्रं कल्पितम् । **वब**रेखा योजिता । **व**चिह्नोपरि **बवअ**कोणो **दहत**को-णतुल्यः कार्यः । **बवज**कोणो **दझक**-



कोणतुल्यः कार्यः । **ब**चिह्नात् **अ**चिह्नात् **ज**चिह्नाच्च तिस्रो रेखा वृत्तपा-लिलग्नाः कार्यास्तथा वर्द्धनीया यथा **ल**चिह्न**न**चिह्न**म**चिह्ने यथाक्रमं लग्नाः स्युः । तस्मात् **लमन**त्रिभुजमिष्टं जातम् ।

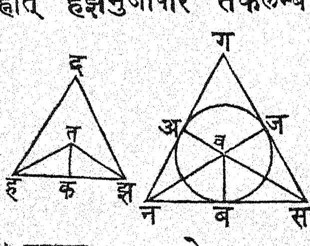
अस्योपपत्तिः ।

यच्चतुर्भुजमस्ति तस्य चतुः[1]कोणयोगः चतुःसमकोणतुल्यः स्यात् । **अलबव**चतुर्भुजे **अः** समकोणो **बः** समकोणश्चास्ति तौ चेच्छोध्येते तदा **ल**कोण**व**कोणयोर्योगो समकोणद्वयतुल्यो जातो यथा **दहत**कोण-**दहझ**कोणयोगो द्वयोः समकोणयोस्तुल्यः । **अवब**कोणो **दहत**कोण-तुल्यः । तस्मात् **दहझ**कोणो **ल**कोणतुल्यो जातः ।

अनेनैव प्रकारेण **दझह**कोणो **म**कोणतुल्यो जातः । तस्मात् शेषौ **द**कोण**न**कोणौ समानौ जातौ । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ।

प्रकारान्तरम् ॥

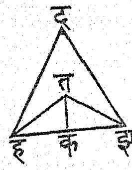
हकोण**झ**कोणौ रेखाद्वयेनाऽर्द्धितौ कार्यौ । एते द्वे रेखे त्रिभुजान्त-**स्त**चिह्ने संपातं करिष्यतः । पुनस्त**त**चिह्नात् **हझ**भुजोपरि **तक**लम्बः कार्यः । पुनर्**वब**रेखा कार्या । पुनर्**व**चि-ह्नोपरि **बवन**कोणः **कतह**कोणतुल्यः कार्यः । **ब**चिह्नादेका रेखा पालिसंलग्ना कार्या । पुनरियं रेखा **वन**रेखा च व-

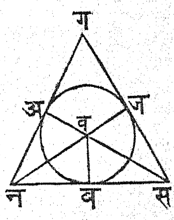


र्द्धनीया **न**चिह्ने यथा संपातं करिष्यतः । तस्मात् **बनव**कोणः **कहत**-

१ ष्को B.

कोणतुल्यो जातः। वचिह्ने नवसकोणो हतझकोणतुल्यः कार्यः। नबरेखा वर्द्धनीया यथा वसरेखोपरि सचिह्ने संपातं करोति। तस्मात् बसवकोणः कझतकोणतुल्यो जातः। पुनर्नचिह्नात् सचिह्नात् तथा द्वे रेखे कार्ये तथा वृत्तलग्ने स्तः। गचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीये। तस्मात् नसगत्रिभुजमिष्टं जातम्।





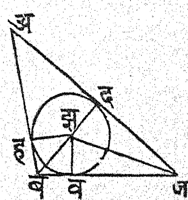
अस्योपपत्तिः।

अवरेखा संयोज्या। वअरेखा वबरेखा समानास्ति। वनरेखा त्रिभुजद्वयेऽप्येकैव। अकोणबकोणौ समकोणौ स्तः। तस्मात् अनवकोणबनवकोणौ समानौ जातौ। पुनः अनबकोणो दहझकोणेन तुल्यो जातः। एवं जसबकोणो दझहकोणेन समानो जातः। तस्मादेतौ दकोणगकोणौ तुल्यौ जातौ॥

अथ चतुर्थं क्षेत्रम्।

त्रिभुजान्तर्वृत्तं कर्त्तुमिच्छास्ति।

अबजत्रिभुजं कल्पितम्। पुनर्बकोणजकोणौ रेखाद्वयेनाऽर्द्धितौ कार्यौ। तद्रेखाद्वयं झचिह्ने मिलिष्यति। पुनर्झचिह्नात् झदलम्बझहलम्बझवलम्बा भुजेषु कार्याः। एते त्रयो लम्बा मिथः समाना भवन्ति। कुतः। झबवकोणझबहकोणौ झहबत्रिभुजे झवबत्रिभुजे च समानौ स्तः। पुनर्वकोणहकोणौ समकोणौ स्तः। झबभुजो द्वयोस्त्रिभुजयोरेकैवास्ति। तस्मात् झहभुजझवभुजौ समानौ जातौ। एवं झवजत्रिभुजे झदजत्रिभुजे भुजा मिथः समानाः। पुनर्झकेन्द्रं कृत्वा अन्यतमलम्बव्यासार्द्धेन दहववृत्तं कार्यम्। इदं वृत्तमस्माकमिष्टम्।

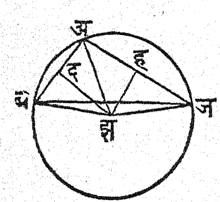


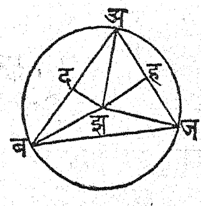
१ शकलम् K.

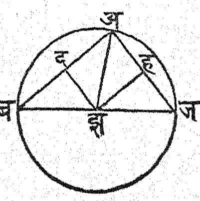
अथ पञ्चमं क्षेत्रम्[1] ।

यदि त्रिभुजोपरि वृत्तं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

यथा अबजत्रिभुजं कल्पितम् । अबभुजअजभुजयोर्दचिह्ने हचिह्ने चार्द्धं कार्यम् । दझलम्बहझलम्बौ कार्यौ यथा झचिह्ने लम्बौ स्तः ।







झअझबझजरेखाः संयोज्याः । एतास्तिस्रः समानाः स्युः । दबदअरेखयोः समत्वात् । दझभुजस्तूभयत्र एक एव । दकोणौ समकोणौ स्तः । एवं अझहत्रिभुजे जझहत्रिभुजे बोध्यम् ।

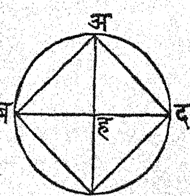
झचिह्नं केन्द्रं कृत्वा अन्यतमरेखां व्यासार्द्धं कृत्वा अबजवृत्तं कार्यम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

दझलम्बहझलम्बयोः संपातस्त्रिभुजाद्बहिः पतति । यथा पूर्ववृत्ते अथवा त्रिभुजान्तर्भवति वा भुजोपरि पतति ॥

अथ षष्ठं क्षेत्रम्[1] ।

वृत्तान्तः समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

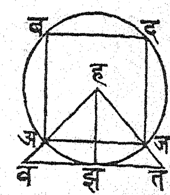
यथा अबजदवृत्तं कल्पितं हकेन्द्रं च तदा वृत्तान्तः अजव्यासबदव्यासयोः संपातः समकोणेऽस्ति । पुनः अबरेखाबजरेखाजदरेखादअरेखाः संयोज्याः । तदेष्टं चतुर्भुजमुत्पन्नम् । कुतः । चतुर्णां त्रिभुजानां भुजानां कोणानां च समत्वात् ॥



---

१ शकलम् K.

प्रकारान्तरम् ।



वृत्ते प्रथमं **हझ**रेखा कार्या । पुनर्झचिह्नात् **झवत**रेखा वृत्तपालिलग्ना कार्या । **झवं झतं** प्रत्येकं **झह**तुल्यं कार्यम् । **हव**रेखा **हत**रेखा योज्या । तदा **व**कोण**त**कोणौ प्रत्येकमर्द्धसमकोणौ जातौ । **वहत**कोणः समकोणो जातः । पुनः **अज**रेखा संयोज्या । तदा **अझज**चापं वृत्तस्य चतुर्थोऽशो भविष्यति । तस्य पुनः **अब**पूर्णज्या**दज**पूर्णज्ये **अज**पूर्णज्यातुल्ये कार्ये । पुनर्**बद**रेखा योज्या । तदेष्टं चतुर्भुजमुत्पन्नम् । कुतः । चतस्रो रेखाश्चतुर्णां पादानां पूर्णज्याः सन्ति । चत्वारः कोणाः समकोणाः सन्ति ॥

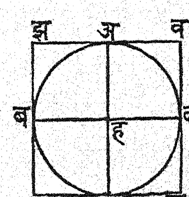
अथ सप्तमं क्षेत्रम्[1] ।

वृत्तोपरि समकोणसमचतुर्भुजं कर्तव्यमस्ति ।

यथा **अबजद**वृत्तं कल्पितम् । अस्मिन् **अज**व्यास**बद**व्यासौ समकोणे संपातं कुर्वन्तौ **ह**चिह्नकेन्द्रसंलग्नौ कार्यौ । व्यासयोः प्रान्तेभ्यश्चतस्रो रेखा वृत्तपालिलग्नाः कार्याः । एता रेखा **झवतक**चिह्नेषु संपातं करिष्यन्ति । इदं समकोणसमचतुर्भुजमिष्टं जातम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

झहक्षेत्रस्य भुजाः समानान्तराः सन्ति । **अहब**कोणाः समकोणाः सन्ति । अस्यैव क्षेत्रकोणाः समकोणाः सन्ति । **झ**कोणस्य समकोणत्वात् । इदं क्षेत्रं समकोणसमचतुर्भुजमुत्पन्नम् । **हअहब**रेखयोः समत्वात् । एवं शेषं क्षेत्रत्रयं समकोणसमचतुर्भुजं जातम् । तस्मात् **झक**क्षेत्रमपि समकोणसमचतुर्भुजं जातम् ॥



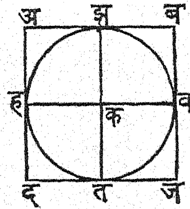
---

१ शकलम् K.

अथाष्टमं क्षेत्रम्[1] ।

तत्र समकोणसमचतुर्भुजान्तर्वृत्तं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

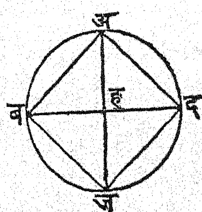
यथा **अबजद**चतुर्भुजं कल्पितम् । तस्मात् **अबभुजअदभुजौ झ**-चिह्नहचिह्नयोरर्द्धितौ कार्यौ । **हव**लम्ब**झत**लम्बौ **क**चिह्नसंलग्नौ कार्यौ । तदेतस्य क्षेत्रस्य चत्वारि समकोण-समचतुर्भुजानि क्षेत्राणि भविष्यन्ति । तस्मात् **कहकझकवकता**श्चतस्रो रेखाः समाना भविष्यन्ति । पुनः **क**चिह्नं केन्द्रं कृत्वा अन्यतमैकरेखा[2]व्यासार्द्धेन वृत्तं कार्यम् । तदेष्टवृत्तं स्यात् ॥



अथ नवमं क्षेत्रम्[1] ।

समकोणसमचतुर्भुजोपरि वृत्तं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

यथा **अबजद**क्षेत्रं कल्पितम् । **अज**कर्ण**बद**कर्णौ **ह**चिह्ने संपातं कुर्वन्तौ कार्यौ । तदा **हअहबहजहद**रेखाः समानाः सन्ति । कुतः । अस्य क्षेत्रस्य चतुर्णां भुजानां समत्वात् । **अबजद**स्याप्यष्टौ कोणाः समानाः सन्ति । पुनर्हकेन्द्रं कृत्वा अन्यतमरेखा व्यासार्द्धेन वृत्तं कार्यम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



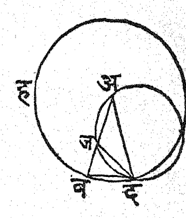
अथ दशमं क्षेत्रम्[1] ।

एकं त्रिभुजं तादृशं कर्त्तव्यमस्ति यस्य द्वौ भुजौ समानौ स्यातां भूम्याश्रितौ कोणौ च मुखाश्रितकोणाद्द्विगुणौ स्याताम् ।

यथा **अब**रेखा कल्पिता । अस्या रेखायाः **ज**चिह्ने तथा खण्डद्वयं

---

१ शकलम् K. २ °व्यासार्धं कृत्वा D. K.



कार्यं यथा अबबजघातः अजवर्गतुल्यः स्यात् । पुनः अकेन्द्रं कृत्वा अबव्यासार्द्धेन बहदवृत्तं कार्यम् । पुनः अजतुल्या बदपूर्णज्या कार्या । अदरेखा कार्या । तस्मात् अबदत्रिभुजमिष्टं जातम् ।

अस्योपपत्तिः ।

जदरेखा संयोज्या । अजदत्रिभुजोपरि अजदवृत्तं कार्यम् । बअबदरेखे बचिह्नान्निसृते स्तः तत्रैकया रेखया अजदवृत्तभेदः कृतः द्वितीया पालिं स्पृष्ट्वैव गता । कुतः । अबबजघातः बदवर्गतुल्योऽस्ति । ततो बदरेखा अजदवृत्तपालिं स्पृष्ट्वैव गता तया वृत्तभेदो न कृतः । इयं यस्मिंश्चिह्ने लग्नास्ति तस्मान्निसृता दजरेखा वृत्तं भित्त्वा गतास्ति । तया वृत्तस्य खण्डद्वयं कृतमस्ति । तस्मात् जअदकोणो बदजकोणतुल्यो जातः । पुनर्जदअकोणो द्वयोः कोणयोर्योज्यः । तदा बकोणतुल्यो बदअकोणो जदअकोणजअदकोणयोगतुल्यो जातः । अयं योगो बजदकोणतुल्योऽस्ति । तस्मात् अजतुल्या बदरेखा जदसमाना जाता । तेन जअदकोणजदअकोणौ समानौ जातौ । तस्मात् बदभूम्याश्रितौ कोणौ अकोणाद्विगुणौ जातौ । इदमेवेष्टम् ।

अथवा प्रकारान्तरेणाह ।

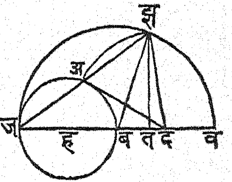
अबदत्रिभुजस्य अकोणो दजबत्रिभुजस्य जदबकोणेन समानोऽस्ति । ब[1]कोण उभयोरेक एवास्ति । शेषं अदबकोणो दजबकोणतुल्यो जातः । तस्मात् अजरेखातुल्या बदरेखा जदरेखासमाना भविष्यति । अकोणो जदअकोणतुल्यो भविष्यति । अयं अकोणः पूर्वं जदबकोणतुल्यस्थितः । तस्मात् अबदकोणो अदबकोणः प्रत्येकं द्विगुणितअकोणतुल्यो जातः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

अबजवृत्तं कार्यं हकेन्द्रं कृत्वा । पुनरेतद्वृत्तपालौ अचिह्नं कार्यम् ।

---

१ बकोण उभयोः संयोजितः K.



पुनः अचिह्नात् अदरेखा वृत्तपालिलग्ना निष्कास्या । इयं व्यासतुल्या कार्या । दबहजरेखा संयोज्या । पुनर्बकेन्द्रं कृत्वा बजार्द्धव्यासेन जझवं वृत्तार्द्धं कार्यम् । इदं वृत्तं बदरेखाया बहिर्गमिष्यति । कुतः । बवतुल्यबजरेखाया अदतुल्यत्वात् । इयं अदरेखा बदरेखाया अधिकास्ति । पुनर्जदरेखा वचिह्नपर्यन्तं निष्कास्या । पुनर्दकेन्द्रं कृत्वा दअव्यासार्द्धेन अझचापं कार्यम् । इदं चापं जझवचापं झचिह्ने भेत्स्यति । कुतः । वबतुल्या दअरेखा बदरेखाया अधिकास्ति । पुनर्झजझबझदरेखा योजनीयाः । तत्र झबझदरेखे मिथः समाने । कुतः । बजदअरेखयोः समानत्वात् । पुनर्झचिह्नात् झतलम्बो बजरेखोपरि निष्कास्यः । तस्माद् दबरेखा तचिह्नोपर्यर्द्धिता भविष्यति । झतजकोणः समकोणोऽस्ति । झबजकोणोऽधिककोणो भविष्यति । झजवर्गो झबवर्गबजवर्गद्विगुणजबबतघातयोगतुल्योऽस्ति । द्विगुणजबबतघातो जबबदघाततुल्योऽस्ति । पुनर्बजवर्गजबबदघातयोगो जदजबघाततुल्योऽस्ति । दअवर्गतुल्यझबवर्गो जदबदघातसमानोऽस्ति । कुतः । अदरेखाया लघुवृत्तपालिसंलग्नत्वात् । पुनर्दजजबघातजददबघातयोगो जदवर्गतुल्योऽस्ति । तस्मात् जझवर्गजदवर्गौ समानौ जातौ । तस्मात् जझजदरेखे समाने जाते । पुनर्जझदकोणजदझकोणावपि समानौ । झबदकोणतुल्यजदझकोणः समानयोर्बजझकोणबझजकोणयोर्योगेन समानः । तस्मात् जझदत्रिभुजस्य समयोर्भुजयोर्जझदकोणो जदझकोणः प्रत्येकं द्विगुणितजकोणतुल्योऽस्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथैकादशं क्षेत्रम्[1] ।

अभीष्टवृत्तान्तः समानं पञ्चभुजं क्षेत्रं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

यथा अबजवृत्तं कल्पितम् । दशमक्षेत्रोक्तवत् त्रिभुजं कार्यम् । तद्

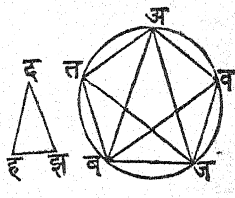
---

१ शकलम् K.

दहझत्रिभुजं कल्पितम् । वृत्तान्तः अबजत्रिभुजं कार्यं यथास्य त्रिभुजस्य कोणा बहिःकल्पितत्रिभुजस्यकोणैः समाना भविष्यन्ति । वृत्तान्तस्त्रिभुजं अबजं कल्पितम् । पुनः अबजकोणः अजबकोणः प्रत्येकं बवरेखया जतरेखयार्द्धितः कार्यः । पुनः अवरेखावजरेखाअतरेखातबरेखाः संयोज्याः । तस्मात् अतबजवं समपञ्चभुजं क्षेत्रं जातम् ।

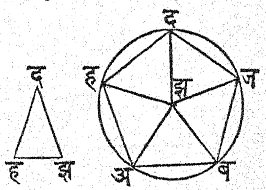
अस्योपपत्तिः ।

बअजकोणवबजकोणअबवकोणअजतकोणतजबकोणा मिथः समानाः सन्ति । एतेषां चापानि समानानि पूर्णजीवाश्च समानाः । तस्मात्पञ्चभुजा अपि समाना जाताः । अस्य पञ्चभुजस्य यः कश्चित्कोणः पञ्चचापेषु स चापत्रये लग्नोऽस्ति । तस्मात्पञ्चकोणा अपि समाना जाताः ॥



प्रकारान्तरम् ।

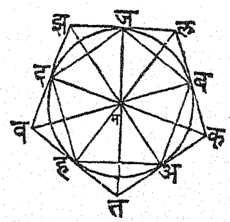
तद्वृत्तस्य झकेन्द्रं कल्पयित्वा झअव्यासार्द्धं कार्यम् । झचिह्ने अझबकोणस्तादृशत्रिभुजभूमितुल्यः कोणः कार्यः । झचिह्ने बझरेखाया बझजकोणस्तादृश एव कार्यः । पुनः झचिह्ने जझरेखाया जझदकोणस्तत्कोणतुल्य एव कार्यः । पुनर्झचिह्ने दझरेखाया दझहकोणः कार्यः । त्रिभुजस्य कोणत्रययोगः समकोणद्वयतुल्यो भवति । त्रिभुजस्य मुखकोण एकसमकोणस्य पञ्चमांशद्वयेन तुल्योऽस्ति । यः कोणोऽस्माभिः कृतः स प्रत्येकं चतुर्गुणपञ्चमांशतुल्य एकस्य समकोणस्यास्ति । चतुर्णां कोणानां योगः समकोणत्रयस्य समकोणपञ्चमांशस्य योगेन तुल्योऽस्ति । तस्मात् शेषः अझहकोण एकसमकोणस्य चतुर्गुणपञ्चमांशतुल्यो जातः । तस्मात्पञ्चकोणा अपि समाना जाताः । एतेषां चापानि पूर्णजीवाश्च समाना जाताः । यदि



अबबजजददहहअपूर्णज्याः संयोज्यन्ते तदा पञ्चसमभुजसमकोणक्षेत्रं भवति । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

अथ द्वादशं क्षेत्रम्[1] ।

तत्र वृत्तोपरि पञ्चसमभुजसमानकोणं क्षेत्रं कर्त्तुमिच्छास्ति ।



पूर्वं वृत्तान्तः पञ्चसमानभुजसमानकोणं क्षेत्रं कार्यम् । पञ्चकोणेभ्यो वृत्तपालिलग्ना बहिः पञ्चरेखाः कार्याः । एताः पञ्चरेखा **झवतकल**-चिह्नेषु मिलिता भवन्ति । पञ्चसमभुजक्षेत्रं जातम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

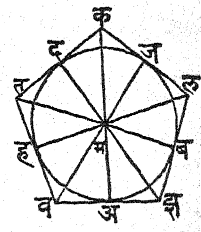
मकेन्द्रं कल्पितम् । केन्द्रात् दशसु चिह्नेषु रेखाः संयोज्याः । तत्र **झजझद**रेखे समाने स्तः । पुन**र्मजमद**रेखे अपि समाने । **मझ**रेखोभयोस्त्रिभुजयोरेकैव । **मझज**त्रिभुजस्य **मझद**त्रिभुजस्य कोणा मिथः समाना जाताः । **झमज**कोणो **झमद**कोणश्च प्रत्येकं **जमद**कोणस्यार्द्ध-कोणोऽस्ति । अयं **जमद**कोणो **दमह**कोणेन समानोऽस्ति । कुतः । **जद**चाप**दह**चापयोः समानत्वात् । एवं **दमव**त्रिभुजस्य **वमह**त्रिभुजस्य कोणा मिथः समानाः । **दमव**कोणो **दमह**कोणस्यार्द्धमितोऽस्ति । तस्मात् **दमव**कोणो **दमझ**कोणेन समानो जातः । **द**स्य कोणद्वयं सम-कोणद्वयमस्ति । **मद**भुजो द्वयोरेक एव । तस्मात् **मदझ**त्रिभुजस्य **मदव**त्रिभुजस्य च भुजाः कोणाः समाना जाताः । एवं सर्वेऽपि भुजाः समानाः ॥

प्रकारान्तरम् ।

मअरेखा कार्या । **अ**चिह्नात् **अवझ**रेखा वृत्तपालिलग्ना कार्या ।

---

[1] शकलम् K.

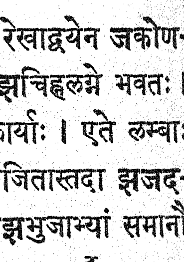


अमरेखाया मचिह्नोपरि अमझकोणअमवकोणौ दशमक्षेत्रोक्तत्रिभुजमुखकोणतुल्यौ कार्यौ । मझरेखा मवरेखा च दीर्घा कार्या यथा झवरेखायां झवचिह्नयोः संपातं करिष्यति । तस्मात् झमवकोणश्चतुर्णां समकोणानां पञ्चमांशो जातः । पुनर्वमततमककमललमझकोणाः पूर्वकोणतुल्याः कार्याः । पञ्चकोणैर्वृत्तस्य पञ्चसमविभागा भविष्यन्ति । पुनर्भुजा मवसमानाः कार्याः । पुनर्वततककलललझरेखाः संयोज्याः । तस्मात्पञ्चत्रिभुजानां भुजाः कोणाश्च मिथः समाना जाताः । एते सर्वे मिलित्वा पञ्चसमभुजसमानक्षेत्रं जातम् । पुनर्मबमजमदमहलम्बाः कार्याः। एते लम्बा मअव्यासार्द्धेन तुल्या जाता इति निश्चितम् । तस्मात्पञ्चसमभुजस्य भुजा वृत्तपालिलब्धा जाता [1]इति निश्चितम् ॥

अथ त्रयोदशं क्षेत्रम्[2] ।

तत्र पञ्चसमभुजस्य मध्ये एकं वृत्तं कर्त्तुमिच्छास्ति ।

यथा अबजदहपञ्चसमभुजक्षेत्रं कल्पितम् । तत्र रेखाद्वयेन जकोणदकोणौ अर्द्धितौ कार्यौ । पुनर्द्वे रेखे वर्द्धनीये यथा झचिह्नलग्ने भवतः । पुनर्झचिह्नात् झवझतझकझलझमलम्बा भुजेषु कार्याः । एते लम्बाः समाना भविष्यन्ति । यदि झबझअझहरेखाः संयोजितास्तदा झजदत्रिभुजझजबत्रिभुजयोर्जदभुजजझभुजौ बजभुजजझभुजाभ्यां समानौ भवतः । एवं जस्य कोणद्वयं समानं भवति । तस्मात् जदझकोणजबझकोणौ समानौ भविष्यतः । प्रत्येकमनयोः पञ्चसमभुजसमानकोणस्य क्षेत्रस्य एककोणार्द्धमितो भवति । झबअकोणो द्वितीयार्द्धं भवति । दझबझभुजौ समानौ भविष्यतः । एवं शेषकोणाः



---

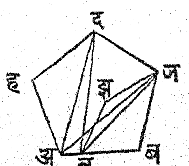
१ इत्युपपन्नम् D. K. २ शकलम् K.

पञ्चसमभुजसमानकोणानामर्द्धमिता भविष्यन्ति। याभी रेखाभिरेते कोणा अर्द्धिता जातास्ता अपि समानाः स्युः। तस्मादेषां त्रिभुजानां भूमयः पञ्चसमभुजस्य क्षेत्रस्य भुजरूपाः सन्ति। तेषां त्रिभुजानां भुजाः कोणाश्च मिथः समानाः सन्ति। पुनर्जस्य द्वयोः कोणयोः समानत्वात् **वम**कोणयोः **सम**कोणत्वेन **झज**भुजस्य एकभुजत्वेन **झव**लम्ब**झम**लम्बौ समानौ जाताविति निश्चितम्। एवं शेषलम्बा अपि समाना भविष्यन्ति। पुनर्झचिह्नं केन्द्रं कृत्वा एकलम्बार्द्धव्यासेन **वतकलम**वृत्तं कार्यम्। इदमभीष्टवृत्तं जातम्।

अथ याभ्यां **ज**कोण**द**कोणौ अर्द्धितौ कृतौ ते रेखे पञ्चसमभुजक्षेत्रान्तर्मिलिष्यतः।

अस्योपपत्तिः।

यदा **जझ**रेखा वर्द्धिता कृता तदा **अब**भुजे संपातं कुर्वती न गमिष्यति। यदि संपातं करिष्यति तदा **व**चिह्ने संपातः कृत इति कल्पितम्। **जव**रेखा**दव**रेखा योजिताः। पुनर्ज**बव**त्रिभुजे **जदव**त्रिभुजे **जबजदौ** भुजौ मिथः समानौ स्तः। **जव**भुजो द्वयोरेकैवास्ति। **ज**स्य द्वौ कोणौ समानौ। तस्माज्ज**बअ**कोणो **जदव**कोणेन समानो जातः।

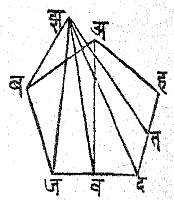


जदहकोणेन समानः पूर्वं स्थितः। इदमशुद्धम्। पुनः **अ**चिह्नोपरि सा रेखा न गमिष्यति। यदि गमिष्यति तदा **जअ**रेखा **दअ**रेखा वर्द्धनीया। प्रथमप्रकारेण निश्चितं **जबअ**कोणो **जदअ**कोणेन समानो जातः। एवं सा रेखा **दह**भुजे संपातं न करिष्यति। **ह**चिह्नेपि संपातं न करिष्यति। तस्मात्सा **जझ**रेखा **अह**भुजे संपातं कुर्वती गमिष्यति। अनेनैव प्रकारेण **दझ**रेखा **अब**भुजे संपातं करिष्यति। तस्मात् एते द्वे **जझदझ**रेखे पञ्चसमभुजक्षेत्रस्यान्तः संपातं करिष्यतः॥

पुनः प्रकारान्तरम्।

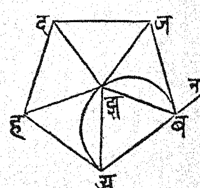
समीपस्थं भुजद्वयं प्रत्येकमर्द्धं कृत्वाऽर्द्धचिह्नात् **वझतझ**लम्बौ कार्यौ।

एतौ द्वौ लम्बौ पञ्चसमभुजक्षेत्रस्यान्तर्मिलिष्यतः । कुतः । **वझ**लम्बो वर्द्धितश्चेत् पञ्चसमभुजक्षेत्राद्बहिर्गमिष्यति **बज**भुजे संपातं न करिष्यति । पुनस्तझलम्बः **अह**भुजे संपातं न करिष्यति । तस्मादेतौ लम्बौ **बअ**भुजे मिलिष्यतः । अथवा बहिर्मिलिष्यतः । पुनर्झदझजरेखा योज्या । पुनर्दवदतभुजयोः समानत्वेन **झद**स्य एकभुजत्वेन **वत**योः समकोणत्वेन **झदव**कोण**झदत**कोणौ समानौ जाताविति निश्चितम् । अनयोः कोणयोरन्यतरकोणः पञ्चसमकोणसमभुजस्य कोणार्द्धतुल्योऽस्ति । पुनर्झवजत्रिभुजे **झवद**त्रिभुजे **झदव**कोण**झजव**कोणौ समानौ स्तः । तस्माज्झजवकोणोऽपि पञ्चसमकोणसमभुजस्य क्षेत्रस्य कोणार्द्धेन तुल्यो जातः । पुनर्झदजत्रिभुजे **झजब**त्रिभुजे **ज**स्य द्वौ कोणौ **जबजद**ौ भुजौ च मिथः समानौ स्तः । **झज**भुज उभयोरेक एवास्ति । तस्मात् **जदझ**कोणः पञ्चसमकोणसमभुजस्य कोणान्न्यूनोऽस्त्ययं **जबझ**कोणेन तुल्यो जातोऽथवाऽधिको जातः । इदमशुद्धम् । तस्मात् तावुभौ लम्बावन्तर्मिलिष्यतः । पुनर्झचिह्नात् लम्बा भुजोपरि निष्कासनीयाः । एते सर्वेऽपि लम्बाः समाना भविष्यन्ति । पुनस्ततो वृत्तं कार्यम् ।



पुनरन्यः प्रकारः ।

अबभुजो **न**चिह्नपर्यन्तं निष्कासनीयः । पुनः **अब**रेखोपरि वृत्तखण्डं कार्यम् । **जबन**कोणतुल्यो वृत्तखण्डे कोणो भवितुमर्हति तथा कार्यम् । तत् खण्डं **अझब** जातम् । तस्य **झ**चिह्नेऽर्द्धे कार्यम् । पुनर्झअरेखा **झब**रेखा च कार्या । तदा **झबअ**कोणो **झअब**कोणश्चैतौ समानौ । अनयोर्योगो **जबअ**कोणेन तुल्यः । तस्मात् प्रत्येकं पञ्चसमकोणसमभुजस्य कोणार्द्धतुल्यो जातः । तस्मात् **झअह**कोणो **झबज**कोण एतावपि तस्य क्षेत्रस्य कोणार्द्धतुल्यौ जातौ । पुनर्झजरेखा **झद**रेखा **झह**रेखा च कार्या । त्रिभुजानां समानत्वं निश्चितम् ।

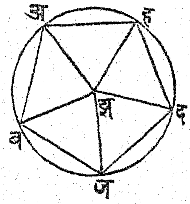


पुनर्झचिह्नात् भुजेषु लम्बाः कार्याः । एते लम्बाः समानाः । पुनर्वृत्तं कार्यम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् ।

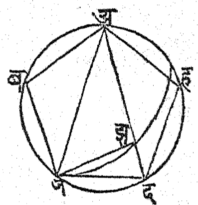
पञ्चसमभुजोपरि वृत्तं कर्त्तुं चिकीर्षास्ति ।

यथा **अबजदहं** पञ्चसमभुजं कल्पितम् । पुनर्**ज**कोण**द**कोणौ रेखाभ्यामर्द्धितौ कार्यौ । तद्रेखाद्वयं **झ**चिह्ने मिलिष्यति । पुनर्**झब झअ झह**रेखाः कार्याः । एतानि त्रिभुजानि एते भुजाश्च समाना भविष्यन्ति । पश्चादेकं भुजं व्यासार्द्धं कृत्वा वृत्तं कार्यम् ॥



पुनः प्रकारान्तरेणाह ।

प्रथमं **अज**रेखा**अद**रेखा संयोज्या । पुनः **अबज**त्रिभुजोपरि **अबज**वृत्तं कार्यम् । इदं वृत्तं पञ्चसमभुजोपरि भविष्यति ॥



अत्रोपपत्तिः ।

पञ्चसमभुजक्षेत्रे त्रीणि त्रिभुजानि भवन्ति । तस्मादस्य पञ्चकोणाः षट्कोणैस्तुल्या भवन्ति । तत्रैककोण एकसमकोणेन समकोणपञ्चमांशयुतेन समानो जातः । तदा **बअज**कोणो **बजअ**कोणश्च प्रत्येकं समकोणस्य पञ्चमांशद्वयेन तुल्यो जातः । एवं **हअद**कोणोऽपि **जअद**कोणोऽपि । तस्माद्**बअद**कोणश्चतुर्गुणितपञ्चमांशेन तुल्योऽस्ति । अयं कोणो **बजद**कोणेन सहितो द्वयोः समकोणयोस्तुल्योऽस्ति । पुनः **अबज**कोणः **अदज**कोणेन सहितो द्वयोः समकोणयोस्तुल्योऽस्ति । पुनः **अबज**कोणः **अजद**कोणेन सहितो द्वयोः समकोणयोस्तुल्यो जातः । तस्माद्वृत्तं **द**चिह्ने गमिष्यति । यदि **द**चिह्ने न गमिष्यति **अद**रेखां भित्वा **झ**चिह्ने गमिष्यतीति कल्पितम् । **झज**रेखा कार्या । तदा **अझज**कोणः **अदज**कोणेन समानो जातः । तस्मात् अन्तस्थः कोणो

---

१ शकलम् K.

बहिःस्थकोणेन समानो जातः। अनेन प्रकारेणेदं निश्चितं वृत्तं हचिह्नोपरि गमिष्यति ॥

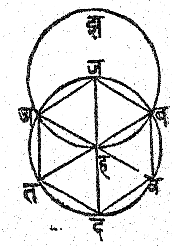
अथ पञ्चदशं क्षेत्रम्[1]।

वृत्तस्यान्तः समषड्भुजं क्षेत्रं निष्कासनीयमिति चिकीर्षास्ति।

तत्र अबदवृत्तं कार्यं जदव्यासो हकेन्द्रं च कल्पितम्। पुनर्जचिह्नोपरि हजव्यासार्द्धेन अबझवृत्तं कार्यम्। अहरेखा बहरेखा संयोजनीया। एते रेखे वचिह्नतचिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीये। पुनः अजजवबववददततअपूर्णज्याः संयोजनीयाः। तदा समषड्भुजं क्षेत्रं जातम्।

अत्रोपपत्तिः।

अहजत्रिभुजं बहजत्रिभुजं प्रत्येकं समत्रिभुजमस्ति। प्रत्येकक्षेत्रस्य प्रत्येककोणः समकोणस्य द्विगुणिततृतीयांशेन तुल्योऽस्ति। तस्मात् दहतकोणो बहजकोणतुल्योऽस्ति। अयमपि समकोणस्य द्विगुणिततृतीयांशेन तुल्योऽस्ति। तदा अहतकोणोऽनेन तुल्यो जातः। तस्मात् केन्द्रस्यापि षट्कोणाः समाना जाताः। एतेषां चापानि पूर्णज्या अपि समाना जाताः। इदमेवास्माकमिष्टम्।



अनेन क्षेत्रेणायं निश्चयो जातो वृत्तषष्ठांशस्य पूर्णज्या व्यासार्द्धतुल्या भवति ॥

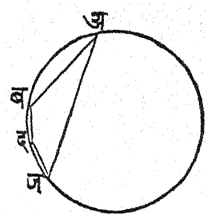
अथ षोडशं क्षेत्रम्।

वृत्तस्यान्तः पञ्चदशसमभुजं समकोणं क्षेत्रं कर्तुमिच्छास्ति।

तत्र अबपूर्णज्या पञ्चसमभुजस्यैकभुजेन तुल्या निष्कासनीया।

---

[1] शकलम् K.



अजपूर्णज्या त्रिभुजस्यैकभुजेन तुल्या कार्या । अबचापे त्रयः पञ्चदशविभागाः पतिष्यन्ति । बजचापे द्वौ पञ्चदशविभागौ पतिष्यतः । तदा अजचापे पञ्च पञ्चदशांशाः पतिष्यन्ति । बजचापं दचिह्नेऽर्द्धितं कार्यम् । तस्मात् बदचापं जदचापं प्रत्येकं वृत्तस्य पञ्चदशमांशो जातः । पुनर्दजपूर्णज्या दबपूर्णज्या संयोजनीया । एवं सर्वेषु विभागेषु । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

इति श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्टचै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधारूढितेन प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्येध्यायोऽध्येतृमोहापह इति विरतिं संगतोऽभूच्चतुर्थः ॥

इति श्रीमज्जगन्नाथसम्राड्विरचिते रेखागणिते

चतुर्थोऽध्यायः समाप्तः ॥ ४ ॥

अथ पञ्चमोऽध्यायः प्रारभ्यते ।

तत्र पञ्चविंशतिक्षेत्राणि[1] सन्ति ।

तत्र प्रथमं परिभाषा निरूप्यते ।

यत्र प्रमाणद्वयं न्यूनाधिकमस्ति तत्र न्यूनं द्वितीयस्यांशो भवति महान् गुणगुणितलघुतुल्यो भवति ।

यदि बृहत्प्रमाणं निरवयवत्वेन निःशेषं करोति महत्प्रमाणं च लैघ्ववयविघाततुल्यं[2] भवति तत्रैको राशिर्द्वितीयराशेरंशो भवति वा गुणगुणितद्वितीयतुल्यो[3] भवति एतादृशं यत्र राशिद्वयं भवति तत्र निर्ष्पत्तिरित्युच्यते ।

यत्र[4] निष्पत्तिर्भवति तत्रैकराशिरेकादिगुणितो द्वितीयराशेरधिको भवति[5] ।

येषां निष्पत्तिः समाना[6] भवति ते राशयः सजातीया भवन्ति ।

यत्र राशिचतुष्टयमस्ति तत्र प्रथमराशिस्तृतीयराशिश्च केनचित्प्रमाणेन गुणितो द्वितीयराशिश्चतुर्थराशिरन्येन केनचित्प्रमाणेन गुणितस्तत्र प्रथमघातौ द्वितीयघाताभ्यामधिकौ वा न्यूनौ वा समौ भवतस्तदा ते राशय एकनिष्पत्त्युपरि सन्ति। प्रथमराशिनिष्पत्तिर्द्वितीयेन यथा भवति तथा तृतीयनिष्पत्तिश्चतुर्थेन । इयं निष्पत्तिः सजातीया ज्ञेया ।

यदि प्रथमघातो द्वितीयघातादधिको भवेत् तृतीयघातश्चतुर्थादधिको न भवेत् तत्र प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिस्तृतीयचतुर्थयोर्निष्पत्तेरधिका भवेत् तत्राधिकनिष्पत्तिः संज्ञा ज्ञेया । विजातीया च ज्ञेया ।

यत्र चतुर्णां राशीनां मध्ये द्वितीयः प्रथमः कल्पते तत्र विलोमनिष्पत्तिर्भवति ।

---

१ शकलानि K. २ लघ्ववयविघातं B. ३ एकादिगुणिततुल्योभवति B. ४ निष्पत्तिर्भवति B. ५ तत्रैकराशिघाता द्वितीयराशेरधिका भवन्ति तत्रापि निष्पत्तिरुत्पद्यते। B. ६ Ms. B. inverts the order.

यत्र प्रथमस्य प्रथमेन निष्पत्तिर्देया[1] द्वितीयस्य द्वितीयेन निष्पत्तिर्देया[1] तत्र विनिमयनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

यत्र प्रथमद्वितीययोगेन यदि द्वितीयस्य निष्पत्तिर्दीयते तत्र योगनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

प्रथमस्य प्रथमद्वितीययोर्योगेन निष्पत्तिर्दीयते तत्र विलोमयोगनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

यत्र प्रथमद्वितीययोन्तरेण द्वितीयस्य निष्पत्तिर्दीयते तत्रान्तरनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

प्रथमस्य प्रथमद्वितीययोरन्तरेण निष्पत्तिर्दीयते तत्रान्तरविलोमनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

यत्र पङ्क्तिद्वये बहूनि प्रमाणानि सन्ति प्रत्येकं प्रमाणद्वयमेकपङ्क्तिस्थं यस्यां निष्पत्तौ भवेत् द्वितीयपङ्क्तौ तादृशं प्रमाणद्वयं तस्यामेव निष्पत्तौ यदि भवेत् तत्रान्तरालस्थानि प्रमाणानि त्यक्त्वा आद्यन्तयोरेव निष्पत्तिरुह्यते[2] तत्र समाना निष्पत्तिर्ज्ञेया ॥

यत्र राशित्रयात्मकं पङ्क्तिद्वयमस्ति[3] तत्र प्रथमपङ्क्तौ प्रथमप्रमाणस्य द्वितीयेन यथा निष्पत्तिरस्ति तादृश्येव द्वितीयपङ्क्तौ प्रथमद्वितीययोरस्ति पुनः प्रथमपङ्क्तौ द्वितीयतृतीययोर्या निष्पत्तिः सैव द्वितीयपङ्क्तौ द्वितीयतृतीययोरियं यथाक्रमनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

यत्र प्रथमपङ्क्तौ प्रथमद्वितीययोर्यादृशी निष्पत्तिरस्ति तथा द्वितीयपङ्क्तौ द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तिर्भवति पुनः प्रथमपङ्क्तौ द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तिः सैव द्वितीयपङ्क्तौ प्रथमतृतीयनिष्पत्तिर्भवति इयं क्रमरहिता निष्पत्तिर्ज्ञेया ॥

इति परिभाषा ।

---

१ Ms. B. omits it. २ °गृह्यते B. ३ प्रमाणद्वय° B.

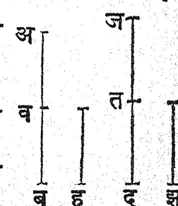
अथ प्रथमं क्षेत्रम्[1] ।

यत्र चत्वारि प्रमाणानि सन्ति तत्र प्रथमप्रमाणे द्वितीयप्रमाणं यावद्गुणं[2] भवति तावद्गुणं[3] चतुर्थप्रमाणं तृतीये भवति तत्र प्रथमतृतीययोगे द्वितीयचतुर्थयोगस्तद्गुणित एव भवति ।

यथा अबरेखायां यावत्यो हरेखाः प्राप्यन्ते तावत्यो यदि जदरेखायां झरेखाश्च प्राप्यन्ते तदा अबजदयोगे हझयोगास्तावन्त एव प्राप्यन्ते ।

अत्रोपपत्तिः ।

अबरेखाया वचिह्ने हतुल्यं भागद्वयं कार्यं जदरेखायास्तचिह्ने झतुल्यं भागद्वयं कार्यम् । तदा अवजतयोगो हझयोगतुल्योऽस्ति । वबतदयोगो हझयोगेन तुल्योऽस्ति । तस्मात् अबजदयोगे हझयोगास्तावन्तो भविष्यन्ति यथा अबरेखायां यावत्यो हरेखाः सन्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ द्वितीयं क्षेत्रम्[1] ।

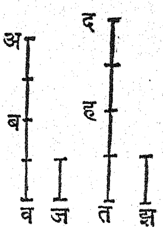
षट्प्रमाणानि यत्र भवन्ति प्रथमप्रमाणे यदङ्कगुणितं द्वितीयप्रमाणं भवत्येवं तृतीयप्रमाणे तद्गुणितचतुर्थप्रमाणं यदि भवति पञ्चमप्रमाणे यद्गुणितं द्वितीयप्रमाणं भवति तद्गुणितमेव चतुर्थप्रमाणं षष्ठप्रमाणे यदि स्यात् तदा प्रथमपञ्चमप्रमाणयोर्योगे यद्गुणितं द्वितीयप्रमाणं स्यात् तृतीयषष्ठप्रमाणयोगे तावद्गुणमेव चतुर्थप्रमाणं स्यात् ।

यथा अबप्रमाणे जप्रमाणं यद्गुणं स्यात् तद्गुणमेव झप्रमाणं दह-

---

१ शकलम् K. २ यद्गुणं D. K. ३ तद्गुणं D. K.

प्रमाणे स्यात् पुनर्बवप्रमाणे यद्गुणं जप्रमाणं स्यात् तद्गुणमेव झप्रमाणं हतप्रमाणे स्यात् तदा अवप्रमाणे यद्गुणं जप्रमाणं स्यात् तद्गुणमेव झप्रमाणं दतप्रमाणे भवति ॥



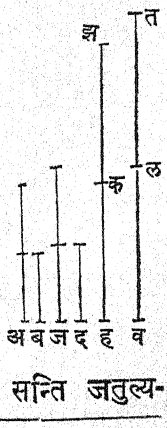
अत्रोपपत्तिः ।

अबप्रमाणे यावन्मितं जप्रमाणं तावन्मितमेव झप्रमाणं दहप्रमाणेऽस्ति । पुनर्बवप्रमाणे यावन्मितं जप्रमाणं तावन्मितं झप्रमाणं हतप्रमाणेऽस्ति । समानप्रमाणेषु समानानि प्रमाणानि योज्यन्ते तदा समान्येव भवन्ति । तस्मात् अवप्रमाणे यावन्मितं जप्रमाणं तावन्मितमेव झप्रमाणं दतप्रमाणेऽस्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ तृतीयं क्षेत्रम्[1] ।

यत्र चत्वारि प्रमाणानि सन्ति तत्र प्रथमप्रमाणे यद्गुणितं द्वितीयं भवति तृतीयप्रमाणे तद्गुणमेव चतुर्थप्रमाणं भवति पुनः प्रथमप्रमाणं यद्गुणगुणितं तेनैव गुणकेन तृतीयं गुणनीयं प्रथमगुणनफले यद्गुणितं द्वितीयं स्यात् तद्गुणमेव चतुर्थप्रमाणं तृतीयगुणनफले स्यात् ।

यथा अप्रमाणे यद्गुणं बप्रमाणमस्ति तद्गुणमेव दप्रमाणं जप्रमाणे भवति हझप्रमाणे यावन्ति अप्रमाणानि सन्ति वतप्रमाणे तावन्त्येव जप्रमाणानि भवन्ति तदा हझप्रमाणे यावन्ति बप्रमाणानि सन्ति तावन्त्येव वतप्रमाणे दप्रमाणानि भवन्ति ।



अस्योपपत्तिः ।

हझप्रमाणस्य कचिह्ने अप्रमाणतुल्या विभागाः कार्याः । वतप्रमाणस्य लचिह्ने जप्रमाणतुल्या विभागाः कार्याः । तदा अतुल्यहकप्रमाणे यावन्ति बप्रमाणानि सन्ति जतुल्य-

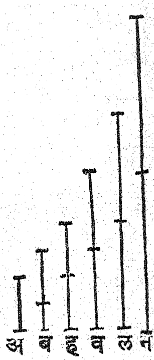
१ शकलम् K.

वलप्रमाणे तावन्त्येव दप्रमाणानि सन्ति । अतुल्यकझप्रमाणे यावन्ति बप्रमाणानि तावन्त्येव दप्रमाणानि जतुल्यलतप्रमाणे भवन्ति । तदा हझप्रमाणे यावन्ति बप्रमाणानि सन्ति वतप्रमाणे तावन्त्येव दप्रमाणानि भविष्यन्ति । इदमस्मदिष्टम् ॥

अथ चतुर्थं क्षेत्रम्[1] ।

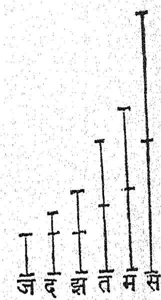
प्रथमप्रमाणस्य द्वितीयप्रमाणेन यथा निष्पत्तिः स्यात् तथा यदि तृतीयस्यापि चतुर्थेन स्यात् पुनः प्रथमप्रमाणं तृतीयप्रमाणं केनचित्समेनाङ्केन गुणनीयं तथा द्वितीयं चतुर्थं च केनापि समेनान्येनाङ्केन गुणनीयं तत्र प्रथमगुणनफलस्य द्वितीयगुणनफलेन या निष्पत्तिः सैव तृतीयगुणनफलस्य चतुर्थेन निष्पत्तिः स्यात् ।

यथा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिः सैव जदयोर्भवति । अजौ केनचिदङ्केन गुणितौ फलं हझौ बदावप्यन्येनाङ्केन गुणितौ जातौ वतौ तत्र हवयोर्या निष्पत्तिः सैव झतयोर्निष्पत्तिः स्यात् ।



अस्योपपत्तिः ।

हझयोर्घाता लमसंज्ञा वतयोर्घाता नससंज्ञा लमसंज्ञा अजयोर्घाता नससंज्ञा बदयोर्घाताः । पुनर्लमौ नसयोरधिकावथवा न्यूनावथवा समौ भविष्यतः । तस्मात् यावन्तो घाता हझयोर्यावन्तो घाता वतयोस्तत्र प्रथमौ द्वौ घातौ द्वितीयघाताभ्यामधिकावथवा न्यूनावथवा समानौ भविष्यतो नत्वन्यथा । तस्मात् हप्रमाणवप्रमाणयोर्निष्पत्तिः सैव झप्रमाणतप्रमाणयोर्निष्पत्तिः स्यात् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

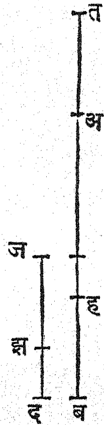


१ शाकलम् K.

अथ पञ्चमं क्षेत्रम्[1] ।

तत्र प्रमाणद्वयमध्ये एकं प्रमाणं गुणगुणितद्वितीयप्रमाणतुल्यमस्ति । अनयोर्द्वयोः प्रमाणयोर्मध्ये तादृशमेव प्रमाणद्वयं शोध्यं शेषमपि तादृशमेव भवति । प्रथमशेषं गुणगुणितद्वितीयशेषतुल्यं भवतीत्यर्थः ।

यथा अबप्रमाणं गुणगुणितजदप्रमाणतुल्यमस्ति । अनयोः प्रमाणयोः अहं जझं च शोधितम् । अहमपि तद्गुणगुणितजझतुल्यमस्ति । हबशेषमपि तद्गुणितझदतुल्यमस्ति ।



अत्रोपपत्तिः ।

झदं केनचिदङ्केन गुणितं जातं अतं हबसमानम् । तदा तहं तद्गुणकगुणितजदतुल्यं भविष्यति । अबप्रमाणमपि तद्गुणगुणितमेवास्ति । तदा हतं अबं समानं जातम् । अनयोः अहं शोध्यम् । अतं हबेन समानं स्यात् । हबमपि तद्गुणगुणितझदतुल्यं स्यात् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

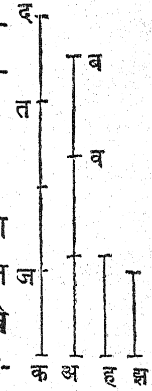
अथ षष्ठं क्षेत्रम्[1] ।

द्वे प्रमाणे अन्ययोर्द्वयोः प्रमाणयोर्गुणगुणितयोस्तुल्ये स्यातां तयोः प्रमाणयोरन्यं तद्भिन्नं तृतीयप्रमाणद्वयं गुणितद्वितीयप्रमाणद्वयतुल्यं शोधितं चेच्छेषमपि गुणितद्वितीयप्रमाणद्वयतुल्यमेव भवति ।

यथा अबप्रमाणं जदप्रमाणं हप्रमाणस्य झप्रमाणस्य यावद्धातमितं भवति । पुनः अवं अबात् शोधितम् । जतं जदात् शोधितम् । अवं

---

१ शकलम् K.



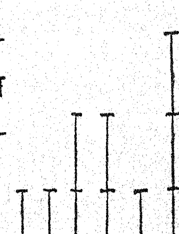
हस्य यावद्धातमितं भवति जतमपि झस्य तावद्धातमितं भवति । बबशेषे यावन्तो हघाताः तदशेषेऽपि झस्य तावन्त एव घाता भवन्ति ।

कुतः ।

बबे यावन्तो हघातास्तावन्त एव जके झघाता ग्राह्याः । तदा अबे यावन्ति हप्रमाणानि भवन्ति तावन्त्येव जतप्रमाणे झप्रमाणानि भवन्ति । पुनर्बबे यावन्ति हप्रमाणानि जके तावन्त्येव झप्रमाणानि भवन्ति । तदा अबे यावन्ति हप्रमाणानि कते तावन्ति झप्रमाणानि भवन्ति । जदेऽपि तावन्त्येव झप्रमाणानि भवन्ति । तस्मात् कतं जदं समानं जातम् । जतमुभयोः शोध्यम् । कजं तदेन समानं स्यात् । कजे यावन्तो झघाता भवन्ति तदेऽपि तावन्त एव झघाता भविष्यन्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम्[1] ।

यदि प्रमाणानि समानि सन्ति तत्रान्यप्रमाणेन सर्वेषां प्रमाणानां निष्पत्तिस्तुल्यैव भवति । अन्यप्रमाणस्यापि तैर्निष्पत्तिस्तुल्या[2] भवति ।



यथा अबं प्रमाणद्वयं समानमस्ति । तत्र अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेन तादृश्यस्ति यथा बप्रमाणस्य जप्रमाणेन । पुनर्जप्रमाणस्य अप्रमाणेन निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जप्रमाणस्य बप्रमाणेन ।

अस्योपपत्तिः ।

अप्रमाणं यद्गुणितं गृह्यते तद्गुणगुणितमेव

---

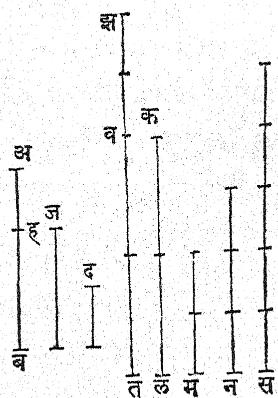
१ शकलम् K. २ स्तुल्यैवस्यात्तदा तानि प्रमाणानि समानानि भवन्ति । D. K.

बप्रमाणं ग्राह्यम् । तत्र अबप्रमाणयोर्गुणघातौ दहतुल्यौ कल्पितौ । जप्रमाणस्यापि कियन्तो घाताः कल्पितास्तस्य फलं झं कल्पितम् । एवं यदा दप्रमाणं झप्रमाणादधिकं वा न्यूनं समं वा भविष्यति तदा हप्रमाणमपि तादृशमेव भवति । एवं हि झप्रमाणं दप्रमाणात् हप्रमाणादधिकं न्यूनं वा समं भविष्यति तस्मान्निष्पत्तिरेकैव जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथाष्टमं क्षेत्रम् ।

तत्र प्रमाणद्वयमस्ति एकं लघु द्वितीयं बृहत् । तत्र बृहत्प्रमाणस्य केनचित्तृतीयप्रमाणेन निष्पत्तिरधिका भवति लघुप्रमाणस्य निष्पत्तिस्तृतीयप्रमाणेनाल्पा भवति । पुनः तृतीयप्रमाणस्याल्पप्रमाणेन निष्पत्तिर्महती भवति । तृतीयप्रमाणस्य बृहत्प्रमाणेन निष्पत्तिर्न्यूना भवति ।

यथा अबं बृहत्प्रमाणं जं लघुप्रमाणं दं तृतीयप्रमाणमस्ति । तत्र अबप्रमाणस्य दप्रमाणेन निष्पत्तिरधिकास्ति जप्रमाणस्य दप्रमाणेन न्यूना भवति । पुनर्दप्रमाणस्य जप्रमाणेन निष्पत्तिरधिकास्ति । दप्रमाणस्य अबप्रमाणेन न्यूनास्ति ।



अस्योपपत्तिः ।

तत्र अबप्रमाणे जतुल्यबहप्रमाणं पृथक्कार्यम् । अहप्रमाणहबप्रमाणयोर्यत् खण्डं द्वितीयखण्डादधिकं न भवेत् तत् अहं कल्पितम् । एतत्प्रमाणं तावत्पर्यन्तं एकादिगुणं कर्त्तव्यं यावद् दप्रमाणादधिकं स्यात् ।

---

१ शकलम् K.

तत्फलं **झवं** कल्पितम् । यदि **अह**प्रमाणं **द**प्रमाणादधिकमेवास्ति तदा स्वेच्छया एकादिगुणितं ग्राह्यं तदपि फलं **झवं** कल्पितम् । **हब**स्यापि तावन्त एव घाता ग्राह्याः । अस्य फलं **वतं** कल्पितम् । पुन[1]र्जस्य तावद्धाताः **कल**संज्ञाः कृताः । तत्र **तवकले** समाने स्तः । अनयोः प्र[2]माणं प्रत्येकमधिकमस्ति **द**प्रमाणात् ।

पुनर्दं द्विगुणं ग्राह्यं तत्फलं **म**प्रमाणं कल्पितम् । पुनर्दप्रमाणं त्रिगुणं ग्राह्यं तस्य **न**प्रमाणं कल्पितम् । एवं चतुर्गुणं पञ्चगुणं वा ग्राह्यं यावत्**कल**प्रमाणादधिकं स्यात् । तत्फलं **स**प्रमाणं कल्पितम् । **न**प्रमाणं **कल**प्रमाणादधिकं नास्तीति कल्पितम् । **वत**प्रमाणादधिकं नास्ति । तदा **द**प्रमाणं **न**प्रमाणोपरि वर्द्धनीयं तदा **स**प्रमाणं जातं **झव**प्रमाणं **वत**प्रमाणोपरि वर्द्धनीयं तदा **झत**प्रमाणं जातम् । पुनर्**झव**प्रमाणं **द**प्रमाणादधिकमासीत् । **झत**प्रमाणं च **स**प्रमाणादधिकं जातम् । **झत**प्रमाणं तावद्गुण**अब**प्रमाणसमं यावद्गुणं **ज**प्रमाणं **कल**प्रमाणतुल्यम् । तस्मात् **अब**प्रमाणस्य **ज**प्रमाणस्य च घाताः समानाः प्राप्ताः । **अब**घाता **द**घातेभ्योऽधिका जाताः । **ज**स्य घाता अधिका न जाताः । तस्मात् **अब**प्रमाणनिष्पत्तिर्**द**प्रमाणेनाधिका जाता । **ज**प्रमाणस्य च न्यूना जाता । पुनरपि **द**घाता **ज**घातेभ्योऽधिकाः सन्ति । **अब**घाताऽन्यूनाश्च । तस्माद् **द**स्य निष्पत्तिर्**ज**प्रमाणेनाधिका जाता **अब**प्रमाणान्न्यूना जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

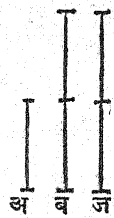
अथ नवमं क्षे[3]त्रम् ।

येषां प्रमाणानामन्यप्रमाणेन निष्पत्तिस्तुल्यास्ति तानि प्रमाणान्यपि तुल्यानि भवन्ति । एवमन्यप्रमाणस्य तैः प्रमाणैर्निष्पत्तिस्तुल्यास्ति तदा तान्यपि प्रमाणानि तुल्यानि ।

---

१ **ज**प्रमाणस्यापि तावन्तो घाता ग्राह्याः । अस्य फलं **कलं** कल्पितम् । K.
२ B omits प्रमाणं. ३ शकलम् K.

यथा अप्रमाणस्य जप्रमाणेन निष्पत्तिस्तथास्ति यथा बप्रमाणस्य जप्रमाणेन । तदा अबप्रमाणे समाने जाते । पुनरपि जप्रमाणस्य निष्पत्तिः अप्रमाणेन तथास्ति यथा जप्रमाणस्य बप्रमाणेन निष्पत्तिरस्ति । तस्मादपि च अप्रमाणबप्रमाणे समाने जाते ।



अस्योपपत्तिः ।

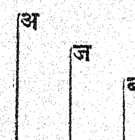
यदि ते द्वे प्रमाणे समाने न भवतः किं च न्यूनाधिके भवतस्तदा तयोर्निष्पत्तिरपि न्यूनाधिका स्यात् । पूर्वं च निष्पत्तयस्तुल्याः कल्पिताः । एतदशुद्धम् । [1]अस्मदिष्टं समीचीनम् ॥

अथ दशमं क्षेत्रम्[2] ।

ययोर्द्वयोः प्रमाणयोर्मध्ये यस्यैकस्य प्रमाणस्य तृतीयप्रमाणेन निष्पत्तिरधिकास्ति तत्प्रमाणमप्यधिकं भवति यस्य तृतीयेन निष्पत्तिर्न्यूनास्ति तन्न्यूनम् । पुनस्तृतीयप्रमाणस्य तयोर्मध्ये येन प्रमाणेन निष्पत्तिरधिकास्ति तत्प्रमाणं न्यूनं भवति येन प्रमाणेन निष्पत्तिर्न्यूनास्ति तत्प्रमाणमधिकं भवति ।

यथा अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेनाधिकास्ति बप्रमाणस्य निष्पत्तिर्न्यूनास्तीति कल्पिता । तदा अप्रमाणं बप्रमाणादधिकं भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।



यदि अप्रमाणं बप्रमाणेन समानमस्ति तदा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जप्रमाणेनैकरूपा भविष्यति । यदि अप्रमाणं बप्रमाणान्न्यूनमस्ति तदा अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेन न्यूना भविष्यति । बप्रमाणस्य जप्रमाणेनाधिका भविष्यति । अत्रैवं नास्ति । तस्मात् अप्रमाणं बप्रमाणादधिकं जातम् ।

---

१ इदमेवास्माकमिष्टम् । D. K. २ शकलम् K.

पुनरपि जप्रमाणस्य बप्रमाणेन निष्पत्तिरधिकास्ति । जप्रमाणस्य निष्पत्तिः अप्रमाणेन न्यूनास्ति । तस्मात् अप्रमाणमधिकमस्ति बप्रमाणतः ।

अस्योपपत्तिः ।

यदि अप्रमाणं बप्रमाणतुल्यं स्यात् तदा जप्रमाणस्य निष्पत्तिः प्रमाणद्वयादप्येकरूपा स्यात् । यदि अप्रमाणं बप्रमाणान्न्यूनमस्ति तदा जप्रमाणस्य निष्पत्तिः अप्रमाणादधिका भविष्यति बप्रमाणाच्च न्यूना भविष्यति । एवं[1] च नास्ति । कुतः । जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणादधिका कल्पिताऽस्ति । तस्मात् अप्रमाणमधिकं बप्रमाणाज्जातम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

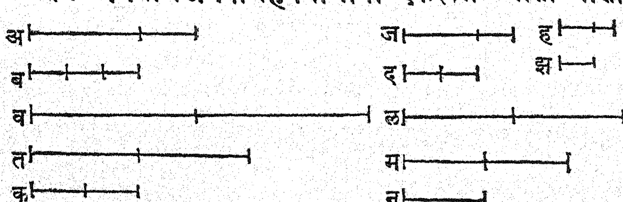
अथैकादशं क्षेत्रम्[2] ।

या निष्पत्तय एकनिष्पत्तेस्तुल्याः सन्ति ता निष्पत्तयो मिथस्तुल्याः स्युः ।

यथा अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन[3] यथा जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्दप्रमाणेन[3] । पुनर्हप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झप्रमाणेन[3] तथास्ति यथा जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्दप्रमाणेन[3] । तस्मात् । अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन[3] तथास्ति यथा हप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झप्रमाणेन[3] ।

अस्योपपत्तिः ।

तत्र अप्रमाणजप्रमाणहप्रमाणानां एकरूपा घाता ग्राह्याः । ते च



वप्रमाणतप्रमाणकप्रमाणरूपा भवन्ति । बप्रमाणदप्रमाणझप्रमाणानामपि एकरूपा घाता ग्राह्याः । ते च लप्रमाणमप्रमाणनप्रमाणरूपा

१ अत्रैवं नास्ति B. २ शकलम् K. ३ प्रमाणात् B.

भवन्ति । अबयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जदयोर्निष्पत्तिः । तदा वप्रमाणतप्रमाणे लप्रमाणमप्रमाणयोरधिके भवतो वा न्यूने स्तः समे स्तो वा । पुनर्जप्रमाणदप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा हप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तिः । तदा तप्रमाणकप्रमाणे मप्रमाणनप्रमाणयोरधिके वा न्यूने वा समे भवतः । तस्मात् वप्रमाणकप्रमाणे लप्रमाणनप्रमाणयोरधिके वा न्यूने वा समे भवतः । तस्मात् अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तितुल्या जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

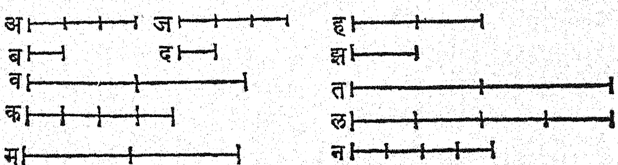
अथ द्वादशं क्षेत्रम्[1] ।

तत्र या निष्पत्तिरन्यनिष्पत्तेस्तुल्या भवति अन्या निष्पत्तिस्तृतीयनिष्पत्तेरधिका चेत् तदा प्रथमा निष्पत्तिरपि तृतीयनिष्पत्तेरधिका भविष्यति ।

यथा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जप्रमाणदप्रमाणयोः । पुनर्जप्रमाणदप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हप्रमाणझप्रमाणनिष्पत्तेरधिकास्ति । तस्मात् अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हप्रमाणझप्रमाणनिष्पत्तेरधिका भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

तत्र जप्रमाणहप्रमाणयोः कियन्तः समा घाता ग्राह्याः । तथैव



दप्रमाणझप्रमाणयोर्घातौ[2] ग्राह्याः । परं च ते घातास्तथा ग्राह्या यथा जप्रमाणस्य घाता दप्रमाणापेक्षयाऽधिका भवन्ति । हप्रमाणस्य घाता झप्रमाणाद्यथा अधिका न भवन्ति तथा ग्राह्याः । वप्रमाणतप्रमाणे जप्रमाणहप्रमाणयोर्घाताः कल्पिताः । पुनः कप्रमाणलप्रमाणे

---

१ शकलम् K. २ गुणकाः B.

दप्रमाणझप्रमाणयोर्घातौ[1] कल्पितौ। यथा वतप्रमाणे जहप्रमाणयोर्घातौ स्तः तथा अप्रमाणस्य मप्रमाणघाता ग्राह्याः। पुनः कलप्रमाणे दझप्रमाणयोर्यावन्तो घातास्तावन्त[2] एव बप्रमाणस्य नप्रमाणघाता ग्राह्याः। अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जप्रमाणदप्रमाणयोरस्ति। तदा मप्रमाणबप्रमाणे नप्रमाणकप्रमाणाभ्यामधिके भवतो वा न्यूने वा समे स्तः। वप्रमाणं कप्रमाणादधिकमस्ति। तप्रमाणं लप्रमाणादधिकं नास्ति। तस्मात् मप्रमाणं नप्रमाणादधिकं भविष्यति तप्रमाणं लप्रमाणादधिकं नास्ति। तस्मात् अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तेरधिका भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

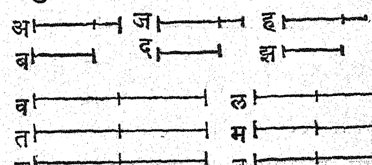
अथ त्रयोदशं क्षेत्रम्[3]।

यत्र बहूनि प्रमाणानि सजातीयानि सन्ति तत्र प्रथमप्रमाणस्य द्वितीयप्रमाणेन या निष्पत्तिः सैव सर्वेषां प्रथमप्रमाणानां योगस्य स्वस्वद्वितीयप्रमाणानां योगेन भविष्यति।

यथा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जप्रमाणदप्रमाणयोर्निष्पत्तिरस्ति पुनर्हप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथैवास्ति। तस्मात् अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथा जाता तथा अजहप्रमाणानां योगस्य बदझप्रमाणानां योगेनास्ति।

अस्योपपत्तिः।

अप्रमाणजप्रमाणहप्रमाणानां तुल्या घाता ग्राह्याः। ते वप्रमाणतप्रमाणकप्रमाणतुल्याः कल्पिताः। पुनर्बप्रमाणदप्रमाणझप्रमाणानां घाता ग्राह्याः। ते च लप्रमाणमप्रमाणनप्रमाणतुल्याः कल्पनीयाः। एतेषां प्रमाणानां निष्पत्तय एकरूपाः। तदा



---

१ °र्गुणके B. २ गुणका B. ३ शकलम् K.

न्यूनताधिक्यं समत्वं च सर्वेषां घातानां घातेभ्य एकरूपमेव स्यात् । यदि वप्रमाणं लप्रमाणादधिकमस्ति तदा वतकप्रमाणानां योगो लमनप्रमाणयोगादधिको भविष्यति । यदि तन्न्यूनं स्यात् तदा योगो योगान्न्यूनः स्यात् । समत्वे समानः स्यात् । अप्रमाण-बप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तादृश्यस्ति यथा सर्वेषां प्रमाणानां योगस्य निष्पत्ति-र्योगेनास्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

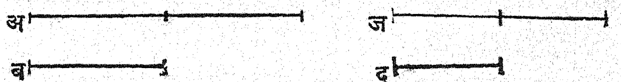
अथ चतुर्दशं क्षेत्रम्[१] ।

यदि चत्वारि प्रमाणानि सजातीयानि सन्ति तत्र यदि प्रथमप्रमाणं तृतीयापेक्षयाऽधिकं स्यात् तदा द्वितीयप्रमाणं चतुर्थादप्यधिकं स्यात् । यदि प्रथमं तृतीयापेक्षयान्न्यूनमस्ति तदा द्वितीयं चतुर्थान्न्यूनं भविष्यति । समं चेत्तर्हि समम् ।

यथा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा जप्रमाणदप्र-माणयोरस्ति । अप्रमाणं जप्रमाणादधिकं कल्पितं तदा बप्रमाणं दप्रमाणादधिकं भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

अधिकप्रमाणस्य अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन यास्ति सा जप्र-माणस्य या निष्पत्तिर्बप्रमाणेन तस्या अधिकास्ति । पुनर्जप्रमाणस्य नि-



ष्पत्तिर्दप्रमाणेन तथास्ति यथा अप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेनास्ति । तस्मात् जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्दप्रमाणेन यास्ति सा जप्रमाणस्य निष्प-त्तिर्बप्रमाणेन यास्ति तस्या अधिकास्ति । तस्मात् बप्रमाणमधिकमस्ति दप्रमाणात् । एवं साम्यं न्यूनत्वं च निश्चीयते । इदमस्मदिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

यदि अप्रमाणमधिकमस्ति जप्रमाणात् बप्रमाणमधिकं न चेत् दप्र-

---

१ शकलम् K.

माणात् तदेदं बप्रमाणं दप्रमाणान्न्यूनं वा समानं भविष्यति। यदि न्यूनं तदा जप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जप्रमाणदप्रमाणयोर्निष्पत्तेरधिका भविष्यति। अप्रमाणबप्रमाणनिष्पत्तेरप्यधिका भविष्यति। तस्मात् जप्रमाणं अप्रमाणादधिकं भविष्यति। अप्रमाणं जप्रमाणादधिकमेव कल्पितमस्माभिः। एतदशुद्धम्। अनेनैव प्रकारेण समानमपि न भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

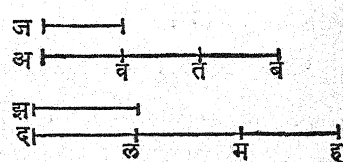
अथ पञ्चदशं क्षेत्रम्[1]।

तत्र प्रमाणानां या निष्पत्तिः सैव समगुणैक[2]गुणितानां प्रमाणानां निष्पत्तिर्भवति।

यथा जझप्रमाणे कल्पिते। तत्र जप्रमाणस्य घातः अबप्रमाणं कल्पितम्। झप्रमाणस्य घातः दहप्रमाणं कल्पितम्। जप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा अबदहप्रमाणयोः।

अस्योपपत्तिः।

अबप्रमाणस्य वचिह्नतचिह्नयोरुपरि जतुल्या विभागाः कर्त्तव्याः। दहप्रमाणस्य लचिह्नमचिह्नोपरि झतुल्या विभागाः कर्त्तव्याः। तस्मात् जझयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा अवदलप्रमाणयोर्निष्पत्तिः। सैव वतप्रमाणलमप्रमाणयोरस्ति। सैव तबप्रमाणमहप्रमाणयोरस्ति। एकस्यैकेन निष्पत्तिस्तादृश्यस्ति यथा योगस्य निष्पत्तिर्योगेनास्ति। तस्मात् जप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा अबप्रमाणदहप्रमाणयोरस्ति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥



अथ षोडशं क्षेत्रम्।

तत्र चतुर्णां प्रमाणानां सजातीयानां प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा तृतीयचतुर्थयोरस्ति। ईदृशानां प्रमाणानां

---

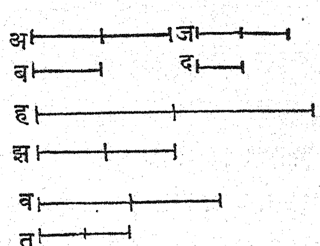
१ शकलम् K. २ गुण° B.

प्रथमतृतीययोरपि निष्पत्तिस्तथास्ति यथा द्वितीयचतुर्थयोरस्ति। तत्र प्रथमस्य निष्पत्तिस्तृतीयेन तथास्ति यथा द्वितीयस्य निष्पत्तिश्चतुर्थेन ।

यथा अप्रमाणबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जप्रमाणद्प्रमाणनिष्पत्तेस्तुल्या कल्पिता तदा अप्रमाणजप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथा भविष्यति यथा बप्रमाणद्प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्भविष्यति ॥

अस्योपपत्तिः ।

तत्र अप्रमाणबप्रमाणयोरकरूपास्तुल्या घाता ग्राह्याः। ते च हप्रमाणझप्रमाणतुल्याः कल्पिताः। पुनर्जप्रमाणद्प्रमाणयोरपि समाना घाता ग्राह्याः। ते च वप्रमाणतप्रमाणतुल्याः कल्पिताः। तस्मात् अप्रमाणबप्रमाणनिष्पत्तिस्तथा जाता यथा हप्रमाणझप्रमाणयोरस्ति। पुनर्जप्रमाणद्प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्यथा वप्रमाणतप्रमाणयोरस्ति। तस्मादपि हप्रमाणझप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्यथा वप्रमाणतप्रमाणयोरस्ति चेत् हप्रमाणं वप्रमाणादधिकं स्यात् तदा झप्रमाणं तप्रमाणादधिकं भविष्यति। यदि च हप्रमाणं वप्रमाणान्न्यूनमस्ति तदा झप्रमाणं तप्रमाणान्न्यूनं भविष्यति। यदि समानं स्यात्तदा समानं भविष्यति । तस्मात् हप्रमाणझप्रमाणे यावद्गुणितअप्रमाणबप्रमाणे स्तः । वप्रमाणतप्रमाणे यावद्गुणितजप्रमाणद्प्रमाणे स्तः। तत्र प्रथमे प्रमाणे द्वितीयाभ्यामधिके भविष्यतो न्यूने वा समे वा। तस्मात् अप्रमाणजप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्बप्रमाणद्प्रमाणयोर्भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ सप्तदशं क्षेत्रम् ।

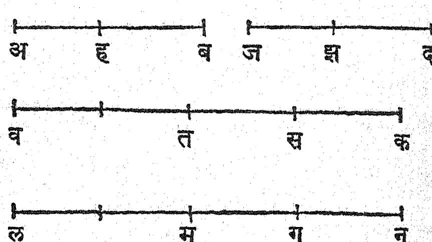
तत्र चत्वारि प्रमाणानि सन्ति तेषु प्रथमद्वितीययोस्तादृशी-

१ शकलम् K.

निष्पत्तिरस्ति यादृशी तृतीयचतुर्थयोः। तत्र प्रथमद्वितीययोरन्तरनिष्पत्तिर्द्वितीयप्रमाणेन तथास्ति यथा तृतीयचतुर्थयोरन्तरस्य चतुर्थप्रमाणेनास्ति।

यथा **अब**प्रमाण**बह**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**जद**प्रमाण**दझ**प्रमाणनिष्पत्तितुल्या कल्पिता। तदा **अह**प्रमाण**हब**प्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथा जाता यथा **जझ**प्रमाण**झद**प्रमाणयोर्निष्पत्तिरस्ति।

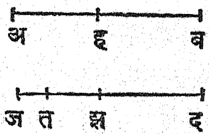
अस्योपपत्तिः।



अहप्रमाण**हब**प्रमाण**जझ**प्रमाण**झद**प्रमाणानामेकरूपा घाता ग्राह्याः। ते च **वत**प्रमाण**तक**प्रमाण**लम**प्रमाण**मन**प्रमाणतुल्याः कल्पिताः। तत्र **वत**प्रमाणं **अह**प्रमाणस्य यावद्गुणमस्ति तावदेव **तक**प्रमाणं **हब**प्रमाणस्य गुणनफलमस्ति। तस्मात् **वक**प्रमाणं **अब**प्रमाणस्य तावद्गुणमेव जातम्। एवं **लन**प्रमाणं **जद**प्रमाणस्य तावद्गुणमेव जातम्। तस्मात् **वक**प्रमाण**लन**प्रमाणे **अब**प्रमाण**जद**प्रमाणयोरेकरूपे यावद्गुणे जाते। पुनर्**हब**प्रमाण**झद**प्रमाणयोः **कस**प्रमाण**नग**प्रमाणे एकरूपे यावद्गुणे कल्पनीये। तदा **कतं** प्रथमप्रमाणं **हब**द्वितीयप्रमाणस्य यावद्गुणमस्ति तावदेव **मनं** तृतीयप्रमाणं **झद**चतुर्थप्रमाणस्य यावद्गुणमस्ति। पञ्चमं **कस**प्रमाणं द्वितीय**हब**प्रमाणस्य यावद्गुणमस्ति तावदेव षष्ठं **नग**प्रमाणं **झद**चतुर्थप्रमाणस्य तावद्गुणमस्ति। तस्मात् **तस**प्रमाणं **हब**प्रमाणस्य यावद्गुणमस्ति **मग**प्रमाणं **झद**प्रमाणस्य तावद्गुणमेवास्ति। तस्मात् **वक**प्रमाण**लन**प्रमाणे **अब**प्रमाण**जद**प्रमाणयोरेकरूपे यावद्गुणे स्तः। **तस**प्रमाण**मग**प्रमाणे च **हब**प्रमाण**झद**प्रमाणयोरप्येकरूपे गुणे स्तः। **अब**प्रमाण**बह**प्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तथास्ति यथा **जद**प्रमाण-

द्झप्रमाणयोरस्ति । तस्मात् वकप्रमाणलनप्रमाणे तसप्रमाणमगप्रमाणयोर्न्यूने वाऽधिके वा समे भवतः । [1]पुनस्तकप्रमाणं मनप्रमाणं च द्वयोः शोध्यम् । तदा वतप्रमाणलमप्रमाणे कसप्रमाणनगप्रमाणयोरधिके वा न्यूने समे वा भवतः । पुनर्वतप्रमाणलमप्रमाणे अहप्रमाणजझप्रमाणयोर्यावद्धातरूपे स्तः । कसप्रमाणनगप्रमाणे हबप्रमाणझदप्रमाणयोरप्येकरूपे गुणे स्तः । तस्मात् अहप्रमाणहबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जझप्रमाणझदप्रमाणयोर्निष्पत्तिरिवास्ति[2] । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।



अहप्रमाणस्य निष्पत्तिर्हबप्रमाणेन या भवति तादृशी जझप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झदप्रमाणेन यदि न भवति तदा तझप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झदप्रमाणेन भवतीति कल्पनीयम् । [3]पुनर्यथा अहप्रमाणस्य निष्पत्तिस्तझप्रमाणेन तथा हबप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झदप्रमाणेन । [4]पुनः अबस्य निष्पत्तिर्हबेन जदझदयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । इयं कीदृश्यस्ति । यथा तदप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झदप्रमाणेन । तस्मात् जदतदौ समानौ जातौ । इदं बाधितम् ॥

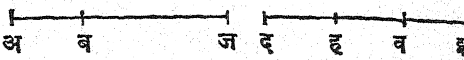
अथाष्टादशं क्षेत्रम्[5] ।

यत्र चत्वारि प्रमाणानि भवन्ति तत्र प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिः कीदृशी[6] भवति यथा तृतीयचतुर्थयोर्भविष्यति । तत्र प्रथमद्वितीययोगस्य द्वितीयेन निष्पत्तिस्तथा भवति यथा तृतीयचतुर्थयोगस्य चतुर्थेन भवति ।

---

१ From पुनः to भवतः omitted in B. २ °रेवास्ति B. ३ तस्मात् अबप्रमाणस्य निष्पत्तिः तद्प्रमाणेन तथा हबप्रमाणस्य निष्पत्तिः झद्प्रमाणेन K. ४ तस्मात् अबप्रमाणस्य निष्पत्तिस्तदप्रमाणेन तथास्ति हबझदयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति B. ५ शकलम् K. ६ तृतीयचतुर्थयोर्निष्पत्तिसदृशी भवति B.

यथा अबप्रमाणबजप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्दहप्रमाणहझप्रमाणयोर्निष्पत्तितुल्या कल्पिता ।



अत्र अजप्रमाणजबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्दझझहप्रमाणयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति ।

अस्योपपत्तिः ।

यद्येवं न भवति तदा दझझवप्रमाणनिष्पत्तितुल्या कल्पिता । झवप्रमाणं झहप्रमाणान्न्यूनं कल्पनीयम् । तदा अबबजप्रमाणनिष्पत्तिर्दहहझनिष्पत्तितुल्यासीत् । इयं दववझनिष्पत्तितुल्यास्ति । दहप्रमाणं दवान्न्यूनमस्ति । तदा हझप्रमाणं वझप्रमाणान्न्यूनं भविष्यति । इदं बाधितम् । एवं झवप्रमाणं हझप्रमाणादधिकं स्यात् । तदप्यशुद्धमेव । तदेवमुपपन्नं यथोक्तम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।

अबप्रमाणबजप्रमाणनिष्पत्तिर्दहहझनिष्पत्तितुल्यास्ति । तदा अबदहनिष्पत्तिर्बजहझनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । तस्मात् अजदझनिष्पत्तिर्बजहझनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । पुनः अजजबनिष्पत्तिर्दझझहनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ॥

अथैकोनविंशतितमं क्षेत्रम्[1] ।

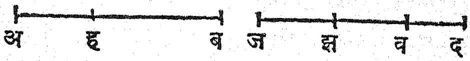
यत्र चत्वारि प्रमाणानि सजातीयानि तत्र लघुप्रमाणद्वयं बृहत्प्रमाणद्वयाच्छोध्यं शेषयोरपि निष्पत्तिः प्रमाणनिष्पत्तितुल्यैव भवति ।

यथा अबं जदं अहं जझं चत्वारि प्रमाणानि सन्ति । अबजदनिष्पत्तिः अहजझनिष्पत्तितुल्या कल्पितास्ति । अहं अबाच्छोधितं

---

१ शकलम् K.

जझं जदाच्छोधितम्। तत्र हबं झदमवशि[१]-



ष्टम्। एवमनयोर्निष्पत्तिः अबजदनिष्पत्तितुल्या भविष्यति।

अत्रोपपत्तिः।

अबअहनिष्पत्तिर्जदजझनिष्पत्तितुल्यास्ति। पुनर्हबहअनिष्पत्तिर्दझझजनिष्पत्तितुल्यास्ति। तदा बहदझनिष्पत्तिर्हअझजनिष्पत्तितुल्यास्ति। तदा अबजदनिष्पत्तितुल्या जाता। इदमेवास्माकमिष्टम्।

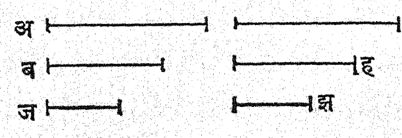
प्रकारान्तरम्।

हबझदनिष्पत्तिः अहजझनिष्पत्तितुल्या न भवति तदा हबझवनिष्पत्तितुल्या कल्पिता। तस्मात् अबजवनिष्पत्तिः अहजझनिष्पत्तितुल्या भविष्यति। अबजदनिष्पत्तिरेतत्तुल्यैव स्थितास्ति। तस्मात् अबनिष्पत्तिर्जवेन जदेनापि अहजझनिष्पत्तितुल्यैव जाता। तदा जवं जदं समानं जातम्। इदं बाधितम्। इदमेवास्मदिष्टम्॥

अथ विंशतितमं क्षेत्रम्[२]।

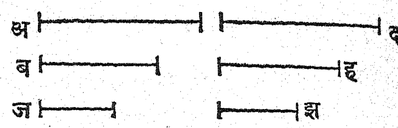
यत्र द्विप्रकारकं प्रमाणद्वयं भवति तत्रैकप्रकारे प्रमाणानां या निष्पत्तिरस्ति सैव निष्पत्तिर्द्वितीयप्रकारे प्रमाणेषु यदि स्यात् तत्र प्रथमप्रकारयादिप्रमाणमन्त्यप्रमाणात् यद्यधिकं स्यात् तदा द्वितीयप्रकारेऽप्यादिप्रमाणमन्त्यप्रमाणादधिकं स्यात्। न्यूनत्वे न्यूनं स्यात्। समत्वे समं स्यात्।

यथा एकप्रकारे अबजप्रमाणानि सन्ति। द्वितीयप्रकारे दहझप्रमाणानि सन्ति। तत्र अबनिष्पत्तिर्दहनिष्पत्तितुल्यास्ति बजनिष्पत्तिर्हझनिष्प-



१ °मुर्वरितम् D. K. २ शकलम् K.

त्तितुल्यास्ति। यदि अप्रमाणं जप्रमाणादधिकं स्यात् तदा दप्रमाणं झप्रमाणादधिकं भविष्यति।



अत्रोपपत्तिः।

अ अधिकप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन [1]भवति। इयं दहनिष्पत्तितुल्यास्ति। इयं निष्पत्तिर्जन्यूनप्रमाणस्य बप्रमाणेन या निष्पत्तिर्झहनिष्पत्तितुल्यास्ति तस्याः अधिका जाता। तस्मात् दप्रमाणं झप्रमाणादधिकं जातम्।

अनेन प्रकारेण यदि अप्रमाणं जतुल्यं स्यात् तदा दप्रमाणं झतुल्यं भविष्यति। न्यूने न्यूनम्।

प्रकारान्तरम्।

यदि दप्रमाणं झप्रमाणादधिकं न स्यात् तदा समानं भविष्यति वा न्यूनं भविष्यति। तत्र कल्पितं समानमस्तीति। तदा दप्रमाणस्य निष्पत्तिर्हप्रमाणेन अबनिष्पत्तितुल्यास्ति। इयं कीदृशी। यथा झस्य निष्पत्तिर्हप्रमाणेन। इयं कीदृशी। यथा जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन। तस्मात् अप्रमाणं जतुल्यं जातम्। कल्पितं अधिकम्। इदं बाधितम्।

पुनः कल्पितं दप्रमाणं झप्रमाणान्न्यूनमस्तीति। तस्मात् अबनिष्पत्तितुल्या दहनिष्पत्तिर्जबनिष्पत्तितुल्यझहनिष्पत्तेर्न्यूना भविष्यति। तस्मात् अप्रमाणं जप्रमाणान्न्यूनं भविष्यति। इदं बाधितम्। तदेवमुपपन्नं यथोक्तम्॥[2]

अथैकविंशतितमं क्षेत्रम्[3]।

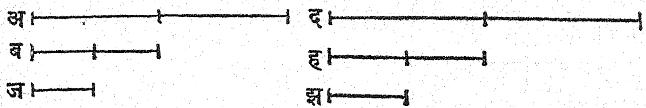
यत्र प्रकारद्वयेन प्रमाणानि सन्ति यथा प्रथमप्रकारे त्रीणि प्रमाणानि द्वितीयप्रकारे च त्रीणि प्रमाणानि सन्ति तत्र प्रथमप्रकारे प्रथमद्वितीययोर्यथा निष्पत्तिस्तथैव द्वितीयप्रकारे द्वितीयतृतीययोश्चेद्भवति। अथ च प्रथमप्रकारे द्विती-

---

१ B. omits भवति इयं. २ इदमेवास्माकमिष्टम्। D. K. ३ शकलम् K.

यतृतीययोर्यादृशी निष्पत्तिस्तथैव द्वितीयप्रकारे प्रथमद्वितीययोरस्ति। तत्रैतेषां प्रमाणानां प्रथमप्रकार आदिमप्रमाणमन्तिमप्रमाणाच्चेदधिकं भवति तदा द्वितीयप्रकारेप्यादिमप्रमाणमन्तिमप्रमाणादधिकं भविष्यति। न्यूनं चेत्तर्हि न्यूनं स्यात्। समत्वे समं भविष्यति।

यथा एकस्मिन्प्रकारे अबजप्रमाणानि सन्ति। द्वितीयप्रकारे



दहझप्रमाणानि सन्ति। तत्र अबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हझप्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या चेत्पुनः बजप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्दहप्रमाणयोर्निष्पत्त्या तुल्या चेत् अप्रमाणमधिकं चेज्जप्रमाणात्तदा दप्रमाणं झप्रमाणादधिकं भविष्यति।

अस्योपपत्तिः।

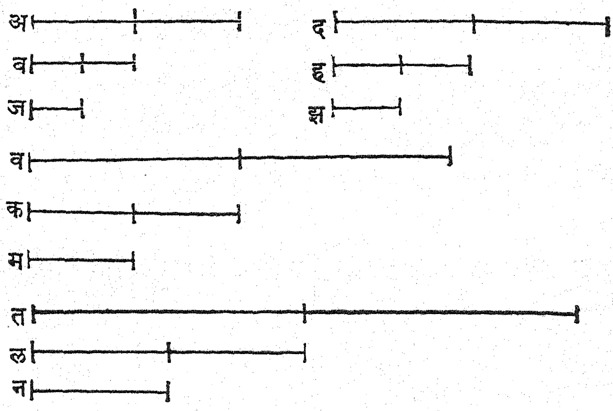
तत्र हझनिष्पत्तितुल्या अबनिष्पत्तिर्हदनिष्पत्तितुल्याया जबनिष्पत्तेरधिकास्ति। तस्माद्दप्रमाणं झप्रमाणादधिकमस्ति। एवं यदि अप्रमाणं जप्रमाणेन समं न्यूनं वास्ति तदा दप्रमाणं झप्रमाणान्न्यूनं वा समं भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

अथ द्वाविंशत्तमं क्षेत्रम्[1]।

प्रकारद्वये प्रमाणानि सन्ति तत्र प्रथमप्रकारे प्रथमप्रमाणद्वितीयप्रमाणयोर्यथा निष्पत्तिस्तथैव द्वितीयप्रकारेऽपि प्रथमद्वितीययोरप्यस्ति। पुनः प्रथमप्रकारे या द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तिर्द्वितीयप्रकारस्थद्वितीयतृतीयनिष्पत्त्या तुल्या चेत् तत्र प्रथमप्रकारे या प्रथमतृतीययोर्निष्पत्तिः सा द्वितीयप्रकारस्थप्रथमतृतीयनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति।

यथा प्रथमप्रकारे अबजप्रमाणानि द्वितीयप्रकारे दहझप्रमाणानि सन्ति। तत्र अबयोर्निष्पत्तिर्दहनिष्पत्त्या तुल्या। बजयोर्निष्पत्तिर्हझ-

१ शकलम् K.



निष्पत्त्या तुल्या । तत्र **अज**निष्पत्तिर्**दझ**निष्पत्त्या तुल्या भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

तत्र **अद**प्रमाणयोरेकरूपा घाता ग्राह्याः । ते च **वत**तुल्याः कल्पिताः । **बह**प्रमाणयोरपि **कल**तुल्या एकरूपा घाता ग्राह्याः । **जझ**प्रमाणयोरपि **मन**तुल्या एकरूपा घाता ग्राह्याः । **अब**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**दह**प्रमाणनिष्पत्त्या तुल्यास्ति । तदा **वक**प्रमाणयोर्निष्पत्तिः **तल**प्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । **बज**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**हझ**प्रमाणयोर्निष्पत्त्या तुल्यास्ति । तदा **कम**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**लन**प्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । तत्र **वकम**प्रमाणानि **तलन**प्रमाणानि च प्रकारद्वयेन जातानि । एतेषामेकरूपा निष्पत्तिश्च जाता । तत्र **वत**प्रमाणयोर्**मन**प्रमाणाभ्यां न्यूनत्वं समत्वमाधिक्यं चैकरूपं स्यात् । तस्मात् **अज**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**दझ**प्रमाणनिष्पत्तितुल्या जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

तत्र **अबज**प्रमाणानामेकरूपा घाता **वकम**प्रमाणतुल्या ग्राह्याः । पुनः **दहझ**प्रमाणानामेकरूपा घाताः **तलन**प्रमाणतुल्या गृहीताः । तदा **वकम**प्रमाणानां निष्पत्तिः **अबज**प्रमाणनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । **तलन**प्रमाणानां निष्पत्तिर्**दहझ**प्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । पुनर्**वम**प्रमाणे **तन**प्रमाणाभ्यामधिके न्यूने वा समाने भविष्यतः । त-

स्मात् अदप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जझप्रमाणनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । तस्मात् अजनिष्पत्तिर्दझनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

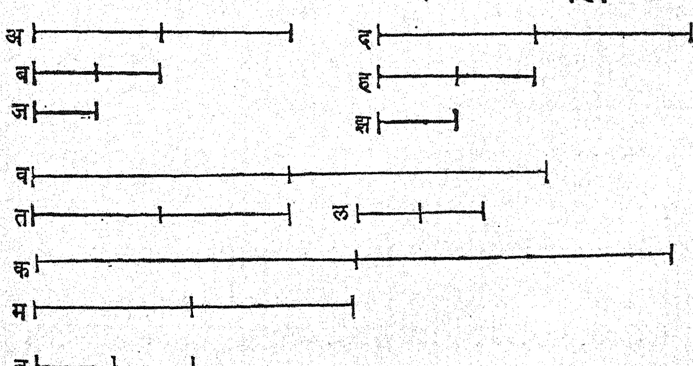
पुनः प्रकारान्तरम् ।

अबप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्दहप्रमाणनिष्पत्त्या तुल्यास्ति। तस्मात् अदप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्बहप्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । पुनर्बजप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्हझप्रमाणनिष्पत्त्या तुल्यास्ति। तदा बहप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्जझप्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । तस्मात् अदप्रमाणनिष्पत्तिर्जझप्रमाणयोर्निष्पत्त्या तुल्या भविष्यति। अजनिष्पत्तिः दझनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ त्रयोविंशतितमं क्षेत्रम्[1] ।

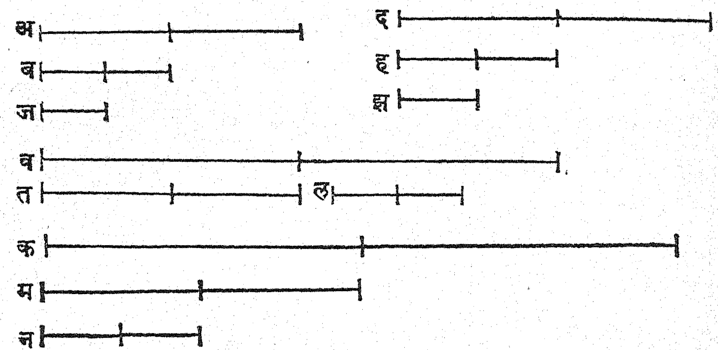
तत्रापि प्रकारद्वयेन प्रमाणानि चेत् सन्ति तत्र प्रथमप्रकारे प्रथमद्वितीययोर्यथा निष्पत्तिर्द्वितीयप्रकारेऽपि द्वितीयतृतीययोः सैव निष्पत्तिश्चेत् पुनः प्रथमप्रकारे द्वितीयतृतीययोर्या निष्पत्तिर्द्वितीयप्रकारेऽपि प्रथमद्वितीययोः सैव निष्पत्तिर्भविष्यति तत्र प्रथमप्रकार आद्यन्तयोर्या निष्पत्तिर्द्वितीयप्रकारेऽपि सैवाद्यन्तयोर्निष्पत्तिर्भविष्यति ।

यथा प्रथमप्रकारे अबजप्रमाणानि द्वितीयप्रकारे दहझप्रमाणानि



1 शकलम् K.

सन्ति। तदा **अब**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**हझ**प्रमाणयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति। **बज**-प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**दह**प्रमाणनिष्पत्तितुल्यास्ति । तत्र **अज**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**दझ**प्रमाणनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।



अस्योपपत्तिः ।

अबदप्रमाणानामेकरूपघाता **वतक**प्रमाणतुल्या गृहीताः । पुनर्**जहझ**प्रमाणानामेकरूपघाता **लमन**तुल्या ग्राह्याः । तस्मात् **वत**-प्रमाणनिष्पत्तिः **अब**निष्पत्तितुल्या जाता । **मन**प्रमाणनिष्पत्तिश्च **हझ**-निष्पत्तितुल्या जाता । तस्मात् **वत**योर्निष्पत्तिर्**मन**निष्पत्त्या तुल्या जाता । पुनरपि **बज**निष्पत्तिर्**दह**निष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् **तल**निष्पत्तिः **कम**निष्पत्तितुल्या जाता । तस्मादपि च **वतल**प्रमाणानि **कमन**प्रमाणानि च प्रकारद्वये जातानीति सिद्धम् । येषां मध्ये **वत**प्रमाणयोर्निष्पत्तिर्**मन**प्रमाणनिष्पत्त्या तुल्या जाता। **तल**प्रमाणयोर्निष्पत्तिः **कम**प्रमाणनिष्पत्तितुल्या जाता । तस्मात् **वक**प्रमाणे **लन**प्रमाणाभ्यामधिके भविष्यतो वा न्यूने समे वा । तस्मात् अजप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्दझप्रमाणयोर्निष्पत्तितुल्या जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

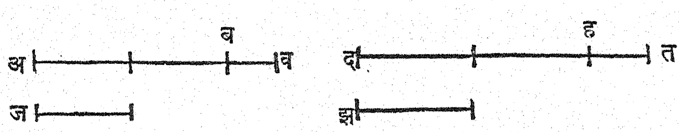
अथ चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम्[1] ।

यत्र षट् प्रमाणानि सन्ति तत्र प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिस्तृतीयचतुर्थयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति चेत् पुनः पञ्चमद्वितीययोर्नि-

१ शकलम् K.

ष्पत्तिः षष्ठचतुर्थयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति। तत्र प्रथमपञ्चमयोर्योगस्य निष्पत्तिर्द्वितीयप्रमाणेन यथास्ति तथा तृतीयषष्ठयोर्योगस्य निष्पत्तिश्चतुर्थेन भविष्यति।

अबप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेन यथास्ति दहप्रमाणनिष्पत्तिर्झप्रमाणेन तथास्ति। पुनर्बवप्रमाणनिष्पत्तिर्जप्रमाणेन तथास्ति हतप्रमाणस्य



निष्पत्तिर्झप्रमाणेन यथास्ति। पुनः अवप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेन तथास्ति तथा दतप्रमाणनिष्पत्तिर्झप्रमाणेन भविष्यति॥

अस्योपपत्तिः।

अबप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जप्रमाणेन तथास्ति यथा दहप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झप्रमाणेनास्ति। पुनर्जप्रमाणस्य[1] निष्पत्तिर्बवप्रमाणेन तथास्ति यथा झप्रमाणस्य निष्पत्तिर्हतप्रमाणेनास्ति। तस्मात् अबप्रमाणनिष्पत्तिर्बवप्रमाणेन तथास्ति यथा दहप्रमाणस्य निष्पत्तिर्हतप्रमाणेनास्ति। पुनः अवप्रमाणनिष्पत्तिर्बवप्रमाणेन तथास्ति यथा दतप्रमाणनिष्पत्तिर्हतप्रमाणेनास्ति। पुनर्बवप्रमाणनिष्पत्तिर्जप्रमाणेन यथा हतप्रमाणनिष्पत्तिर्झप्रमाणेनास्ति। तस्मात् अवप्रमाणनिष्पत्तिर्जप्रमाणेन तथास्ति यथा दतप्रमाणनिष्पत्तिर्झप्रमाणेन। इदमेवास्मदिष्टम्॥

अथ पञ्चविंशतितमं क्षेत्रम्[2]।

तत्र यदि चत्वारि प्रमाणानि सजातीयानि सन्ति। तेषां प्रथमं सर्वापेक्षयाऽधिकमस्ति चतुर्थं प्रमाणं सर्वापेक्षया न्यून-

---

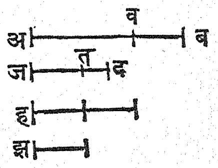
१ पुनर्जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बवप्रमाणेन तथास्ति यथा दहप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झप्रमाणेनास्ति। D. K. २ शकलम् K.

मस्ति । तत्र प्रथमचतुर्थयोर्योगो द्वितीयतृतीययोगादधिको भविष्यति ।

यथा अबप्रमाणस्य निष्पत्तिर्जदप्रमाणेन तथास्ति हप्रमाणस्य निष्पत्तिर्झप्रमाणेन यथास्ति । तत्र अबप्रमाणं सर्वापेक्षयाधिकं कल्पितं झप्रमाणं सर्वापेक्षया न्यूनं कल्पितम् । तदा अबप्रमाणझप्रमाणयोर्योगो जदप्रमाणहप्रमाणयोगापेक्षयाऽधिको भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

अबप्रमाणाद् हप्रमाणतुल्यं अवप्रमाणं पृथक्कार्यम् । जदप्रमाणाज् झप्रमाणतुल्यं जतप्रमाणं पृथक्कार्यम् । तदा अबप्रमाणजदप्रमाणयोर्निष्पत्तिर्वबतदनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । पुनः अबप्रमाणं जदप्रमाणादधिकमस्ति । तस्मात् वबं तदप्रमाणादधिकं भविष्यति । पुनः वअजतप्रमाणयोगो द्वयोर्योजनीयः । तदा अबजतयोगो जदअवयोगादधिको भविष्यति ॥ इत्येवेष्टम् ॥



श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्टयै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधारूढितेन प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्यध्यायोऽध्येतृमोहापह इति विरतिं पञ्चमः संगतोऽभूत् ॥

इति श्रीमज्जगन्नाथसम्राड्विरचिते रेखागणिते

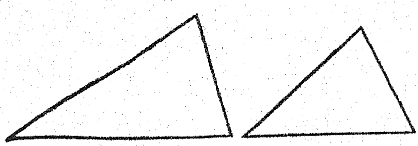
पञ्चमोऽध्यायः ॥ ५ ॥

अथ षष्ठोऽध्यायः प्रारभ्यते ।

तत्र त्रयस्त्रिंशत् क्षेत्राणि सन्ति ।

तत्र परिभाषा ।

येषां क्षेत्राणां कोणा मिथः समानाः सन्ति । अथ च कोणाश्रिता भुजा एकरूपनिष्पत्तियुक्तास्तानि क्षेत्राणि सजातीयानि भवन्ति ।



एकरूपनिष्पत्तिस्त्वेकस्मिन् क्षेत्रे एकभुजो द्वितीयभुजस्य यावान् विभागो द्वितीयक्षेत्रे एकभुजो द्वितीयभुजस्य तावानेव विभागश्चेत् तदैकरूपनिष्पत्तिर्ज्ञेया ।

यत्र ययोः क्षेत्रयोः कोणाः समाना भवन्ति तत्रैकक्षेत्रस्यैकभुजस्य द्वितीयक्षेत्रस्यैकभुजेन यादृशी निष्पत्तिरस्ति तथा द्वितीयक्षेत्रे द्वितीयभुजस्य प्रथमक्षेत्रद्वितीयभुजेन निष्पत्तिस्तादृश्यस्ति चेत्ते क्षेत्रे समाने भवतः ।

अथ क्षेत्रस्य मुखाद् भूमिपर्यन्तं गतो लम्बः क्षेत्रलम्बसंज्ञो ज्ञेयः ।

अथैकरेखायास्तादृशं भागद्वयं कार्यं यथा संपूर्णरेखाया बृहत्खण्डेन यादृशी निष्पत्तिरस्ति बृहत्खण्डस्य लघुखण्डेन तादृशी निष्पत्तिरस्ति चेत् सा रेखा त्रैराशिकरूपा जाता ॥

अथ प्रथमं क्षेत्रम्[1] ।

ये द्वे क्षेत्रे समानान्तरभुजे उभयतस्तयोर्लम्बाः समानाश्चेद् भवन्ति तत् क्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्भूमेर्निष्पत्तितुल्या भवति । तथैव द्वयोस्त्रिभुजयोर्लम्बौ समानौ चेद्भवतस्तर्हि भुजयोर्निष्पत्तिर्भूमिनिष्पत्तितुल्या भवति ।

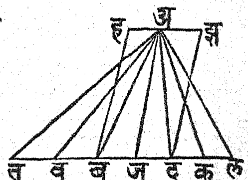
---

१ शकलम् is used for क्षेत्रम् throughout the book in K.

यथा हजक्षेत्रं जझक्षेत्रं च समानलम्बमस्ति । एवं अबजत्रिभुजं अजदत्रिभुजं समानलम्बं कल्पितम् । तत्र चतुर्भुजयोर्निष्पत्तिर्वा त्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्बजभूमिजदभूमिनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

बदभूमिरुभयत्र वर्द्धिता कार्या । बजतुल्यं बवं वतं पृथक्कार्यम् । जदतुल्यं दकं कलं पृथक्कार्यम् । अवअतअकअलरेखाः कार्याः । पुनः अबजं अबवं अवतं एतानि त्रिभुजक्षेत्राणि समानि सन्ति । त्रयाणां त्रिभुजानां योगस्त्रिगुणितअबजक्षेत्रसमो भवति । जबं बवं वतं एता भूमयः समानाः सन्ति । तिसृणां भूमीनां योगस्त्रिगुणितबजतुल्योऽस्ति । पुनः अजदं अदकं



अकलं एतानि त्रिभुजानि समानानि सन्ति । एतेषां योगस्त्रिगुणित अजदत्रिभुजतुल्योऽस्ति । जदं दकं कलं एतास्तिस्रो भूमयः समानाः सन्ति । तिसृणां भूमीनां योगस्त्रिगुणजदभूमितुल्योऽस्ति । तदा अतजत्रिभुजं अलजत्रिभुजाद्यद्यधिकमस्ति तदा तजभूमिर्लजभूमेरधिका स्यात् । न्यूनं चेन्न्यूना स्यात् । समानं चेत्समाना स्यात् । तस्मात् अबजस्य निष्पत्तिः अजदत्रिभुजेन तादृशी निष्पत्तिरस्ति यादृशी बजभूमेर्जदभूम्याः । अनेन प्रकारेण क्षेत्राणां निष्पत्तिर्भूमिनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

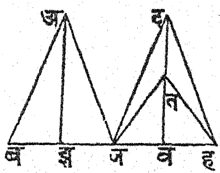
प्रकारान्तरम् ।

येषां क्षेत्राणां निष्पत्तिर्भूमिनिष्पत्तेस्तुल्या स्यात् तानि क्षेत्राणि समानलम्बानि भवन्ति ।

यथा बहभूमौ अबजत्रिभुजं दजहत्रिभुजं चास्ति । एतयोस्त्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्बजभूमिजहभूम्योर्निष्पत्त्या तुल्या कल्पिता । तदा अझलम्बदवलम्बौ मिथः समानौ भविष्यतः ।

अस्योपपत्तिः ।

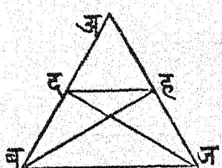
यदि समानौ न स्तः तदा वतअझौ समानौ कल्पितौ। पुनः तज-रेखा तहरेखा संयोज्या। तदा अबजत्रिभुज-तहजत्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्बजजहभूम्योर्निष्पत्ति-तुल्या स्यात् । तस्मात् अबजत्रिभुजस्य निष्पत्तिर्दजहत्रिभुजतजहत्रिभुजाभ्यामेकरूपा जाता। तस्माद् दजहत्रिभुजतहजत्रिभुजे समाने जाते। एतदशुद्धम्। तस्मादस्मदिष्टमेव समीचीनम् ॥



अथ द्वितीयं क्षेत्रम् ।

यद्येका रेखा त्रिभुजस्य भुजद्वयोपरि पतिता भूमिसमानान्तरा चेत्स्यात् तदैकरूपनिष्पत्त्या भुजद्वयस्य खण्डद्वयं करिष्यति। या रेखा एकरूपनिष्पत्त्या भुजद्वयखण्डं करोति सा रेखा भूमिसमानान्तरा भवत्येव।

यथा अबजत्रिभुजे दहरेखा बजरेखा समानान्तरा कल्पिता। बह-रेखा जदरेखा च संयोज्या। तदा दबहत्रिभुजदजहत्रिभुजे च समाने जाते। कुतः। समानान्तररेखागतत्वादेकभूमिस्थत्वाच्च। अदहत्रिभुजस्य निष्पत्तिराभ्यां त्रिभुजाभ्यां समानास्ति। अदहत्रिभुजस्य निष्पत्तिर्दबहत्रिभुजेन तथास्ति यथा अदभूमेर्निष्पत्तिर्दबभूम्या अस्ति। अदहत्रिभुजस्य निष्पत्तिर्दजहत्रिभुजेन तथास्ति यथा अहभूमेर्निष्पत्तिर्हजभूम्या अस्ति। तस्मात् अदखण्ड-दबखण्डयोर्निष्पत्तिः अहखण्डहजखण्डनिष्पत्त्या तुल्या जाता।



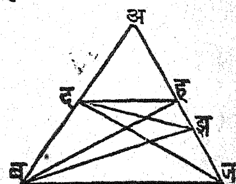
पुनर्यदि अदखण्डदबखण्डयोर्निष्पत्तिः अहखण्डहजखण्डनिष्पत्त्या तुल्या कल्पिता तदा दहरेखा बजरेखायाः समानान्तरा भविष्यति। कुतः। अदभूमिदबभूम्योर्निष्पत्तिः अदहत्रिभुजबहदत्रिभुजनिष्पत्तेस्तुल्यास्ति । अहभूमिहजभूम्योर्निष्पत्तिः अदहत्रिभुज-

दजहत्रिभुजयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् अदहत्रिभुजस्य निष्पत्तिर्दबहदजहत्रिभुजाभ्यामेकरूपा जाता । तस्मादेतत्त्रिभुजद्वयं समानं जातम् । तदा दहरेखा बजरेखासमानान्तरा जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

यदि दहरेखा बजरेखासमानान्तरा चेत् अदखण्डदबखण्डयोर्निष्पत्तिः अहखण्डहजखण्डनिष्पत्तितुल्या न भवेत् तदा अहहझयोर्निष्पत्त्या तुल्या कल्पिता । पुनर्बझरेखा दझरेखा संयोजिता । दबहत्रिभुजदझहत्रिभुजे च समाने जाते इति निश्चितम् ॥

पुनर्दहरेखा बझरेखासमानान्तरा भविष्यति इत्युपपत्त्या निश्चीयते । तस्मात् बझरेखा बजरेखा प्रत्येकं दहरेखायाः समानान्तरा जाता । तस्मात् बझरेखा बजरेखा मिथः समानान्तरा जाता । एते मिथः संलग्ने च जाते । एतदशुद्धम् ।



पुनरपि अददबयोर्निष्पत्तिः अहहजयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । बजरेखायाः दहरेखा समानान्तरा न चेत्तदा दझरेखा बजरेखायाः समानान्तरा कल्पिता । पूर्वोक्तप्रकारेण अददबयोर्निष्पत्तिः अझझजयोर्निष्पत्तितुल्यास्तीति निश्चितम् । तस्मात् अहहजयोर्निष्पत्तिः अझझजयोर्निष्पत्तितुल्या जाता । अहरेखा अझरेखाया न्यूनास्ति । तदा हजरेखा झजरेखाया न्यूना जाता । इदं बाधितम् । असदुक्तमेव समीचीनम् ॥

अथ तृतीयं क्षेत्रम् ।

तत्र[1] त्रिभुजेऽभीष्टकोणस्य या रेखा तुल्यखण्डद्वयं करोति सा रेखा तत्कोणसन्मुखभुजस्य तथा खण्डद्वयं करिष्यति यथै-

१ तत्राभिष्टैकत्रिभुजे K.

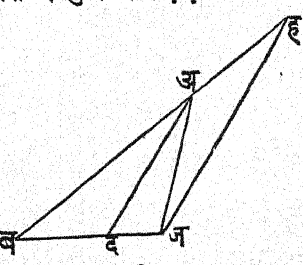
तत्खण्डयोर्निष्पत्तिः शेषभुजद्वयनिष्पत्तेस्तुल्या स्यात्। पुनरियं रेखा तस्य भुजस्यानया निष्पत्त्या यदि खण्डद्वयं करोति तदेयं रेखा तस्य कोणस्य खण्डद्वयं तुल्यं करिष्यति।

यथा बअजत्रिभुजे अकोणात् अदरेखा कृता। पुनर्दअरेखा बअजकोणस्य खण्डद्वयं करिष्यतीति कलिपतास्ति[1]। तदा बददजखण्डयोर्निष्पत्तिर्बअभुजअजभुजयोर्निष्पत्त्या तुल्या भविष्यति।

अस्योपपत्तिः।

पुनर्जहरेखा जचिह्नात् दअरेखायाः समानान्तरा कार्या। बअरेखा तथा वर्धनीया यथा जहरेखायां हचिह्ने संपातं करिष्यति। तस्मात् बअदकोणबहजकोणौ समानौ भविष्यतः। पुनर्जअदकोणअजहकोणौ समानौ भविष्यतः। तदा अहजकोणअजहकोणौ मिथः समानौ भविष्यतः। तदा अहरेखा च अजरेखातुल्या भविष्यति। तस्मात् बदखण्डजदखण्डयोर्निष्पत्तिस्तथा भविष्यति यथा अबरेखाअहरेखयोरस्ति। अजरेखयापि तथास्ति। कुतः। अहरेखा अजरेखयोः समत्वात्।

पुनरपि बददजयोर्निष्पत्तिर्बअअजनिष्पत्तितुल्या यदा कल्पिता तदा कोणस्यापि द्वे खण्डे समाने भविष्यतः। कुतः। बददजयोर्निष्पत्तिर्बअअहनिष्पत्तितुल्यास्ति। तस्मात् बअरेखाया निष्पत्तिः अहअजाभ्यां समाना जाता। तस्मात् अहअजौ समानौ जातौ। तदा बहजकोणतुल्यबअदकोणः अजहकोणतुल्येन जअदकोणेन समानो जातः। इदमेवास्माकमिष्टम्॥

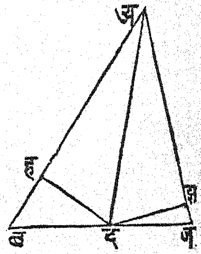


१ कल्पिता. K.

प्रकारान्तरम् ।

दचिह्नात् दहलम्बः अबभुजोपरि दझलम्बश्च अजभुजोपरि कार्यः । तस्मात् बअजकोणस्य यदि खण्डद्वयं तुल्यं कल्प्यते तर्ह्येतौ लम्बौ समानौ भवतः । कुतः । अचिह्नस्य कोणद्वयं समानमस्ति । हकोण-झकोणावपि समकोणौ स्तः । अदरेखा त्रिभुजद्वयेऽप्येकैवास्ति । तस्माद्दहरेखा दझरेखा च बअदत्रिभुजे जअदत्रिभुजे च समानल-म्बरूपा जाता । तस्मात् बअदत्रिभुजस्य निष्पत्तिर्जअदत्रिभुजेन तथा जाता यथा बअभुजस्य अजभुजेनास्ति । पुनरपि अनयोस्त्रिभुजयोर्नि-ष्पत्तिर्बददजयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् बददजयोर्निष्पत्तिर्बअ-अजनिष्पत्तितुल्या जाता ।

यदि तादृशी निष्पत्तिः स्यात् तदा कोणस्य द्वे खण्डे समाने भवि-ष्यतः । कुतः । त्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्बददजयोर्निष्प-त्तितुल्यास्ति । बअअजनिष्पत्तेरपि तुल्यास्ति । यदा बअरेखा अजरेखा च भूमिः कल्पिता तदा अनयो-स्त्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्भूम्योर्निष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । दहलम्बदझलम्बौ च समानौ भवतः । अद-



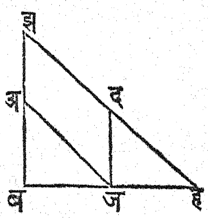
रेखा त्रिभुजद्वयेऽप्येकैव भविष्यति । तस्मात् हअदकोणझअदकोणौ समानौ भविष्यतः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ चतुर्थं क्षेत्रम् ।

ययोर्द्वयोस्त्रिभुजयोः कोणाः समाना भवन्ति तयोर्भुजयो-र्निष्पत्तिरेकैव भविष्यति । यः कोणस्तुल्यो भवति तदाश्रि-तभुजयोर्निष्पत्तिस्तुल्या भवतीति ज्ञेयम् ।

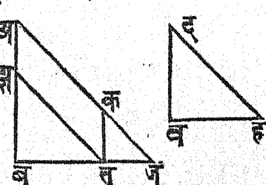
यथा अबजत्रिभुजे दहजत्रिभुजे बअजकोणजदहकोणौ समानौ कल्पितौ । पुनर्बजअकोणजहदकोणौ समानौ च कल्पितौ । पुनः अबजकोणहजदकोणौ च समानौ कल्पितौ । तदा बजनिष्पत्तिर्जह-

रेखया तथास्ति यथा बअनिष्पत्तिर्जदरेखयास्ति अजनिष्पत्तिर्दहरेखया यथास्ति । एतत्त्रिभुजद्वयं जहरेखायां स्थाप्यम् । बअरेखा हदरेखा च वर्धनीया यथा झचिह्नलग्ना स्यात् । तदा अजरेखा झहरेखायाः समानान्तरा भविष्यति । जदरेखा झबरेखायाश्च समानान्तरा भविष्यति । झजक्षेत्रमपि समानान्तरभुजं भविष्यति । तस्माद् बजनिष्पत्तिर्जहरेखायास्तथास्ति यथा बअनिष्पत्तिः अझरेखयास्ति जदरेखयापि । पुनर्बजनिष्पत्तिर्जहरेखया तथास्ति यथा झददहनिष्पत्तिः अजदहनिष्पत्तिरपि । तस्मात् बअजदयोर्निष्पत्तिः अजदहयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



प्रकारान्तरम् ।

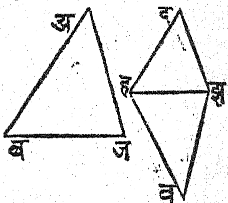
अबजत्रिभुजे दबहत्रिभुजे अकोणदकोणौ समानौ कल्पितौ । पुनर्बकोणबकोणौ समानौ कल्पितौ । जकोणहकोणौ समानौ कल्पितौ । यदि अबभुजदबभुजौ समानौ भवतस्तदा शेषभुजा अपि समाना भविष्यन्ति । प्रतिज्ञातमुपपन्नं भविष्यति । यदि अबदबौ समानौ न भविष्यतस्तदा अबमधिकं कल्पितम् । पुनर्बदतुल्यं बझं पृथक् कार्यम् । पुनः अजरेखायाः समानान्तरा झतरेखा कार्या । तस्मात् झबतत्रिभुजदबहत्रिभुजे समाने भविष्यतः । पुनः अझझबनिष्पत्तिर्जततबनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । अबबझनिष्पत्तिर्जबबतनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । पुनर्बझरेखा बदतुल्यास्ति । बतरेखा बहतुल्यास्ति । तस्मात् अबदबनिष्पत्तिर्जबहबनिष्पत्तितुल्या जाता । पुनः तकं बअसमानान्तरं कार्यम् । तदेवं निश्चितम् जबतबनिष्पत्तिर्जअअकनिष्पत्तितुल्यास्तीति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ पञ्चमं क्षेत्रम् ।

ययोस्त्रिभुजयोर्भुजानां यथाक्रममेकरूपनिष्पत्तिरस्ति चेत्तयोः कोणाः समाना भवन्ति ।

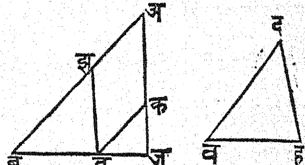
यथा अबजत्रिभुजे दहझत्रिभुजे च अबदहनिष्पत्तिः अजदझनिष्पत्तितुल्या कल्पिता । बजहझनिष्पत्तितुल्यापि कल्पिता । तस्मात्कोणाः समानाः स्युः । कुतः । हचिह्नोपरि हझरेखाया झहवकोणो बकोणतुल्यः कार्यः । पुनर्झचिह्नोपरि हझवकोणो जकोणतुल्यः कार्यः । द्वौ भुजौ वर्धनीयौ यथा वचिह्ने मिलिष्यतः । तस्मात् अबजत्रिभुजवहझत्रिभुजयोः कोणाः समाना जाताः ।



बजहझनिष्पत्तिर्बअहवनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । इयं बअहदनिष्पत्तितुल्याऽऽसीत् । तस्माद् हदहवरेखे समाने जाते । अनेन प्रकारेण झवझदरेखे समाने जाते । तस्मात् दहझत्रिभुजस्य वहझत्रिभुजस्य अबजत्रिभुजस्यापि कोणाः समाना जाताः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ॥

चतुर्थक्षेत्रे प्रकारान्तरक्षेत्रमत्र ज्ञेयम् । अबजत्रिभुजं दवहत्रिभुजं च कल्पितम् । एतयोर्भुजा यदि समाना भविष्यन्ति तदास्माकमिष्टं सिद्धम् । यदि समाना न भविष्यन्ति तदा अबं दवादधिकं कल्पितम् । वदतुल्यं बझं पृथक्कार्यम् । पुनर्वहतुल्यं बतं पृथक्कार्यम् । दहतुल्यं अकं पृथक्कार्यम् । झततकरेखे संयोजनीये । तदा अबनिष्पत्तिर्दवरेखातुल्यझबरेखया यथा जबनिष्पत्तिर्वहरेखातुल्यबतरेखया भविष्यति । तस्मात् अझझबनिष्पत्तिर्जततबनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । तस्मात् झतरेखा अजरेखायाः समानान्तरा भविष्यति । अनेन प्रकारेण तकरेखा बअरेखायाः समानान्तरा भविष्यति । तदा अकरेखा

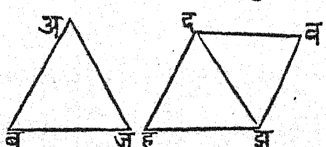


झतरेखे तुल्ये भविष्यतः । **बझतत्रिभुजस्य वदहत्रिभुजस्य** भुजाः समाना भविष्यन्ति । **बझतत्रिभुजस्य बअजत्रिभुजस्य** कोणाः समाना भविष्यन्ति । तस्मात् **बअजत्रिभुजस्य वदहत्रिभुजस्य** कोणाः समाना भविष्यन्ति ॥

अथ षष्ठं क्षेत्रम् ।

द्वयोस्त्रिभुजयोरेकः कोणः समानोऽस्ति । तत्कोणसंबन्धिनोर्भुजयोरेकैव निष्पत्तिरस्ति । तदा शेषकोणाः समाना भवन्ति ।

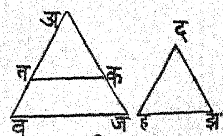
यथा **अबज**त्रिभुजे **दहझ**त्रिभुजे **अ**कोण**द**कोणौ समानौ कल्पितौ । **अब**भुज**दह**भुजयोर्निष्पत्तिः **अज**भुज**दझ**भुजनिष्पत्तितुल्या कल्पिता । **दझ**रेखाया **द**चिह्नोपरि **झदव**कोणः **अ**कोणतुल्यः कार्यः । **झ**चिह्नोपरि **दझव**कोणो **ज**कोणतुल्यः कार्यः । द्वौ भुजौ वर्धनीयौ यथा **व**चिह्ने मिलिष्यतः । **अबज**त्रिभुजस्य **दवझ**त्रिभुजस्य कोणाः समाना भविष्यन्ति । तदा



अजदझनिष्पत्तिः **अबदव**निष्पत्तितुल्या भविष्यति । पुनरियं **अबदह**निष्पत्तिस्तुल्याऽऽसीत् । तस्मात् **दवदहौ** समानौ जातौ । एवं **द**चिह्नस्य द्वौ कोणौ **अ**कोणतुल्यौ समानौ भविष्यतः । तस्मात् **दहझ**त्रिभुजस्य **वदझ**त्रिभुजस्य **बअज**त्रिभुजस्यापि कोणाः समाना जाताः । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

द्वितीयः प्रकारः ।

बअअजभुजौ **हददझ**भुजाभ्यां समानौ यदि भवतस्तदास्माकं प्रतिज्ञातं सिद्धमेव । यदि समानौ न भवतस्तदा **बअअज**भुजौ अधिकौ कल्पितौ । **अतं दह**तुल्यं पृथक्कार्यम् । **अकं दझ**तुल्यं पृथक्कार्यम् । **तक**रेखा योजनीया । तदा **बअअत**निष्पत्तिर्**जअअक**निष्प-

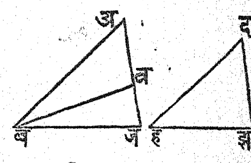


त्तितुल्या भविष्यति । बततअनिष्पत्तिर्जककअनिष्पत्तितुल्या भविष्यति। तस्मात् बजतकरेखे समानान्तरे भविष्यतः। तदा बअजत्रिभुजस्य तअकत्रिभुजस्य हदझत्रिभुजस्य कोणाः समाना भविष्यन्ति ॥

अथ सप्तमं क्षेत्रम् ।

द्वयोस्त्रिभुजयोरेकैकः कोणः समानो भवति द्वितीयकोणस्य भुजयोरेका निष्पत्तिरस्ति शेषस्तृतीयकोणः समकोणान्न्यूनो भवतु वा मा भवतु द्वयोस्त्रिभुजयोस्तृतीयकोण एकरूपोऽपेक्षितस्तदा शेषकोणाः सर्वेऽपि समाना भविष्यन्ति ।

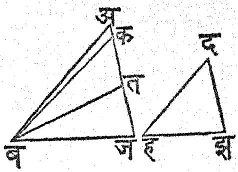
यथा अबजत्रिभुजस्य दहझत्रिभुजस्य अकोणदकोणौ समानौ कल्पितौ। अबदहभुजनिष्पत्तिर्बजहझनिष्पत्तितुल्या कल्पिता। पुनर्जकोणो झकोणः प्रत्येकसमकोणान्न्यूनो भवति वा न भवति



तदा बकोणहकोणौ समानौ भविष्यतः। यदा न भविष्यतस्तदा बकोणोऽधिको भविष्यतीति कल्पितम्। पुनः अबवकोणो हकोणतुल्यः कार्यः। तदा बवअकोणो झकोणतुल्यो भविष्यति। तदा अबदहनिष्पत्तिर्बवहझनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । बजहझनिष्पत्तितुल्या कल्पिताऽऽसीत्। तस्मात् बवबजरेखे समाने भविष्यतः। बवजकोणबजवकोणौ समानौ भविष्यतः। पुनर्जकोणझकोणौ समकोणान्न्यूनौ यदि न भवतस्तदा द्वौ कोणौ समकोणद्वयान्न्यूनौ न जातौ। इदं बाधितम्। यदि समकोणान्न्यूनौ भवतस्तदा अवबकोणो झकोणतुल्यः समकोणादधिको भविष्यति न्यूनः कल्पितोऽस्ति। इदं बाधितम्। तस्मात् बकोणहकोणौ समानौ जातौ । जकोणझकोणावपि समानौ जातौ । इदमेवास्माकमिष्टम् ।

पूर्वक्षेत्रे यदुक्तं जझकोणौ समकोणान्न्यूनौ भवतो वा न भवतस्त-

स्यायमाशयः । अबजत्रिभुजं दहझत्रिभुजं सजातीयं न्यूनकोणं च कल्पितम् । पुनः अबभुजो बजभुजादधिकः कल्पितः । पुनर्ब-चिह्नात् बतलम्बः अजभुजोपरि कार्यः ।



तस्मात् अतमधिकं स्यात् तजात् । पुनः तजतुल्यं तकं पृथक्कार्यम् । बकरेखा संयोज्या । तदेयं बकरेखा बजतुल्या भविष्यति । पुनः अबकत्रिभुजे दहझत्रिभुजे अकोणदकोणौ समानौ स्तः । अबरेखायाः दहरेखया निष्पत्तिस्तथास्ति यथा बजतुल्यबकरेखाया निष्पत्तिर्हझरेखयास्ति । एते द्वे त्रिभुजे सजातीये न स्तः । कुतः । बकअकोणस्य समकोणादधिकत्वात् । हझदकोणस्य समकोणान्न्यूनत्वात् ।

इदं यदुक्तं च न्यूनकोणो भवतु वा मा भवतु । इदं च नोक्तं न्यूनकोणो भवतु वाऽधिककोणो भवतु । कुतः । तत्र समकोणस्यापेक्षितत्वात् ॥

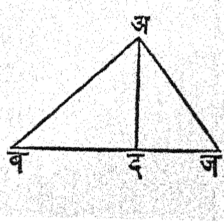
अथाष्टमं क्षेत्रम् ।

यदि त्रिभुजे समकोणान्निःसृतलम्बस्तस्य कर्णोपरि गतस्तदा त्रिभुजस्य द्वे सजातीये क्षेत्रे करिष्यति । एते त्रिभुजे बृहत्त्रिभुजस्य सजातीये भवतः ।

यथा अबजत्रिभुजे असमकोणात् अदलम्बो बजकर्णोपरि निष्काशितः । तेन अबदत्रिभुजअजदत्रिभुजे सजातीये भविष्यतः । एते च अबजत्रिभुजस्यापि सजातीये भवतः ।

अस्योपपत्तिः ।

अबदत्रिभुजे अबजत्रिभुजे च क्षेत्रद्वयेऽप्येकएव बकोणोऽस्ति । पुनः अदबकोणजअबकोणौ प्रत्येकं समकोणौ स्तः । तस्माद् बअदकोणबजअकोणौ शेषौ समानौ जातौ । तस्मादेते द्वे त्रिभुजे सजातीये जाते । तदा दबबअरेखयोर्निष्पत्तिः



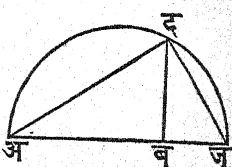
अबबजयोर्निष्पत्त्या तुल्या जाता । अदअजनिष्पत्तितुल्यापि जाता । एवं हि जअदजबअत्रिभुजे च सजातीये जाते । पुनर्जअदबअद-त्रिभुजे च सजातीये स्तः । कुतः । दचिह्नस्य द्वौ कोणौ प्रत्येकं सम-कोणौ स्तः । जकोणस्तु दअबकोणतुल्योऽस्ति । बकोणस्तु जअद-कोणतुल्योऽस्ति । एते द्वे सजातीये स्तः । जदअदनिष्पत्तिर्दअदब-निष्पत्त्या तुल्या जाता । जअअबनिष्पत्तितुल्यापि जाता ।

अस्मात्क्षेत्रादिदं निश्चितं लम्बः कर्णस्य खण्डद्वये त्रैराशिकरूपो-ऽस्ति । आबाधाद्भुजस्त्रैराशिकरूपोऽस्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ नवमं क्षेत्रम् ।

तत्र रेखाद्वयमध्ये एकान्या रेखा तथोत्पाद्या यथैतद्रे-खात्रयमेकनिष्पत्तिरूपं भवति ।

तत्र रेखाद्वयं अबं बजं कल्पितम् । एतद्रेखाद्वययोगे व्यासं कृत्वा अदजवृत्तार्द्धमुत्पाद्यम् । पुनर्बचिह्नात् बद-लम्बो वृत्तपालिसंलग्नः कार्यः । अयं लम्बः अबबजरेखाद्वयमध्ये एकनिष्पत्तिरूपो भवि-ष्यति। दबलम्बः समकोणात्कर्णोपर्यागतस्तस्मात्



अबजबरेखाद्वयमध्ये एकनिष्पत्तिरूपस्तिष्ठति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ॥

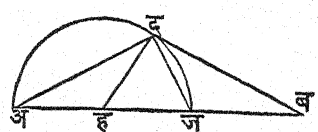
एकरेखा द्वितीयरेखोपरि पातनीया । बृहद्रेखां व्यासं कृत्वा वृत्तार्द्धं कार्यम् । लघुरेखान्ताल्लम्बो वृत्तपालिसंलग्नः कार्यः । यस्मिंश्चिह्ने लग्नस्त-च्चिह्नाद्रेखान्तपर्यन्तमन्या रेखा कार्या । इयं रेखाऽस्मदिष्टा । एतत्पूर्वो-क्तक्षेत्रेण स्फुटमेव ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ॥

रेखाद्वयान्तरमजं कल्पयित्वा वृत्तार्द्धं कार्यम् । तच्च अजदं क-ल्पितम् । पुनर्बचिह्नात् बदरेखा वृत्तपालिसंलग्ना कार्या । इयं रेखा अबबजरेखामध्ये एकनिष्पत्तिरूपा भविष्यति ॥

अस्योपपत्तिः ।

दअदजदहरेखाः संयोज्याः । तदा **अदजकोणबदहकोणौ** प्रत्येकं समकोणौ स्तः । पुनर्**हदजकोणो** द्वयोः शोध्यः । तदा शेषौ **जदब**-कोण**हदअ**कोणौ समानौ स्तः । पुनर्**हदअकोणहअदकोणौ** च समानौ स्तः । तस्मात् **बअद**त्रिभुजे **बदज**त्रिभुजे च **ब**कोणो द्वयोरेककोणोऽस्ति । पुनः **दअबकोणजदब**-कोणौ समानौ स्तः । तदा **बदअकोणबजदकोणा**वपि समानौ भविष्यतः । तस्मात् **अबबदयोर्निष्पत्तिर्बदबजनिष्पत्त्या** तुल्या भविष्यति । अस्मात्क्षेत्रादिदं निश्चितम् ॥

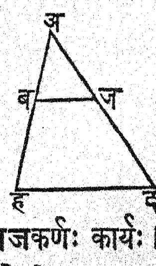


रेखाद्वययोगात् यो लम्ब उत्पन्नः स एव लम्बो रेखाद्वयमध्ये एकनिष्पत्तिरूपश्चेत्तदा रेखाद्वययोगं व्यासं कृत्वा यद्वृत्तार्द्धं क्रियते तद्वृत्तार्द्धं लम्बान्तसंलग्नं भविष्यति ॥

अथ दशमं क्षेत्रम् ।

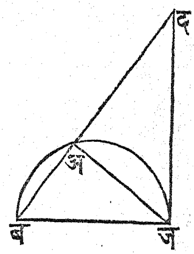
तत्र रेखाद्वयं यस्यां निष्पत्तौ स्यात्तत्र तृतीया रेखा तन्निष्पत्तिरूपा यदि कर्त्तुमिष्टास्ति ।

तदा तद्रेखाद्वयं **अबं अजं** कल्पितम् । एतद्रेखाद्वयात् **अ**कोणः कार्यः । पुनः रेखाद्वयं वर्द्धनीयम् । **बह**रेखा **अज**तुल्या पृथक्कार्या च । **बज**रेखा संयोज्या । पुनर्**ह**चिह्नात् **हद**रेखा **बज**रेखायाः समानान्तरा कार्या । तस्माज्**जद**मिष्टरेखा भविष्यति । कुतः । **अबबहयोर्निष्पत्तिः अजजदनिष्पत्तितुल्यास्ति** । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



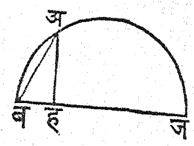
प्रकारान्तरम् ।

इष्टरेखाभ्यां समकोणः कार्यः । असौ **अ**संज्ञः । **बज**कर्णः कार्यः । एतत्कर्णोपरि **बअजं** वृत्तार्द्धं कार्यम् । **ज**चिह्नात् **बज**रेखोपरि **जद**-



लम्बोऽपि कार्यः । पुनर्बअरेखा वर्द्धनीया यथा जदरेखायां दचिह्नलग्ना स्यात् । तस्मात् अदरेखा इष्टरेखा स्यात् । कुतः । जअलम्बो जसमकोणात्कर्णोपर्यागतः । तस्मात् बअअजयोर्निष्पत्तिः अजअदनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ॥

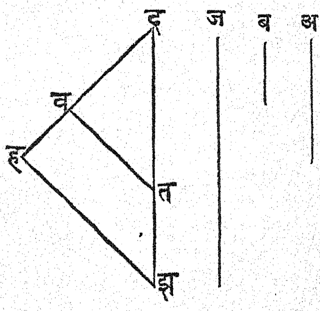


बृहद्रेखायां बअजं वृत्तार्द्धं कार्यम् । बअपूर्णज्या लघुरेखातुल्या कार्या । पुनः अचिह्नात् अहलम्बो बजरेखोपरि कार्यः । तस्मात् बहं इष्टरेखा भविष्यति । इदं पूर्वोक्तप्रकारेण स्पष्टमेव ॥

अथैकादशं क्षेत्रम् ।

यत्र रेखात्रयं वर्त्तते तत्र यदि चतुर्थी रेखोत्पाद्या भवति सा कीदृशी यथा प्रथमद्वितीयरेखयोर्निष्पत्तिरस्ति तादृशी तृतीयचतुर्थरेखयोरपि निष्पत्तिः स्यात् ।

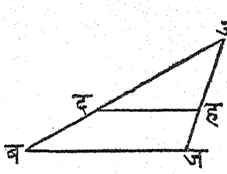
यथा अबजं रेखात्रयं कल्पितम् । अन्यत्र दहरेखा दझरेखा च



कार्या । दचिह्ने तयोर्योगे यथा हदझकोणो भविष्यति तथा योगः कार्यः । पुनर्दहरेखाया अतुल्या दवरेखा भिन्ना कार्या । वहं बतुल्यं भिन्नं कार्यम् । पुनर्दझरेखाया जतुल्या दतरेखा पृथक्कार्या । वतरेखा संयोज्या । हचिह्नात् हझरेखा वतरेखायाः समानान्तरा कार्या । तस्मात् तझरेखा चतुर्थीष्टा रेखा जाता । कुतः । अतुल्यदवरेखाबतुल्यवहरेखयोर्निष्पत्तिर्जतुल्यदतरेखातझरेखयोर्निष्पत्तितुल्या जाता । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

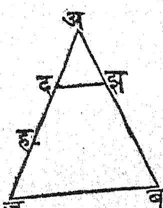
प्रथमरेखा द्वितीयरेखा अबअजसंज्ञा कल्पनीया । अचिह्ने उभयोर्योगः कार्यो यथा बअजकोणो निष्पन्नो भवेत् । पुनर्बजरेखा संयोज्या । पुनस्तृतीया रेखा अदसंज्ञा कल्पनीया । इयं अबरेखायां स्थापनीया । दचिह्नात् दहरेखा बजरेखायाः समानान्तरा कार्या । तदा अहरेखास्माकमिष्टा भविष्यति ॥



अथ द्वादशं क्षेत्रम् ।

एकस्या रेखायाः कश्चन विभागः पृथक्कर्त्तव्योऽस्ति ।

तत्र अबरेखा कल्पिता । अस्यास्तृतीयांशो भिन्नः कर्त्तव्योऽस्ति । अजरेखा अबरेखालग्ना निष्कासनीया अचिह्नात् यथा बअजकोण उत्पन्नो भविष्यति । पुनः अजरेखाया अददहहजसंज्ञा रेखाः समाना विभागा भिन्नाः कार्याः । पुनर्बजरेखा योज्या । पुनर्दचिह्नात् दझरेखा जबरेखायाः समानान्तरा कार्या । इयं अबरेखायास्तृतीयां भिन्नां करिष्यति । कुतः । अझअबनिष्पत्तिः अदअजनिष्पत्तितुल्यास्ति । अदं अजस्य तृतीयांशोऽस्ति । तस्मात् अझं अबस्य तृतीयांशो भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



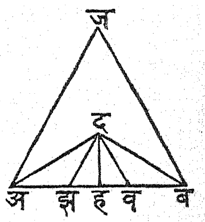
प्रकारान्तरं तृतीयांशकरणार्थम् ।

अबरेखा कल्पनीया । अजबत्रिभुजं समानभुजं कल्पनीयम् । अकोणं बकोणं च रेखाभ्यामर्द्धितं कृत्वा दचिह्ने द्वयो रेखयोर्योगः कार्यः । पुनः अदबकोणो दहरेखयाऽर्द्धितः कार्यः । अदहकोणो झदरेखयार्धितः कार्यः । बदहकोणो दवरेखयार्धितः कार्यः । तस्मात् अबरेखाया झचिह्ने वचिह्ने च त्रयो विभागाः समाना जाताः ।

अत्रोपपत्तिः ।

यत्त्रिभुजं समानभुजं भवति तस्य यः कश्चित्कोणः समकोणस्य त्रिभागद्वये समानो भवति । पुनर्दअबकोणो दबअकोणः प्रत्येकं समकोणस्य तृतीयांशो भवति । तदा अदबकोण एकसमकोणेन स्वतृतीयांशयुक्तेन समानो जातः । पुनः अदझकोणो बदवकोणः प्रत्येकं समकोणस्य तृतीयांशो जातः । झअदकोणो झदअकोण एतौ समानौ जातौ । तस्मात् झअरेखाझदरेखे समाने जाते । अनेन प्रकारेण बवरेखावदरेखे समाने जाते ।

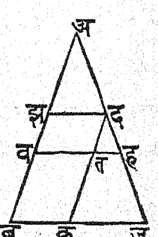
पुनः अकोणदकोणयोगो बदकोणयोगश्च प्रत्येकः समकोणस्य तृतीयांशद्वयेन समो भवति । झदवकोणः समकोणस्य तृतीयांशद्वयेन तुल्यो जातः । तदा दकोणो झकोणो वकोणः प्रत्येकः समकोणस्य त्रिभागद्वयं जातः । तस्माद् दझरेखा झवरेखा वदरेखा समाना जाता । अझं दझतुल्यमस्ति । बवं दवतुल्यमस्ति । तस्माद् अझं झवं वबं एतानि खण्डानि समानि जातानि । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ त्रयोदशं क्षेत्रम् ।

तत्रैकरेखाविभागनिष्पत्तितुल्या अन्यरेखाविभागाश्चिकीर्षिताः सन्ति ।

तत्र अबरेखा कल्पिता । अजरेखाया दचिह्नहचिह्नयोरुपरि विभागाः कल्पिताः । पुनरेतयो रेखयोः अकोणोपरि योगः कल्पितः । पुनर्बजरेखा संयोज्या । दचिह्नात् हचिह्नात् दझरेखा हवरेखा च जबरेखायाः समानान्तरा कार्या । पुनर्दतकरेखा अबरेखायाः समानान्तरा कार्या । तस्मात् अबरेखाया झचिह्नवचिह्नयोरुपरीष्टविभागा जाताः ।



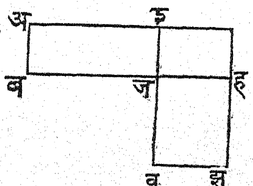
अस्योपपत्तिः ।

तत्र अझझवयोर्निष्पत्तिः अदद्हनिष्पत्तेस्तुल्यास्ति । झववबयोरपि निष्पत्तिः तदतकनिष्पत्तितुल्यास्ति । पुनर्दहहजयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ चतुर्दशं क्षेत्रम् ।

उभे क्षेत्रे समानान्तरभुजे भवतः । एनयोरेककोणः समानो भवति । प्रथमक्षेत्रस्यैकभुजस्य द्वितीयक्षेत्रस्यैकभुजेन सा निष्पत्तिरस्ति या द्वितीयक्षेत्रे द्वितीयभुजस्य प्रथमक्षेत्रे द्वितीयभुजेन निष्पत्तिरस्ति । एतादृशं क्षेत्रद्वयं समानं भवति । पुनर्यदि क्षेत्रद्वयं समानमस्ति तदा भुजयोर्निष्पत्तिः पूर्वोक्तवत् स्यात् ।

यथा अजक्षेत्रजझक्षेत्रयोः समानान्तरभुजयोः समानत्वेन कल्पितयोर्जकोणस्तुल्योऽस्ति । तत्र बजभुजजहभुजयोर्निष्पत्तिर्वजभुजजदभुजनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।



अत्रोपपत्तिः ।

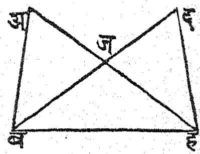
अनयोः क्षेत्रयोर्बजभुजजहभुजावेकस्यां सरलरेखायां कल्पयेत् । अनेन प्रकारेण वजभुजजदभुजावेकस्यां रेखायां कल्पयेत् । पुनर्दहक्षेत्रं पूर्णं कार्यम् । अजक्षेत्रजझक्षेत्रयोर्दहक्षेत्रेण निष्पत्तिः समास्ति। अजक्षेत्रदहक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्बजभुजजहभुजयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । पुनर्जझदहक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्वजभुजजदभुजयोर्निष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् बजभुजजहभुजयोर्निष्पत्तिर्वजभुजजदभुजयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति।

पुनरप्युक्तक्षेत्रभुजयोर्निष्पत्तिरुक्तप्रकारेण कल्पनीया । तदा क्षेत्रद्वयं समानं भविष्यति । कुतः । अनयोः क्षेत्रयोर्दहक्षेत्रेण निष्पत्तिर्यास्ति सैव तद्भुजयोरस्ति । उभयोः क्षेत्रयोरेकक्षेत्रेण निष्पत्तिः स्यात् । क्षेत्रद्वयं समानं जातम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथ पञ्चदशं क्षेत्रम् ।

समानयोर्द्वयोस्त्रिभुजयोरेकः कोणो यदि समानो भवति तदा प्रथमक्षेत्रे तत्कोणसक्तभुजस्य द्वितीयक्षेत्रे तत्कोणसक्तभुजेन या निष्पत्तिरस्ति द्वितीयक्षेत्रे द्वितीयभुजस्य प्रथमक्षेत्रे द्वितीयभुजेन सैव निष्पत्तिर्भविष्यति । यदि भुजावस्यां निष्पत्तौ स्यातां तदा त्रिभुजद्वयं समानं भविष्यति ।

यथा समानयोः **अबज**त्रिभुज**जहद**त्रिभुजयो**र्ज**कोणौ समानौ कल्पितौ । तत्र **अज**भुज**जह**भुजयोर्निष्पत्ति**र्दज**भुज**जब**भुजनिष्पत्तितुल्यास्ति ॥



अत्रोपपत्तिः ।

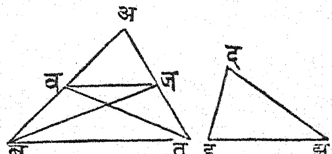
अजभुज**जह**भुजावेकस्यां सरलरेखायां मिलितौ कल्पनीयौ । तथा **बज**भुज**जद**भुजावन्यस्यां सरलरेखायां मिलितौ कल्पनीयौ । **बह**रेखा योज्या । **अबज**त्रिभुज**दहज**त्रिभुजयो**र्बजह**त्रिभुजेन निष्पत्तिस्तुल्या स्यात् । **अबज**त्रिभुज**जबह**त्रिभुजयोर्निष्पत्तिः **अज**भुज**जह**भुजनिष्पत्तितुल्यास्ति । **दहज**त्रिभुज**बहज**त्रिभुजयोर्निष्पत्ति**र्दज**भुज**जब**भुजनिष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् **अज**भुज**जह**भुजयोर्निष्पत्ति**र्दज**भुज**जब**भुजनिष्पत्तितुल्या जाता । पुनरपि अनयोर्भुजयोर्निष्पत्तिरीदृशी कल्प्यते तदेतत्त्रिभुजद्वयं समानं भविष्यति । कुतः । एतत्त्रिभुजद्वयं **बजह**त्रिभुजेन सार्द्धमनन्तरोक्तैकनिष्पत्तावस्ति । तस्मादिदमसन्दिष्टं सिद्धम् ॥

प्रकारान्तरम् ।

अबजत्रिभुज**दहझ**त्रिभुजयोः **अ**कोण**द**कोणौ समानौ कल्पनीयौ । तत्र यदि **अब**भुज**दह**भुजौ समानौ भवतस्तदासन्दिष्टं स्फुटमेव । यस्मात् त्रिभुजद्वयसाम्यात् **अज**भुज**दझ**भुजयोः साम्यं भविष्यति । कुतः । यदि **अब**भुजो **दह**भुजे स्थाप्यते कोणश्च कोणे स्थाप्यते ।

अजभुजो दझभुजे चेन्न पतति तदा न्यूनाधिको[1] भविष्यति। पुनः अज-भुजदझभुजौ यदि समानौ स्यातां तदा सैव निष्पत्तिरुपपन्ना भविष्यति।

पुनरपि ते भुजा अस्यां निष्पत्तौ स्युस्तदा अजभुजदझभुजौ समानौ भविष्यतः। त्रिभुजद्वयमपि समानं भविष्यति।



यदि च अबभुजदहभुजौ न्यूनाधिकौ स्यातां तदा अबभुजोऽधिकः कल्पनीयः। अबात् दहतुल्यं अवं पृथक्कार्यम्। पुनर्वजरेखा संयोज्या। तत्र यदि त्रिभुजद्वयं समानं भवति तदा दझभुजो अजभुजादधिको भविष्यति। कुतः। यदि समानो वा न्यूनस्तदा दहझत्रिभुजं अबजत्रिभुजान्न्यूनं भविष्यति। पुनर्दझतुल्यं अतं कल्पनीयम्। पुनः तवरेखा जबरेखा च संयोज्या। तस्मात् अवतत्रिभुजं दहझत्रिभुजेन समानं भविष्यति। अबजत्रिभुजेनापि समानं भविष्यति। अस्मात् अवजत्रिभुजं शोध्यते तदा वबजत्रिभुजवतजत्रिभुजे समाने अवशिष्यतः। तस्मात् वजरेखा बतरेखायाः समानान्तरा भविष्यति।

यदि निष्पत्तिद्वयं समानं भवति तदा दहतुल्या अवरेखा अबरेखातो न्यूना भवति तदा दझरेखातो अजरेखा न्यूना भविष्यति। पुनः क्षेत्रं संपूर्णं कार्यं। तत्र निष्पत्तिद्वयसाम्येन वबजत्रिभुजवतजत्रिभुजे समाने जाते इति निश्चितम्। पुनः अवजत्रिभुजं योज्यम्। तदा त्रिभुजद्वयस्य साम्यं प्रकटं भविष्यति॥

अथ षोडशं क्षेत्रम्।

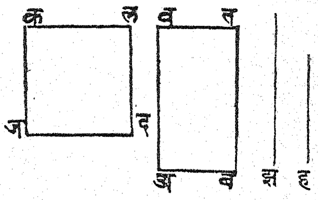
तत्र तादृशरेखाचतुष्टयं चेद्भवति तत्र यदि प्रथमरेखा-द्वितीयरेखानिष्पत्तिस्तृतीयचतुर्थरेखानिष्पत्तितुल्या भवेत्। तदा प्रथमचतुर्थरेखाघातः द्वितीयतृतीयरेखाघाततुल्यो भ-

---

१. त्रिभुजद्वयं समानं न भविष्यति K.

वति । यदि प्रथमचतुर्थरेखाघातो द्वितीयतृतीयरेखाघाततुल्यो भवति तदा प्रथमरेखाद्वितीयरेखानिष्पत्तिस्तृतीयचतुर्थरेखानिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

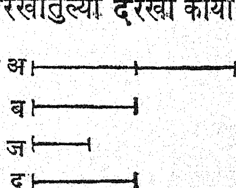
यथा अबरेखाजदरेखाहरेखाझरेखाः कल्पिताः । पुनः अचिह्नात् जचिह्नात् अवलम्बजकलम्बौ झतुल्यहतुल्यौ निष्कास्यौ । पुनः अतक्षेत्रं जलक्षेत्रं च संपूर्णं कार्यम्। यदि अबरेखाजदरेखयोर्निष्पत्तिर्हतुल्यजकरेखाझतुल्यअबरेखयोर्निष्पत्तितुल्या चेत्तदा क्षेत्रद्वयं समानं भविष्यति । यदि क्षेत्रद्वयं समानं भवेत्तदैतेषां भुजाः पूर्वोक्तनिष्पत्तितुल्या भविष्यन्ति । तस्मात् कल्पितरेखा एकनिष्पत्तौ भविष्यन्ति । इदमेवाऽस्माकमिष्टम् ॥



अथ सप्तदशं क्षेत्रम् ।

तादृशास्तिस्रो रेखाश्चेद्भवन्ति यासु प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिर्द्वितीयतृतीयनिष्पत्तितुल्या चेद्भवति तदा प्रथमतृतीययोर्घातो द्वितीयरेखावर्गसमो भवति। यदि प्रथमतृतीयघातो द्वितीयवर्गतुल्यश्चेत् तदा प्रथमद्वितीययोर्निष्पत्तिर्द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

यथा अबजास्तिस्रो रेखाः कल्पिताः । पुनर्बरेखातुल्या दरेखा कार्या। एवं तत्र चतस्रो रेखा भविष्यन्ति । यदि अरेखाबरेखयोर्निष्पत्तिर्दरेखाजरेखानिष्पत्तितुल्या भवति तदा अरेखाजरेखाघातो बरेखादरेखाघाततुल्यो भविष्यति । बरेखावर्गतुल्यो भविष्यति । यदि अरेखाजरेखाघातो बरेखावर्गतुल्यबरेखादरेखाघातसमानो भवेत् तदा अरेखाबरेखयोर्निष्पत्तिर्दरेखातुल्यबरेखाजरेखयोर्निष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



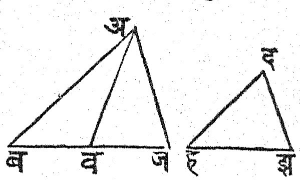
अथाष्टादशं क्षेत्रम् ।

ये द्वे त्रिभुजे सजातीये भवतस्तदा तयोर्निष्पत्तिरेकत्रिभुजस्य भुजस्य तादृशद्वितीयक्षेत्रभुजेन या निष्पत्तिस्तद्वर्गेण तुल्या भवति ।

यथा **अबज**त्रिभुज**दहझ**त्रिभुजे सजातीये कल्पिते । तदाऽनयोर्निष्पत्ति**र्बज**भुज**हझ**भुजयोर्निष्पत्तिवर्गतुल्या भवति ॥

अस्योपपत्तिः ।

बजभुज**हझ**भुजयोर्निष्पत्तौ **बवं** तृतीयं पृथक्कार्यम् । पुनः **अव**-रेखा संयोज्या । **अबव**त्रिभुजे **दह**-**झ**त्रिभुजे **ब**कोण**ह**कोणौ समानौ भविष्यतः । **अब**भुज**दह**भुजयोर्निष्पत्ति-**र्बज**भुज**हझ**भुजनिष्पत्तितुल्यास्ति ।

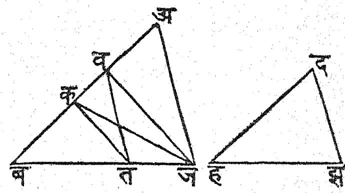


इयं **हझ**भुज**बव**भुजनिष्पत्त्या तुल्या भविष्यति । **अबव**त्रिभुज**दहझ**-त्रिभुजे समाने भविष्यतः । पुनः **अबज**त्रिभुजस्य निष्पत्ति**र्दहझ**त्रिभुज-तुल्य**अबव**त्रिभुजेन तथास्ति यथा **बज**स्य निष्पत्ति**र्बवे**नास्ति । इयं निष्पत्ति**र्बजहझ**निष्पत्तिवर्गतुल्यास्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।

यदि **दहं अब**समानं भवति तदा त्रिभुजद्वयं समानं भवति । इदं सिध्यति । यदि समानं न भवति तदा न्यूनं भविष्यतीति कल्पितम् । तदा **बअ**भुजात् **दह**तुल्यं **बवं** पृथक्कार्यम् । पुन**र्बतं हझ**-तुल्यं पृथक् कार्यम् । पुन**र्बक**रेखैतद्रेखाद्वयनिष्पत्तौ पृथक्कार्या । पुन**र्वजवतकजकत**रेखाः संयोज्याः । **बजबत**निष्पत्ते**र्बवबक**रेखानिष्पत्तिसाम्येन **कत**रेखा**वज**रेखयोः समानान्तरभावित्वं निश्चितम् । पुन**र्बवत**त्रिभुज**बकज**त्रिभुजयोः समानत्वमपि निश्चितम् । पुन**र्बवत**त्रिभुजं **दहझ**त्रिभुजस्य समानमस्ति । **अबज**त्रिभुज**कबज़**त्रिभुजयोर्निष्पत्तिः

अबकबभुजनिष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् अबजत्रिभुजदहझत्रिभुजयोर्निष्पत्तिर्बअभुजबकभुजयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । इयं निष्पत्तिर्बअभुजबवभुजयोर्निष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति । बअभुजदहभुजयोरपि निष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



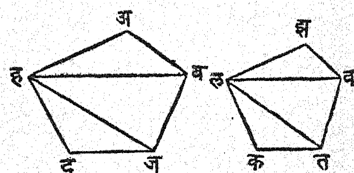
अथैकोनविंशतितमं क्षेत्रम् ।

सजातीयपञ्चभुजेषु क्षेत्रेषु तदधिकभुजक्षेत्रेषु वा त्रिभुजानि भवन्ति सजातीयानि च भवन्ति । तत्क्षेत्रयोर्निष्पत्तिस्तत्रत्यसजातीयभुजनिष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति ।

यथा **अबजदहक्षेत्रझवतकलक्षेत्रे** सजातीये कल्पिते । तत्र **बहहजवललत**रेखाः संयोज्याः । आभिर्द्वयोः क्षेत्रयोस्त्रिभुजानि सजातीयानि समानानि च जातानि ।

अस्योपपत्तिः ।

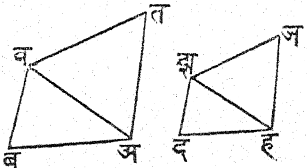
अकोणझकोणौ तुल्यौ स्तः । **अबझव**निष्पत्तिः **अहभुजझलभुज**निष्पत्तितुल्यास्ति । तस्मात् **अबह**त्रिभुजं **झवल**त्रिभुजं सजातीयं भवेत् । पुनर्**हबज**कोणः **लवत**कोणतुल्यः स्थास्यति । **बहभुजवल**भुजयोर्निष्पत्तिर्बअभुजवझभुजनिष्पत्तितुल्यास्ति । **बजभुजवत**भुजनिष्पत्तितुल्याप्यस्ति । तस्मात् **हबज**त्रिभुज**लवत**त्रिभुजे एते द्वे सजातीये भविष्यतः । एवं **हजद**त्रिभुज**लतक**त्रिभुजे सजातीये भविष्यतः । सर्वसजातीयभुजानां च निष्पत्तिः समानास्ति । सर्वत्रिभुजानां च निष्पत्तिरेकैवास्ति । तस्मात् क्षेत्रयोर्निष्पत्तिः सजातीयभुजनिष्पत्तिवर्गो भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥



अथ विंशतितमं क्षेत्रम् ।

अभीष्टरेखायां तादृशं क्षेत्रं कर्त्तव्यमस्ति यथान्यस्याभीष्टक्षेत्रस्य सजातीयं स्यात् ।

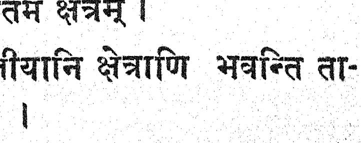
यथा **अब**रेखा **जद**क्षेत्रं कल्पितम् । अस्य क्षेत्रस्य **हझ**रेखया त्रिभुजद्वयं कार्यम् । पुनः **अब**रेखायां अचिह्नोपरि **दहझ**कोणतुल्यो **बअव**कोणः कार्यः । बचिह्नोपरि **द**कोणतुल्यो **अबव**कोणः कार्यः । द्वौ भुजौ तथा वर्द्धनीयौ यथा वचिह्ने मिलतः । तस्मात् **अबव**त्रिभुज**दहझ**त्रिभुजे सजातीये भवतः । पुनः अचिह्न**व**चिह्नोपरि **जहझ**कोण**जझह**कोणतुल्यौ द्वौ कोणौ कार्यौ । भुजद्वयं तथा वर्द्धनीयं यथा **त**चिह्ने मिलति । तस्मात् **तब**क्षेत्र**जद**क्षेत्रे सजातीये भविष्यति । इत्येवेष्टम् ।



अथैकविंशतितमं क्षेत्रम् ।

एकक्षेत्रस्य यावन्ति सजातीयानि क्षेत्राणि भवन्ति तान्यपि मिथः सजातीयानि स्युः ।

यथा **अ**क्षेत्र**ज**क्षेत्रे **ब**क्षेत्रसजातीये कल्पिते । तदा **अ**क्षेत्र**ज**क्षेत्रे अपि सजातीये भविष्यतः । कुतः । **अ**क्षेत्र**ज**क्षेत्रयोः कोणा **ब**क्षेत्रस्य कोणसमाः सन्ति । तस्मान्मिथः समाना भविष्यन्ति । पुनः **अ**क्षेत्र**ज**क्षेत्रभुजा **ब**क्षेत्रभुजैः सहैकनिष्पत्तिरूपाः सन्ति । तस्माद्भुजानां निष्पत्तिरेकरूपा मिथो भविष्यति । तस्माद् **अ**क्षेत्र**ज**क्षेत्रे सजातीये भविष्यतः । इत्येवेष्टम् ॥

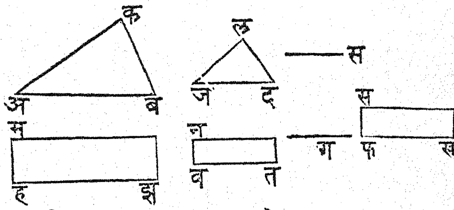


अथ द्वाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

अभीष्टा रेखाः कल्पनीयाः । तासु रेखासु सजातीयानि क्षेत्राणि कार्याणि । येषु क्षेत्रेषु क्षेत्रद्वयमेकरूपं भवति तथा का-

र्याणि। यदि ता रेखा एकनिष्पत्तिरूपाः स्युस्तदैतानि क्षेत्राण्ये-कनिष्पत्तिरूपाणि स्युः। यदि च क्षेत्राण्येकनिष्पत्तिरूपाणि भवन्ति तदा ता रेखा अप्येकनिष्पत्तिरूपा भविष्यन्ति।

यथा अबजदहझवतरेखाः कल्पिताः। कअबक्षेत्रलजदक्षेत्रे एकरूपे कल्पिते। पुनर्महझक्षेत्र-नवतक्षेत्रे अन्यप्रकारके एकरूपे कल्पिते। अब-रेखाजदरेखानिष्पत्तौ तृ-



तीया सरेखा कल्पिता। हझरेखावतरेखयोर्निष्पत्तौ तृतीया गरेखा कल्पिता। यदि अबरेखाजदरेखानिष्पत्तिर्हझवतयोर्निष्पत्तितुल्या चेत् तदा सजातीयबअकक्षेत्रलजदक्षेत्रनिष्पत्तिः अबरेखासरेखानिष्पत्ति-तुल्या भविष्यति। तदा अबरेखाजदरेखानिष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति। पुनर्महझनवतक्षेत्रनिष्पत्तिर्हझरेखागरेखानिष्पत्तितुल्यास्ति। तस्माद् अबरेखासरेखयोर्निष्पत्तिर्हझरेखागरेखयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति। तस्मात् कअबक्षेत्रलजदक्षेत्रनिष्पत्तिर्महझक्षेत्रनवतक्षेत्रनिष्पत्तितुल्या भविष्यति।

पुनरपि यदि क्षेत्राण्येकरूपनिष्पत्तौ भवन्ति अबरेखाजदरेखानि-ष्पत्तिर्हझरेखावतरेखानिष्पत्तितुल्या न भवति तदा अबरेखाजदरेखा-निष्पत्तिर्हझरेखाफखरेखानिष्पत्तितुल्या कल्पिता। पुनः फखरेखायां सफखक्षेत्रं महझक्षेत्रस्य सजातीयं कार्यम्। तस्मात् कअबक्षेत्रलजदक्षे-त्रयोर्निष्पत्तिर्महझसफखक्षेत्रनिष्पत्तितुल्या भविष्यति। कअबक्षेत्रल-जदक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्महझनवतक्षेत्रनिष्पत्तितुल्या पूर्वं कल्पितास्ति। तस्मात् सफखक्षेत्रनवतक्षेत्रे समाने सजातीये च भविष्यतः। तस्मा-देतत्क्षेत्रद्वयं समानभुजं भविष्यति। ततः फखरेखा वतरेखासमाना भविष्यति। तस्माद् अबरेखाजदरेखानिष्पत्तिर्हझरेखावतरेखानिष्पत्ति-तुल्या भविष्यति। इदमेवेष्टमासीत्॥

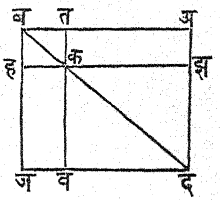
अथ त्रयोविंशतितमं क्षेत्रम् ।

एकस्मिन् समानान्तरभुजक्षेत्रे उदरगतकर्णोपरि यावन्ति समानान्तरभुजानि क्षेत्राणि पतन्ति तानि सर्वाण्यपि मिथः सजातीयानि भवन्ति ।

यथा **तह**क्षेत्रझवक्षेत्रे **अज**क्षेत्रमध्ये **बद**कर्णोपरि कल्पिते । तदेतत्क्षेत्रत्रयं सजातीयं जातम् ।

अस्योपपत्तिः ।

बजदत्रिभुजे **बजहज**योर्निष्पत्तिर्**बजकव**स्यापि निष्पत्तिर्**बदकद**योर्निष्पत्तेस्तुल्यास्ति । **बअद**त्रिभुजे **बदकद**योर्निष्पत्तिर्**बअतअ**निष्पत्तितुल्यास्ति । **बअकझ**योरपि निष्पत्तेस्तुल्यास्ति । ततः **अज**क्षेत्रझवक्षेत्रभुजयोर्निष्पत्तिरेकरूपा जाता । अनयोः कोणा मिथः समानाः स्युः । तस्मादेतत् क्षेत्रद्वयं सजातीयं जातम् । अनेनैव प्रकारेण **अज**क्षेत्र**हत**क्षेत्रे सजातीये भविष्यतः । इदमेवेष्टम् ॥

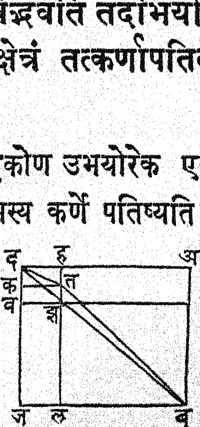


अथ चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

एकस्मिन्समानान्तरभुजे क्षेत्रे एकं समानान्तरभुजं क्षेत्रं मध्ये पतितं चेद्भवति तदेतद्द्वयं सजातीयं चेद्भवति तदोभयोः कोण एक एव भवति । तदा द्वितीयं क्षेत्रं तत्कर्णपतितं भविष्यति ।

यथा **हव**क्षेत्रं **अज**क्षेत्रमध्ये पतितमस्ति । **द**कोण उभयोरेक एव कल्पितः । **दझब**ं कर्णो भविष्यति । तदा **हव**क्षेत्रमस्य कर्णे पतिष्यति ।

यदि कर्णे न पतति तदा **दतब**ं कर्णः कल्पितः । पुनः **तक**रेखा **अद**रेखायाः समानान्तरा कार्या । **हझ**रेखा **ल**चिह्नपर्यन्तं वर्द्धनीया । तस्माद् **हक**क्षेत्रं **अज**क्षेत्रकर्णे पतितम् । तस्माद् **अद**भु-

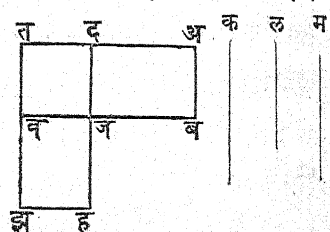


जदहभुजयोर्निष्पत्तिर्जदभुजदकभुजयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । अद-भुजदहभुजयोर्निष्पत्तिर्जदभुजदवभुजनिष्पत्तितुल्या कल्पिताऽऽसीत् । तस्माद् दवदकभुजौ समानौ भविष्यतः । इदमसंगतम् । तस्माद् दझबं कर्णो भविष्यति । इदमेवेष्टमस्माकम् ॥

अथ पञ्चविंशतितमं क्षेत्रम् ।

यदि समानान्तरभुजक्षेत्रद्वयस्यैककोणश्चेत्समानो भवति तदा क्षेत्रद्वयनिष्पत्तिः क्षेत्रद्वयभुजानिष्पत्तिघाततुल्या भविष्यति ।

यथा अजक्षेत्रजझक्षेत्रे जकोणः समानः कल्पितः । पुनर्बजभुज-जवभुजौ सरलैकरेखायां कल्पितौ । हजभुजजदभुजौ सरलैकरेखोपरि कल्पितौ । पुनर्दवक्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । तत्र बजजवयोर्निष्पत्तिः कल-योस्तुल्या कल्पिता । दजजहयोर्नि-ष्पत्तिर्लमयोर्निष्पत्तितुल्या कल्पिता । तस्मात् कमयोर्निष्पत्तिः कलनिष्प-त्तिलमनिष्पत्त्योर्घाततुल्यास्ति । अज-क्षेत्रजतक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्बजजवयोर्नि-



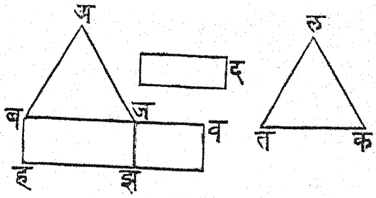
ष्पत्तितुल्यास्ति । कलरेखयोर्निष्पत्तेरपि तुल्यास्ति । तदा जतजझक्षे-त्रयोर्निष्पत्तिर्दजजहयोर्निष्पत्तितुल्यलमयोर्निष्पत्त्या तुल्याऽस्ति । तदा अजक्षेत्रजझक्षेत्रयोर्निष्पत्तिः कमयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । कमयो-र्निष्पत्तिर्बजभुजजवनिष्पत्तितुल्यकलनिष्पत्तिदजजहनिष्पत्तितुल्यलम-निष्पत्त्योर्घातरूपास्ति । तस्मात् क्षेत्रद्वयनिष्पत्तिर्भुजनिष्पत्तिघाततुल्यास्ति । इदमेवेष्टम् ॥

अथ षड्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

तादृशैकक्षेत्रस्य चिकीर्षास्ति यत्क्षेत्रमन्यक्षेत्रेण समानं भवति तदन्यक्षेत्रस्य सजातीयं च भवति ।

यथा अबजक्षेत्रस्य सजातीयं दक्षेत्रेण तुल्यं क्षेत्रं कर्तुमिच्छास्ति ।

अथ **बज**भुजोपरि **अबज**क्षेत्रतुल्यं **बझ**क्षेत्रं समकोणसमानान्तरभुजं कार्यम् । **हझ**रेखा वर्द्धनीया । पुनर्झझरेखोपरि **झव**क्षेत्रं **द**क्षेत्रतुल्यं कार्यम् । **बझ**क्षेत्रझवक्षेत्रे **बव**रेखाहझरेखान्तः पतिते स्तः । तस्मात् **जव**रेखा **झव**क्षेत्रस्य भुजो भवति ।



पुनर्बजजवरेखयोर्निष्पत्तिमध्ये **तक**रेखैकरूपनिष्पत्तौ कल्पिता । **तक**रेखोपरि **तलक**क्षेत्रं **अबज**क्षेत्रस्य सजातीयं कार्यम् । इदमेवेष्टम् ।

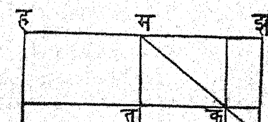
अत्रोपपत्तिः ।

बजजवभुजयोर्निष्पत्तिमध्ये **बझ**क्षेत्रझवक्षेत्रयोर्निष्पत्तिरस्ति । इयमेव निष्पत्तिर्बजतकयोर्निष्पत्तेर्वर्गतुल्यास्ति । इयं निष्पत्तिः **अबज**क्षेत्रलतकक्षेत्रनिष्पत्तितुल्यास्ति । **अबज**क्षेत्रं **बझ**क्षेत्रेण समानमस्ति । तस्मात् **तलक**क्षेत्रं **अबज**क्षेत्रसजातीयं **झव**क्षेत्रेण तुल्यमस्ति । **द**क्षेत्रेणापि तुल्यमस्ति । इदमेवेष्टम् ॥

अथ सप्तविंशतितमं क्षेत्रम् ।

अर्द्धरेखोपर्य्येकं क्षेत्रं समानान्तरभुजं कार्यं तद्रेखाबृहत्खण्डोपरि च समानान्तरभुजं क्षेत्रं तथा कार्यं यथा द्वितीयक्षेत्रस्य शेषभूतं क्षेत्रं प्रथमक्षेत्रस्य सजातीयं स्यात् । तदार्द्धरेखाजनितं क्षेत्रं महत्खण्डजनितक्षेत्रादधिकं भविष्यति ।

यथा **अब**रेखा कल्पिता । **ज**चिह्नेऽर्द्धिता कृता । पुनर्जझक्षेत्रं **जब**रेखायां कल्पितम् । ततो **जह**क्षेत्रं संपूर्णं कृतम् । **अब**रेखायां महत्खण्डं **अदं** कल्पितम् । अस्योपरि **अकं** क्षेत्रं तथा कृतं यथा तच्छेषं **बक**क्षेत्रं **जझ**क्षेत्रस्य सजातीयं स्यात् । तदा **अम**क्षेत्रं **अक**क्षेत्रादधिकं भविष्यति ।



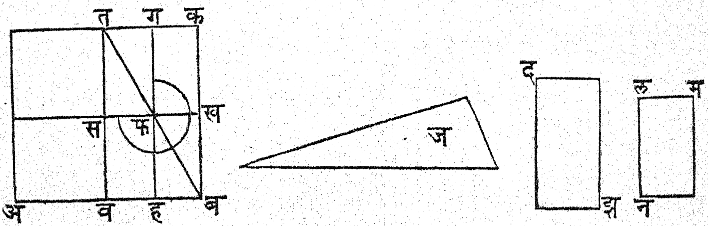
अस्योपपत्तिः ।

बमकर्णः संयोज्यः । तत्र हतक्षेत्रं तझक्षेत्रेण तुल्यमस्ति । तझक्षेत्रं झकक्षेत्रादधिकमस्ति । तदा हतक्षेत्रं झकक्षेत्रादधिकं भविष्यति । झकक्षेत्रं जकक्षेत्रेण तुल्यमस्ति । तस्मात् हतक्षेत्रं जकक्षेत्रादधिकं भविष्यति । तदा अतक्षेत्रं जकक्षेत्रे संयोज्यं तदा अकक्षेत्रं भवति । पुनरपि अतक्षेत्रं हतक्षेत्रे योज्यं तदा अमक्षेत्रं भविष्यति । इदमर्द्धरेखाजनितं क्षेत्रमस्ति । इदमेव महत्खण्डजनितक्षेत्रादधिकं भविष्यति । इदमेवेष्टम् ॥

अथाष्टाविंशतितमं क्षेत्रम् ।

अभीष्टरेखाखण्डे तादृशं चतुर्भुजं क्षेत्रं कार्यं यथाऽभीष्टक्षेत्रेण समानं स्यात् । तद्द्वितीयखण्डोत्पन्नक्षेत्रमिष्टान्यक्षेत्रेण सजातीयं स्यात् । यत्तुल्यं क्षेत्रं कृतं तत्क्षेत्रमर्द्धरेखोत्पन्नक्षेत्रादधिकं न स्यात् । अर्द्धरेखोत्पन्नक्षेत्रमपीष्टक्षेत्रस्य सजातीयमपेक्षितम् ।

यथा अबरेखा कल्पिता । येन क्षेत्रेण तुल्यं कर्त्तुमिच्छास्ति तत्क्षेत्रं जक्षेत्रं कल्पितम् । इष्टसमानान्तरभुजं सजातीयं क्षेत्रं दझं कृतम् ।



अत्र अबरेखाखण्डोपर्येकं समानान्तरभुजं जक्षेत्रतुल्यं क्षेत्रं कर्त्तव्यमस्ति । तथा कार्यं यथा द्वितीयखण्डोत्पन्नं क्षेत्रं दझक्षेत्रसजातीयं स्यात् । पुनः अबरेखा वचिह्नेऽर्द्धिता कार्या । बवरेखोपरि दझक्षेत्रसजातीयं वकक्षेत्रं कार्यम् । पुनः अतक्षेत्रं पूर्णं कार्यम् । यदि अतक्षेत्रं जक्षेत्रतुल्यं भवति तदाऽस्मदिष्टं सिद्धमेव । यदि अतक्षेत्रं जक्षेत्रादधिकं

स्यात् तदाऽस्यान्तरतुल्यं **दझ**सजातीयं **नम**क्षेत्रं कल्प्यम् । **दझ**क्षेत्रसजातीये **वकनम**क्षेत्रे मिथः सजातीये भविष्यतः । **ल**कोणः **त**कोणतुल्यः कल्पितः । **नल**भुजो **वत**भुजसजातीयः । पुनः **तसं लन**तुल्यं पृथक्कार्यम् । **तगं लम**तुल्यं पृथक्कार्यम् । पुनर्गहरेखा **तव**रेखायाः समानान्तरा कार्या । **सफख**रेखा **अब**रेखायाः समानान्तरा कार्या । पुनर्बतकर्णो योज्यः । तस्माद् **अफ**क्षेत्रमिष्टमस्माकम् ।

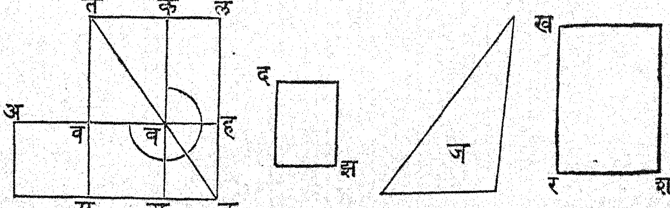
अस्योपपत्तिः ।

नमक्षेत्रतुल्यं **सग**क्षेत्रं **वक**क्षेत्रतुल्य**अत**क्षेत्र**ज**क्षेत्रयोरन्तरसमानमस्ति । तस्माद् **अफ**क्षेत्रतुल्यं **सफख**क्षेत्रं **ज**क्षेत्रस्य समानं भविष्यति । तस्माद् **अब**रेखाया **अह**खण्डोपरि **ज**क्षेत्रतुल्यं **अफ**क्षेत्रं जातम् । **हब**द्वितीयखण्डोप्युत्पन्नं **हख**क्षेत्रं **दझ**क्षेत्रस्य सजातीयं जातम् । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथैकोनत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

भुजरूपकल्पितरेखान्तर्गतेष्टरेखोपरीष्टान्यक्षेत्रतुल्यं समानान्तरभुजं क्षेत्रं कर्त्तुमिच्छास्ति। अस्य क्षेत्रस्यैकभुजखण्डमिष्टरेखा भवति । इष्टरेखातो यावद्भुजोऽधिकस्तदधिकभुजोपरि समुत्पन्नं क्षेत्रमिष्टान्यसमानचतुर्भुजसजातीयं भवति ।

यथा **अब**रेखा कल्पिता । यस्य तुल्यं क्षेत्रं कर्त्तुमिच्छास्ति तत् **जं**



कल्पितम् । समानान्तरभुजसजातीयं क्षेत्रं **दझं** कल्पितम् । तत्र **अब**रेखोपरि समानान्तरभुजं क्षेत्रं **ज**क्षेत्रतुल्यं तथा कार्यं यथा **अब**रेखा-

तद्भुजखण्डं भवति । स भुजो यावान् अबरेखातोऽधिको भवति तदुत्पन्नं क्षेत्रं दझक्षेत्रसजातीयं भवति ।

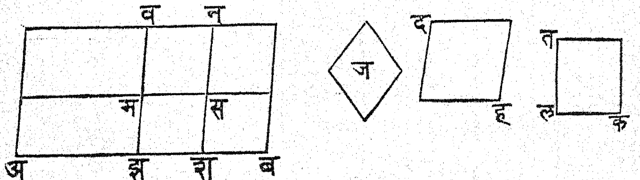
अथ अबरेखा वचिह्नोपर्यङ्किता कार्या । बवरेखोपरि वकक्षेत्रं दझक्षेत्रसजातीयं कार्यम् । पुनः खशक्षेत्रं जक्षेत्रवकक्षेत्रयोर्योगतुल्यं कार्यं दझक्षेत्रस्य सजातीयं च यथा भवति । पुनः खशक्षेत्रवकक्षेत्रे सजातीये भविष्यतः । पुनः तकोणरकोणौ समानौ कल्पितौ । पुनः तवभुजरखभुजौ सजातीयौ कल्पितौ । पुनः तवरेखा तथा वर्द्धनीया यथा तमं रखरेखातुल्यं भवति । तकभुजोऽपि तथा वर्द्धनीयो यथा तलं रशतुल्यं भवति । पुनर्मचिह्नलचिह्नयोर्मनरेखालनरेखाअबरेखाकबरेखयोः समानान्तरा कार्या । पुनः क्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । तस्माद् अनक्षेत्रमिष्टं भविष्यति ।

अस्योपपत्तिः ।

मलक्षेत्रं खशक्षेत्रतुल्यं जक्षेत्रवकक्षेत्रयोगतुल्यमस्ति । तस्माद् अनक्षेत्रतुल्यं वनकक्षेत्रं जक्षेत्रसमानं भविष्यति । हसक्षेत्रं दझक्षेत्रसजातीयमवशिष्टमित्येवेष्टम् ॥

पुनः प्रकारान्तरम् ।

अबरेखोपरि समानान्तरभुजक्षेत्रं जक्षेत्रतुल्यं कर्त्तुमिच्छास्ति यथा अबरेखातद्भुजयोरन्तरे दहक्षेत्रसजातीयमेकं क्षेत्रमुत्पद्येत । ततः अबरेखा झचिह्नोपर्य्यङ्किता कार्या । पुनर्बझरेखोपरि दहक्षेत्रसजातीयं



बवक्षेत्रं कार्यम् । पुनः अवक्षेत्रं संपूर्णं कार्यम् । पुनः कर्त्तव्यक्षेत्रभुजो अबरेखातो न्यूनोऽपेक्षितोऽस्ति वाधिकः । यदि न्यूनोऽपेक्षितोऽस्ति तदा जक्षेत्रं अवक्षेत्रादधिकं न भवतीति निश्चयः । यदि जक्षेत्रं

अवक्षेत्रतुल्यं चेत्तदोत्पन्नमेव । एवं न चेत्तदा अवक्षेत्रजक्षेत्रान्तरं ग्राह्यम् । यदि च भुजो अबरेखातोऽधिकोऽपेक्षितो भवति तदोभयोर्योगो ग्राह्यः । दहक्षेत्रसजातीयं तकक्षेत्रमन्तरतुल्यं योगतुल्यं वा कार्यम् । इदं क्षेत्रं बवक्षेत्रस्य सजातीयं भविष्यति । पुनर्लकोणदकोणौ समानौ कल्पितौ । तलभुजझवभुजौ सजातीयौ कल्पितौ तस्मात् लततुल्यं च वमं ग्राह्यम् । लकतुल्यं च वनं ग्राह्यम् । पुनर्मसरेखा नसरेखा बवक्षेत्रभुजस्य समानान्तरा कार्या । तदा असक्षेत्रमिष्टं जक्षेत्रतुल्यं भविष्यति । असक्षेत्रभुजअबरेखयोरन्तरे यदुत्पन्नं शबसक्षेत्रं तद् दहक्षेत्रस्य सजातीयम् ।

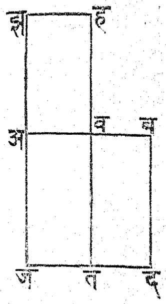
अथ यद्युत्पन्नं क्षेत्रं समकोणं समचतुर्भुजमपेक्षितं तदा अबरेखा दचिह्नेऽर्द्धिता कार्या । यदि जक्षेत्रमर्द्धितरेखावर्गतुल्यं भवति भुजश्च रेखातो न्यूनोऽपेक्षितो भवति तदार्द्धरेखोपरि समकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रमेवेष्टं भविष्यति । यदि तुल्यं न भवति तदा अबरेखार्द्धवर्गजक्षेत्रान्तरतुल्यमेकं समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं कार्यम् । पुनर्यदि भुजो रेखातोऽधिकोऽपेक्षितो भवति तदा द्वयोर्योगतुल्यं समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं कार्यम् । पुनः समकोणसमचतुर्भुजैकतुल्यम् अबरेखार्द्धतः पृथक्कार्यम् । तद् दहसंज्ञम् । यदि रेखार्द्धतः स भुजो न्यूनो भवति तदेवं कार्यम् । यद्यधिकस्तदा अर्द्धरेखायां दहं योज्यम् । तदा अहहबघाततुल्यं क्षेत्रमिष्टक्षेत्रं भविष्यति । कुतः । अहहबघातस्य दबवर्गस्यान्तरं दहवर्गो भवति । अहहबघातस्य दहवर्गेणान्तरं दबवर्गो भविष्यति ॥

अथ त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

इष्टैकरेखायास्तादृशखण्डद्वयं कर्तुमिच्छास्ति यथा महत्खण्डं तद्रेखालघुखण्डयोर्मध्ये एकनिष्पत्तौ भवति ।

यथा अबरेखा कल्पिता । अस्यां समकोणसमचतुर्भुजं अदक्षेत्रं

कार्यम् । पुनः अजरेखोपरि समानान्तरभुजं अद-क्षेत्रतुल्यं झताख्यं तथा कार्यं यथा अजरेखा तद्भुज-खण्डं स्यात् । अधिकरेखोपर्युत्पन्नं झबक्षेत्रं समको-णसमचतुर्भुजं भवति । तस्मात् अबरेखा वचिह्नो-परि इष्टविभागा भविष्यति ।



अस्योपपत्तिः ।

तत्र झतक्षेत्रं अदक्षेत्रतुल्यमस्ति । तस्मात् झबक्षेत्रं दवक्षेत्रतुल्यं भविष्यति । झवक्षेत्रे वदक्षेत्रे वचिह्नस्य कोणद्वयं समानमस्ति । तस्मात् तवभुजतुल्यअबभुजहवभुजतुल्यअवभुजयोर्निष्पत्तिः अववबयोर्निष्प-त्तितुल्या जातास्ति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

अथैकत्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

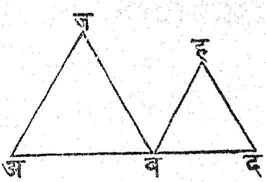
द्वयोस्त्रिभुजयोर्भुजद्वयं मिलितं सत्तथाकोणमुत्पादयति यथा प्रथमत्रिभुजस्य प्रथमभुजो द्वितीयत्रिभुजप्रथमभुजेन समानान्तरो भवति । त्रिभुजस्य द्वितीयभुजः प्रथमत्रिभुजस्य द्वितीयभुजेन समानान्तरितो भवति । समानान्तरभुजयोर्नि-ष्पत्तिरपि समाना चेद्भवति तदा तच्छेषभुजौ सरलैकरेखाप-तितौ भविष्यतः ।

यथा अबजत्रिभुजबदहत्रिभुजयोर्बजभुजबहभुजाभ्यां जबह-कोण उत्पन्नः । अजभुजश्च बहभुजस्य समानान्तरः कल्पितः । जब-भुजश्च दहभुजस्य समानान्तरः कल्पितः । पुनः अजभुजबहभुजयो-र्निष्पत्तिर्जबभुजदहभुजयोर्निष्पत्त्या समाना कल्पिता । तस्मात् अबदं सरला रेखा जाता ।

अस्योपपत्तिः ।

जकोणहकोणौ समानौ स्तः । यतः प्रत्येकं जबहकोणतुल्यौ स्तः ।

कोणद्वयसंबन्धिभुजौ मिथ एकरूपनिष्पत्तौ स्तः। तस्मात् त्रिभुजद्वयं सजातीयं भविष्यति। अकोणजकोणयोगतुल्यो जबद्‌कोणो जबअकोणेन सार्द्धं समकोणद्वयतुल्यो भविष्यति। तस्माद् अबदं सरलैका रेखा भविष्यति।



प्रकारान्तरम् ॥

यदि सजातीयत्रिभुजद्वयमेककोणमुत्पादयति। तस्य कोणस्य भुजद्वयं स्वसजातीयभुजद्वयस्य समानान्तरितं भवति। तत्र त्रिभुजद्वयस्य भूमी मिलित्वा सरलैकरेखा भविष्यति।

अस्योपपत्तिः।

जकोणो जबहकोणेन तुल्योऽस्ति। अकोणश्च हबदकोणेन तुल्योऽस्ति। यदि जबअकोणः अकोणजकोणाभ्यां योज्यते तदा त्रिभुजस्य त्रयः कोणा भविष्यन्ति। अयं जबअकोणो जबहकोणहबद्‌कोणाभ्यां योज्यते। तदा त्रिभुजस्य कोणत्रययोगतुल्यो भवति। त्रिभुजस्य कोणत्रययोगः समकोणद्वयतुल्योऽस्ति। तदैतत्कोणत्रययोगोऽपि समकोणद्वययोगतुल्यो जातः। तस्मात् अबदं सरलैका रेखा भविष्यति। इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

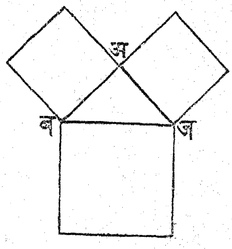
अथ द्वात्रिंशत्तमं क्षेत्रम्।

यत् त्रिभुजं समकोणं भवति तद्भुजत्रयोपरि यत् क्षेत्रत्रयं क्रियते तत्कर्णोपरितनक्षेत्रं समकोणसंबन्धिभुजद्वयक्षेत्रयोगतुल्यं भवति। कदा। यदि कोणसंबन्धिभुजद्वयक्षेत्रे कर्णक्षेत्रानुरूपे तत्सजातीये च भवतः।

यथा अबजत्रिभुजे अकोणः समकोणः कल्पितः। तदा बजकर्णक्षेत्रं बअभुजअजभुजक्षेत्रयोर्योगसमानं भविष्यति यदि एते क्षेत्रे सजातीये भवतः।

अस्योपपत्तिः ।

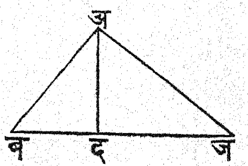
बजकर्णोपरि यत्समकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं भवति बअभुजोपरि समकोणसमचतुर्भुजं च यद् भवत्यनयोर्निष्पत्तिर्बजबअनिष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति ।



अनेनैव प्रकारेण यत्किंचित्त्रिभुजादिक्षेत्रं बजकर्णे भवति बअभुजस्थेन तादृशक्षेत्रेण सजातीयं चेत्तदा तद्वयनिष्पत्तिर्बजबअनिष्पत्तिवर्गतुल्या भविष्यति । तस्माद् बजकर्णस्य समकोणसमचतुर्भुजं बअभुजस्य च समकोणसमचतुर्भुजमनयोर्निष्पत्तिर्बजकर्णस्थत्रिभुजादिक्षेत्रतादृशबअभुजक्षेत्रनिष्पत्तिरिव भविष्यति । अनेनैव प्रकारेण बजकर्णसमकोणसमचतुर्भुजअजभुजसमकोणसमचतुर्भुजयोर्निष्पत्तिर्बजकर्णक्षेत्रअजभुजक्षेत्रनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । तस्माद् बजकर्णस्थसमकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रस्य बअभुजअजभुजस्थसमकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रयोगेन निष्पत्तिर्बजकर्णक्षेत्रबअभुजअजभुजत्रिभुजादिक्षेत्रयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । बजकर्णस्थसमकोणसमचतुर्भुजं क्षेत्रं बअभुजअजभुजसमकोणसमचतुर्भुजयोर्योगेन समानं भवति । तस्माद् बजक्षेत्रं बअक्षेत्रअजक्षेत्रयोगतुल्यं भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

प्रकारान्तरम् ॥

अचिह्नात् अदलम्बो निष्कासनीयः । बजक्षेत्रस्य निष्पत्तिर्बअक्षेत्रेण बजबअनिष्पत्तिवर्गतुल्यास्ति । बजबअनिष्पत्तिवर्गो बजबदनिष्पत्तितुल्यः । तस्माद् बजक्षेत्रस्य बअक्षेत्रेण निष्पत्तिर्बजबदनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।



एवं बजक्षेत्रजअक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्बजजअनिष्पत्तिवर्गतुल्यास्ति । बजजअनिष्पत्तिवर्गो बजजदनिष्पत्तितु-

ल्योऽस्ति । तस्माद् बजक्षेत्रजअक्षेत्रयोर्निष्पत्तिर्बजजदयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति । तस्माद् बजस्य क्षेत्रस्य बअअजक्षेत्रयोगेन निष्पत्तिर्बजस्य निष्पत्तिर्बदजदयोगेन या भवति तत्तुल्या भविष्यति । बजं बदजदयोगतुल्यमस्ति । तस्मात् बजस्य क्षेत्रं बअअजक्षेत्रयोगतुल्यं भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

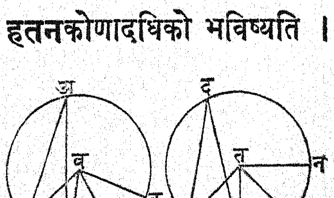
अथ त्रयस्त्रिंशत्तमं क्षेत्रम् ।

द्वयोः समानवृत्तयोः केन्द्रस्थकोणयोः पालिस्थकोणयोर्वा निष्पत्तिस्तच्चापनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

यथा अबजवृत्तदहझवृत्तयोः अकोणदकोणौ पालिगतौ वकोणतकोणौ केन्द्रगतौ कल्पितौ । तस्माद् बजचापहझचापयोर्निष्पत्तिः अकोणदकोणनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । वकोणतकोणनिष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः ।

अबजवृत्ते जकचापं कलचापं बजचापसमानं पृथक्कार्यम् । दहझवृत्ते झमचापं मनचापं हझचापसमानं पृथक्कार्यम् । पुनर्वकरेखा वलरेखा तमरेखा तनरेखा संयोज्या । तस्माद् बजचापं जकचापं कलचापं गुणगुणितबजचापतुल्यमस्ति । बवलकोणो गुणगुणितबवजकोणतुल्योऽस्ति । एवं हझचापं झमचापं मनचापं गुणगुणितहझचापतुल्यमस्ति । हतनकोणो गुणगुणितहतझकोणतुल्योऽस्ति । यदि बलचापं हनचापादधिकं स्यात्तदा बवलकोणो हतनकोणादधिको भविष्यति । यदि बलचापं हनचापं समं वा हनचापान्न्यूनं वा स्यात्तदा बवलकोणो हतनकोणसमानो वा हतनकोणान्न्यूनो वा भविष्यति । तस्माद् बजचापहझचापनिष्पत्तिर्बकोणतको-



णनिष्पत्तितुल्या भविष्यति । अकोणदकोणनिष्पत्तितुल्यापि भविष्यति । इदमेवास्माकमिष्टम् ॥

श्रीमद्राजाधिराजप्रभुवरजयसिंहस्य तुष्ट्यै द्विजेन्द्रः
श्रीमत्सम्राड् जगन्नाथ इति समभिधारूढितेन प्रणीते ।
ग्रन्थेऽस्मिन्नाम्नि रेखागणित इति सुकोणावबोधप्रदात-
र्यध्यायोऽध्येतृमोहापह इह विरतिं षष्ठकः संगतोऽभूत् ॥ ६ ॥

इति श्रीजगन्नाथसम्राड्विरचिते रेखागणिते

षष्ठोऽध्यायः समाप्तः ॥ ६ ॥

NOTES.

BOOK I.

Definitions.

Page 3. धरातलक्षेत्रम्=A superficies. It is further on called धरातलम् and divided into सम or plain superficies and विषम or crooked superficies.

Euclid does not seem to have mentioned crooked superficies. 'Euclid leaves out here to speak of a crooked and hollow superficies, because it may easily be understood by the definition of a plain superficies, being its contrary. And even as from one point to another may be drawn infinite crooked lines, and but one right line, which is the shortest, so from one line to another may be drawn infinite crooked superficies, and but one plain superficies, which is the shortest.' Bil.

समकोण=A right-angle. In the definition of समकोण, the word लम्ब=a perpendicular is taken as one with which the reader is familiar, it being used in astronomical works well known to Sanskrit students in India.

Page 4. विषमकोण=An angle other than a right angle. It means either an acute angle (अल्पकोण), or an obtuse angle (अधिककोण), made either by right lines (सरलरेखा), or by crooked lines (विषमरेखा), or by a right line and a crooked line.

कोदण्ड=A segment of a circle. It is also a figure, being bounded by a right line and a crooked line.

क्षेत्र=A figure. वृत्त=The circumference. वृत्तक्षेत्र=A circle.

Page 5. पालि=The circumference. This is the word generally used in the work for the circumference of a circle.

चापकर्ण=A chord, which is defined as a line which does not pass through the center, but meets the circumference on both the sides and divides the circle into two unequal parts.

Read केन्द्रगा न स्यात् in the definition (vide the errata).

न्यूनकोण is synonymous with अल्पकोण and means an acute angle.

Page 6. आयत=An oblong, called a long figure by Bil.

Page 7. समानान्तरा रेखा=Parallel lines. The definition omits the most important thing, that parallel lines must be in the same plane. Two lines may not meet even if produced on both the sides and may not still be parallel if they are not in the same plane.

After this definition we have axioms, postulates, and an explanation of certain words used in the work. In Bil's work, postulates are called Petitions or Requests and axioms, Common Sentences. 'The axioms are called in the original *Common Notions.*' Tod. p. 253.

या सरला रेखा सै°=When a straight line, joined with another is a straight line, it looks as one straight line, and not as joined with another straight line (i. e. the two straight lines form one straight line).

ये राशय एकादिगुणिता°=Those quantities which are multiples (doubles, triples &c.) of the same quantity are equal to one another.

रेखायां धरातले चि°=Understand क्रमेण in the sentence. It is possible to take a point in a line and a line in a superficies.

Page 8. अथ चिह्नं चि°=A point coincides with a point, a straight line with another equal to it, and a superficies with another equal to it.

Here रेखा must be taken to mean सरला रेखा, as it is stated further on यत्र रेखा शब्दस्तत्र सरलैव रेखा ज्ञेया.

ये च चिह्ने त°=This is the First Postulate. The next two are the Second and Third Postulates.

सरलरेखाद्वयं ध°=Two straight lines cannot enclose a superficies, but two curved lines or a straight line and a curved line can.

यद्रेखाद्वयं स°=If two straight lines that are not parallel be produced in the direction in which the distance between them is greater, the further they are produced, the greater the distance between them; while if they are produced in the direction in which the distance is less, the further they are produced the

less the distance between them, till at length the two straight lines meet together and then the distance between them goes on increasing.

परिभाषा=Technicality, Terminology.

Bil. gives six *Petitions* (postulates) as follows:—

'1. From any point to any point to draw a right line.

2. To produce a right line finite straightforth continually.

3. Upon any center and at any distance to describe a circle.

4. All right angles are equal the one to the other.

5. When a right line falling upon two right lines, doth make on one and the selfsame side, the two inward angles less than two right angles, then shall these two right lines being produced at length concur on that part, in which are the two angles less than two right angles.

6. That two right lines include not a superficies.'

'It is supposed by some writers that Euclid intended his postulates to include all demands which are peculiarly geometrical, and his common notions to include only such notions as are applicable to all kinds of magnitude as well as to space magnitudes. Accordingly, these writers remove the last three axioms from their place and put them among the postulates; and this transposition is supported by some manuscripts and some versions of the *Elements*.' Tod. p. 253.

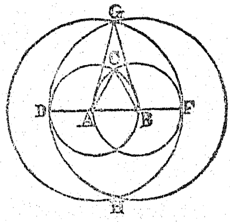
It will be noticed that our text places the last three axioms along with postulates, and the twelfth axiom has a much simpler form. This however, necessitates a series of propositions after the 28th proposition.

'Speaking generally it may be said that the methods which differ substantially from Euclid's involve, in the first place, an axiom as difficult as his, and then an intricate series of propositions; while in Euclid's method after the axiom is once admitted the remaining process is simple and clear.' Tod. p. 263.

Prop. I. p. 8-9.

Campanus shews how two other kinds of triangles, viz. an isosceles triangle and a scalene triangle, can be described upon the given line.

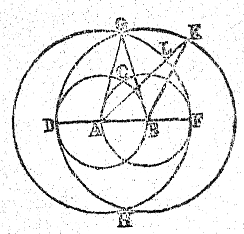
Upon the given line A B, describe an equilateral triangle



A B C. Produce A B both ways to meet the circumferences of the circles in D and F. From the center B at the radius B D, describe the circle D H G; and from the center A at the distance A F, describe the circle F G H. From the point G, where the two greater circles cut one another, draw G A and G B to the points A and B. Then the triangle G A B shall be the isosceles triangle required.

B is the center of the circle A C F, therefore B A is equal to B F. Again because A is the center of the circle B C D, therefore A B is equal to A D. But A B has been shewn equal to B F, therefore A D is equal to B F. To each of these equals add A B. Therefore the whole B D is equal to the whole A F. But B D is equal to B G, both being the radii of the circle D G H; and A F is equal to A G, both being the radii of the circle F G H. Therefore A G is equal to B G and the triangle A B G is isosceles.

A scalene triangle may also be described upon the given line A B.



Take any point K in the circumference of one of the two greater circles, so that it may not be in one of the two sections and the line D F may not concur with it when it is produced on either side so as to meet the circumference. Draw the lines A K and B K. Then A K B shall be the triangle required. The line A K shall cut the circumference of the circle F G H. Let it cut it in L. Now because A L is equal to A G, both being the radii of the circle F G H; and B G is equal to B K, both being the radii of the circle D G H; and A G has been shewn to be equal to B G; therefore A L is equal to B K, and therefore A K is greater than B K. Similarly B K may be shewn to be greater than A B. Therefore the triangle A B K is scalene.

Prop. 2 p. 9.

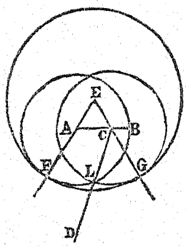
The point अ may be joined with either end of the given line,

i. e. with either ब or ज, the equilateral triangle द अ ब may be described on either side of the line अ ब or अ ज and the two sides of the equilateral triangle may be produced in either direction. This will give rise to eight figures.

Prop. 3 p. 10.

The case in which one of the given straight lines cuts the other in one of the extremities is worth noting.

Let A B and C D be the two given straight lines, of which C D is the greater; and let C D cut A B in its extremity C. With the center A and radius A B, describe the circle B F.

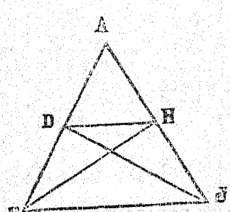


Upon A C describe an equilateral triangle A E C.* Produce E A and E C to F and G. With the center E and radius E F describe the circle G F. Again with the center C and radius C G, describe the circle G L, cutting C D in L. Now because E F is equal to E-G, because they are the radii of the circle F G, and their parts E A and E C are equal, they being the sides of the equilateral triangle E A C, therefore the remainder A F is equal to the remainder C G. But A F is equal to A B, because they are the radii of the circle B F. Therefore C G is also equal to A B. But C G is equal to C L, both being radii of the circle G L; therefore A B is equal to C L. Therefore from C D, the greater, C L is cut off, equal to A B, the less, which was required to be done.

Prop. 5, p. 12.

Alternative proof.

Let A B J be the given isosceles triangle. In A B, take any point D. From A J, the greater, cut off A H, equal to A D,



the less (I. 3). Join D H, D J, and H B. In the triangle A D J, the sides D A and A J and the angle A are respectively equal to the sides H A, A B and the angle A in the triangle A H B. Therefore B H is equal to D J, and the angle A B H to the angle A J D.†

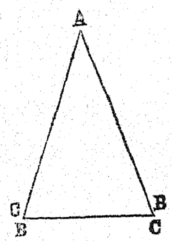
* (I. 1). † (I. 4).

Similarly in the triangle B D H, the sides D B and B H and the angle D B H are respectively equal to the sides J H, J D, and the angle H J D in the triangle H J D. Therefore the angles B D H and J H D are equal and the angles B H D and J D H are also equal to one another.* Therefore the angles B D J and B H J are equal.† Similarly in the triangle B D J, the sides B D and D J and the angle B D J are equal to the sides J H and H B and the angle J H B in the triangle B H J. Therefore the angles A B J and A J B are equal.$ Thus the required angles are proved equal.

This proof is given in Bil.'s edition and is attributed to Proclus.

Bil. also gives another demonstration invented by Pappus.

Let A B C be an isosceles triangle and let the side A B be equal to A C. Now understand this one triangle to be as



it were two triangles and thus reason. Because in the two triangles A B C and A C B, A B is equal to A C and A C to A B, and the angle B A C is equal to the angle C A B, for it is one and the same angle, therefore the base C B is equal to the base B C and the triangle A B C is equal to the triangle A C B; and the angle A B C is equal to the angle A C B and the angle A C B to the angle A B C (I. 4).

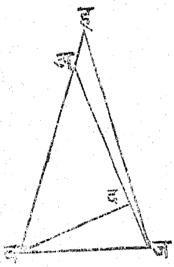
Prop. 6 p. 13.

It may be noted that there will be another case in this proposition if the line equal to अ ब may be taken from the point अ instead of from ज. It may be then demonstrated as follows:—

Make अ द equal to अ ब (I. 3). Join ब द. Produce ब अ to ह

---

* (I. 4). † (3 Ax.). $ Because the angles D B J and H J B are equal (I. 4).



and make ब ह equal to अ ज (I. 3), and join ज ह.

Now in the triangles अ ब ज and ब ज ह, the sides अ ज and ज ब are equal to the sides ह ब and ब ज and the included angle अ ज ब is equal to the included angle ह ब ज. Therefore the triangle अ ब ज is equal to the triangle ह ब ज (I. 4). The less equal to the greater, which is absurd.

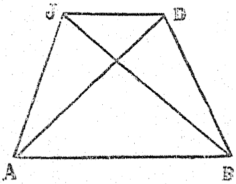
Prop. 7. p. 13.

In the enunciation the word पार्श्व is used in the sense of प्रान्त =extremities.

The proposition is enunciated and proved as follows:—

The straight lines drawn from the extremities of one straight line* can meet in one point and never in another.

From the extremities A and B (of the straight line A B),



are drawn the straight lines A J and B-J. They meet in J. If it be assumed that two straight lines equal to them meet in another point, then draw A D equal to A J and B D equal to B J, meeting it in D. Join J D.

Now the angle A J D is equal to the angle A D J,† because A J is equal to A D. But the angle B J D is less than the angle A J D. Then the angle B J D shall be less than the angle A D J also. Again the angle A D J is less than the angle B D J. Then the angle B J D shall be much less than the angle, B D J. But these angles are equal; because the sides B D and B J are equal. This is absurd, because two equal angles have become unequal. Therefore the straight lines A J and B J$ cannot meet in any other point than in J.

In Bil.'s edition the proposition is enunciated as follows:—

If from the ends of one line be drawn two right lines to any point, there cannot from the self-same ends on the same side be drawn two other lines equal to the two first lines, the one to the other, to any other point.

---

* Scil. on the same side of it. † (I. 5). $ Or straight lines of equal length drawn from A and B.

Only the first case of the proposition, the one that is given in the Sanskrit text, is proved in Bil.'s edition. The other case in which the vertex of one triangle falls within another is attributed by Bil. to Campanus.

Bil. has the following note on this proposition:—

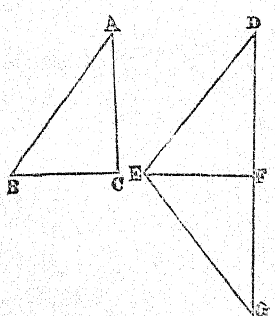
'In this proposition, the conclusion is a negation, which very rarely happens in the mathematical arts. For they ever for the most part use to conclude affirmatively and not negatively. For a proposition universal affirmative is most agreeable to sciences, as saith Aristotle, and is of itself strong and needeth no negative to its proof. But an universal proposition negative must of necessity have to its proof an affirmative. For of only negative propositions, there can be no demonstrations. And therefore sciences using demonstration conclude affirmatively and very seldom use negative conclusions.'

Greg.'s edition also gives only the case mentioned in the Sanskrit text.

Prop. 8.

Philo and others demonstrate this proposition without the help of the seventh proposition as follows:—

Let A B C and D E F be two triangles of which the sides A B and A C are respectively equal to the sides D E and D F, and the base B C is equal to the base E F. Then the angle B A C shall be equal to the angle E D F. Place the two triangles A B C and D E F in one and the same plain superficies. Apply the triangle A B C to the triangle D E F in such a way that the base B C may coincide with the base E F, the triangle D E F may be on the other side of the right line E F, and the vertex G may fall opposite to the vertex D. This can be done in three ways. Thus there arise three cases.



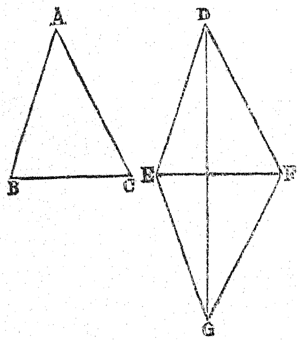
In the first case the line F G falls directly into the line D F.

Now because D E is equal to E G, therefore the angle E D F is equal to the angle E G F (1. 5).

Secondly let not F G fall directly, but make, with the line D F, an angle within the figure.

Join D G.

Now because D E is equal to E G, therefore the angle E D G is equal to the angle E G D (I. 5).

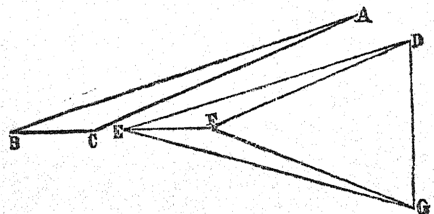


Similarly because D F is equal to F G, therefore the angle F D G is equal to the angle F G D (I. 5). Therefore the whole angle E D F is equal to the whole angle E G F.

Thirdly let F G make with D F an angle without the figure.

Join D G.

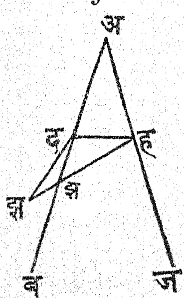
Now because D E is equal to E G, therefore the angle E D G is equal to the angle E G D (I. 5).



Again because D F is equal to F-G, therefore the angle F-D G is equal to the angle F G D (I. 5). But the whole angle E D G has been proved equal to the whole angle E G D, and the part F D G to the part F G D. Therefore the remaining angle E D F is equal to the remaining angle E G F.

Prop. 9 p. 15.

An objection may be raised that the point झ, the vertex of the equilateral triangle द झ ह, may fall within the line अ ब or outside it. Both these objections are answered in the text.



The point झ must be within the space included by the right lines अ ब and अ ज. Why? If it is not within this space, it must be on one of the lines or outside the space between the two lines as in the marginal figure. Then the angles झ द ह and झ ह द

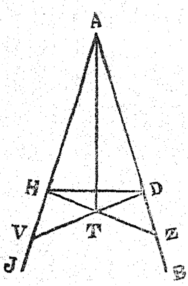
shall be equal.* But the angle ज ह द is equal to the angle ब द ह.† Thus if the point झ be on the side ब द, the whole angle द ह ज and its part द ह झ are equal. This is absurd.

If the point झ be outside the side ब द, then the angle झ द ह shall be greater than the angle ब द ह. It shall also be greater than the angle द ह ज; because the angles ब द ह and द ह ज are equal.‡ But the greater angle झ द ह is equal to the angle द ह झ.* Therefore the part द ह झ is greater than the whole द ह ज. This is absurd; because a part can not be greater than the whole. Therefore the point झ must be within the space included by the two arms.

This objection is noticed in Bil.'s edition in the following words:—

'Here against this proposition may of the adversary be brought an instance.¶ For he may cavil that the head of the equilateral triangle shall not fall between the two right lines but in one of them, or without them both.'

Alternative proof of Prop. 9.



In the line D B, take any point Z. Make H V, equal to D Z.$ Join Z H and V D. Let T be the point where they intersect each other. Join A T. Then this shall bisect the angle A.

Proof of this.

As proved in Prop. 5, the angles Z H D and V D H are equal. Therefore D T is equal to H T.** Therefore the triangle D-A T is equal to the triangle H A T.″ Therefore the Angle A is bisected.

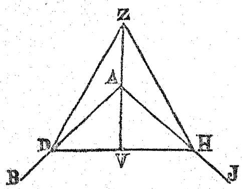
Note that in this proposition it is not necessary that the equilateral triangle which is described on द ह should be described on the other side of it, remote from अ. It may be

---

* The triangle झ द ह being equilateral. † (I. 5). ‡ (I. 5). ¶ 'An instance is an objection or a doubt, whereby is letted or troubled the construction or demonstration, and containeth an untruth or an impossibility: and therefore it must of necessity be answered unto and the falsehood there of, made manifest.' Bil. $ (I. 3). ** (I. 6). ″ (I. 8).

described on that side of द ह which is nearer to अ. Then there arise three cases, of which one is given in the text as an alternative proof. The equilateral triangle द झ ह shall coincide with the triangle अ द ह if the sides अ द and अ ह are equal to द ह, or shall fall without the triangle अ द ह if the sides अ द and अ ह are less than द ह, or shall fall within the triangle अ द ह if the sides अ द and अ ह be less than द ह. The first case is the one given in the text as an alternative proof. The second is as follows:—

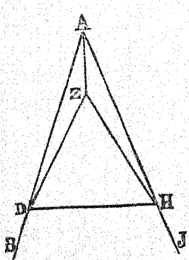
Let B A J be the given rectilineal angle. It is required to bisect it.



In A B, take any point D. Make A H equal to A D (I. 3). On D H describe the equilateral triangle D Z H (I. 1). Join Z A and produce it to meet D H in V.

In the triangles D Z A and H Z A, the two sides D Z and Z A are equal to the two sides H Z and Z A, and the base D A is equal to the base H A. Therefore the angle D Z A is equal to the angle H Z A (I. 8). Again in the triangles D Z V and V Z H, the two sides D Z and Z V are equal to the two sides H Z and Z V, and the angle D Z V is equal to the angle H Z V. Therefore the base D V is equal to the base H V (I. 4). Again in the triangles A D V and A V H, the two sides A D and A V are equal to the two sides H A and A V and the base D V is equal to the base H V. Therefore the angle D A V is equal to the angle V A H (I. 8).

The third case is as under:—

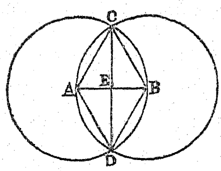


In this case the equilateral triangle D Z H falls within the triangle A D H. In the two triangles A D Z and A Z H, the angles D-A Z and H A Z are equal (1. 8).

Prop. 10 p. 16.

Another way of bisecting a given straight line is as under:—

Let A B be the given straight line. It is required to bisect it.



From the center A and the radius A B, describe the circle B C D, and from the center B and the radius B A, describe the circle A C D and join the intersection-points C and D. Join also A C, A D, B C and B D. Let C D cut A B in E.

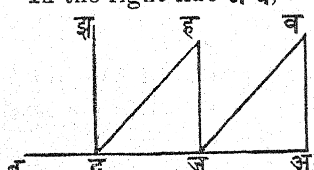
In the triangles A C D and B C D the angle A C D can be proved to be equal to the angle B C D (I. 8), and then in the triangles A C E and B C E, the base A E can be proved to be equal to the base B E (I. 4).

Prop. 11 p. 18.

Alternative proof.

It is required to draw a straight line at right angles to अ ब from the point अ.

In the right line अ ब, take the point ज. Make ज द equal to ज अ. From the point ज, draw the straight line ज ह at right angles to अ ब; and from the point द, draw द झ at right angles to अ ब.* Bisect the angle अ ज ह by the right line ज व, and the angle ज द झ by the right line द ह.§ Then the point ह is the point where the lines ज ह and द ह meet. Again make ज व equal to द ह¶ and join अ व. This shall be at right angles to अ ब.



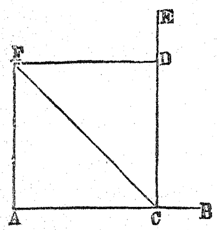
Proof.

In the triangle अ ज व, the arms अ ज and ज व and the angle अ ज व are respectively equal to the arms ज द and द ह and the angle ज द ह in the triangle ज द ह. Therefore the angle व अ ज is equal to the angle ह ज द.$ But ह ज द is a right angle. Therefore the angle व अ ज is also a right angle. Therefore the line अ व is at right angles to अ ब, which was required to be done.

This alternative proof is simply a particular case of the proposition in which a straight line is drawn at right angles to a given straight line from a point within it, the point being one of the extremities of the given straight line.

* (Preceding case). § (I. 9). ¶ (I. 3). $ (I. 4).

Bil. mentions this case and proves it in almost a similar manner. His proof is as under:—



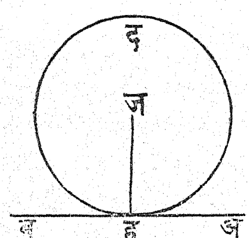
Let A B be the given right line and A be the given point in it. It is required to draw a straight line at right angles to A B from the point A.

In A B, take any point C. From C draw C E at right angles to A B. From C E cut off C D equal to C A (I. 3). Bisect the angle A C D by the line C F (I. 9). From the point D draw D F at right angles to C E, meeting C F in F. Join F A. Then the angle at A is a right angle. Because D C is equal to C A and C F is common to the two triangles D C F and A C F and they contain equal angles at C, therefore the angle C D F is equal to the angle C A F (I. 4). But the angle C D F is a right angle (Con.); therefore the angle C A F is also a right angle. Q. E. F.

Prop. 12 p. 19.

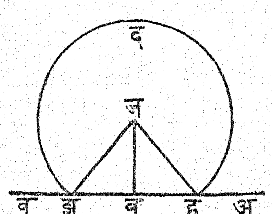
By **अभीष्टरेखायाम्** we should understand a straight line of unlimited length, to ensure that it shall meet the circle.

Alternative proof.



In the right line अ ब, take any point ह. Join ह ज. Making ज the center with the radius ज ह, describe a circle ह द. If the beginning and the end of the circle be in ह,* then the line ज ह is a perpendicular. The proof of this we shall give in the Third Book.†

If the circle does not end in ह, but stops with झ,‡ then bisect the line ह झ in the point व. Join the right line ज व. This is a perpendicular. The proof of this is as shewn before (i. e. as given in the first case in the text).



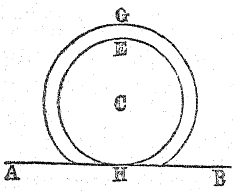
These two cases arise by not stick-

* i. e. if the circle touches the line अ ब in ह. † (III. 17). ‡ i. e. if the circle cuts the straight line अ ब in the points झ and ह.

ing to the words 'अबरेखाद्वितीयदिशि दचिह्नं कार्यम्' p. 18 l. 19–20; but by taking the point in the given right line.

Bil. notices both these cases:—'There may be in this proposition another case. For if it be so that on the other side of the line A B, there be no space to take a point in but only on that side wherein is the point C* &c. The first case where the circle touches the given right line is thus proved:—

'If it so happen that the circle which is described do not cut



the line but touch it, then taking a point without the point E, namely the point G, and making the center C, and the space C G, describe a part of the circumference of a circle, which shall of necessity cut the line A B.' Then the case will be similar to the one in the text.

Prop. 13. p. 20, l. 13.

एतत्समकोणद्वययोग:=The sum of these angles made by right lines. समकोण is here equal to समरेखाजनितकोण.

Prop. 15. p. 21.

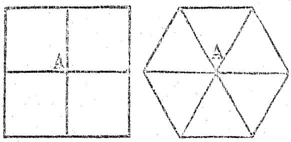
'Thales Milesius, the philosopher, was the first inventor of this proposition, as witnesseth Eudemius, but yet it was first demonstrated by Euclid.' Bil.

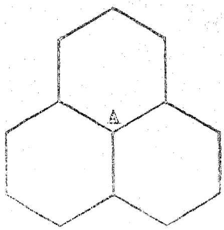
Bil. notes that the corollary to Prop. XV., namely if two straight lines cut one another, they make four angles equal to four right angles, gave great occasion to Pithagoras to find out the wonderful proposition, which is as under:—

'Only three kinds of figures of many angles, namely, an equilateral triangle, a right-angled figure of four sides, and a figure of six sides having equal sides and equal angles, can fill the whole space about a point, their angles touching the same point.'

---

* Corresponding to ज in the text.



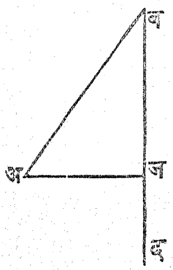


Prop. 16 p. 22.

After having proved the proposition the author makes the following remarks:—

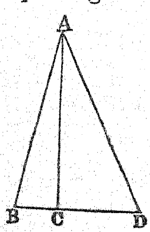
From this it is also known that if two right lines drawn from the same point intersect a third right line, then the two angles formed on the same side of the lines shall never be equal. The direction here is to be taken from the lines drawn from the point.

From the point अ are drawn the lines अ ब and अ ज and they meet the line ब द in the points ब and ज. Then the angles अ ब ज and अ ज द, formed in the same direction, shall not be equal. Because the triangle अ ब ज is formed by the meeting of the three lines (अ ब, अ ज, and ब ज). The exterior angle अ ज द is greater than the angle अ ब ज. This is proved. Therefore what is stated is proved.



This is in fact another way of putting prop. 16. Two corollaries follow this prop. as mentioned in Bil.

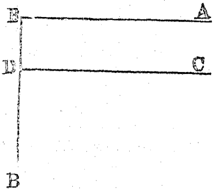
1. It is not possible that from one and the self-same point should be drawn to one and the self-same right line, three equal right lines.



A B, A C, and A D, drawn from the same point A to the right line B D, can not be equal.

For if A B is equal to A C, the angle A B C shall be equal to the angle A C B (I. 5). Similarly if A B be equal to A D, the angle A B D shall be equal to the angle A D B (I. 5). But the angle A B D has been proved equal to the angle A C B. Therefore the angle A C B is equal to the angle A D B or A D C. This is absurd (I. 16).

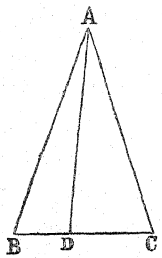
2. If a right line falling upon two right lines do make the outward angle equal to the inward and opposite angle, these right lines shall not make a triangle.



Though this is given as a Cor. by Bil., it is really the converse of the prop.

Prop. 17. p. 23.

This prop. may also be demonstrated without producing any side of the given triangle.



In B C, take any point D. Join A D.

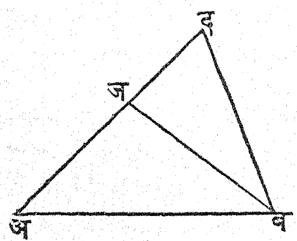
The angle A D C is greater than the angle A B D (I. 16) and so is the angle A D B greater than the angle A C D. Therefore the two angles A D B and A D C are together greater than the angles A B C and A C B. But the angles A D B and A D C are together equal to two right angles (I. 13). Therefore the angles A B C and A C B are together less than two right angles.

Bil. mentions the following Cor. to this prop. :—

From one and the same point to one and the self-same right line can not be drawn two perpendicular lines.

Prop. 18 p. 24.

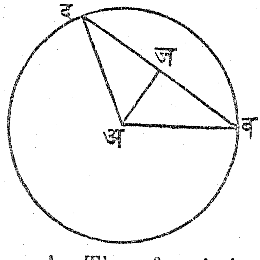
Alternative proof.



Produce the right line अ ज to the point द. Make अ द equal to अ ब.* Join द ब. The angles अ ब द and अ द ब are equal.† But the angle अ ब द is greater than the angle अ ब ज. Therefore the angle अ द ब is also greater than the angle अ ब ज. Again the angle अ ज ब is greater than the angle अ द ब.‡ Much more therefore is the angle अ ज ब greater than the angle अ ब ज. Q. E. D.

* (I. 3). † (I. 5). ‡ (I. 16).

Another alternative proof.

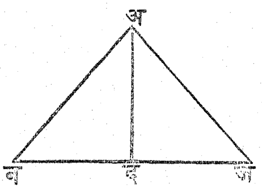


With the center अ and the radius अ ब, describe the circle ब द. Produce the line ब ज to meet the circumference in द. Join अ द.

In the triangle अ ब द, the angles ब and द are equal.* But the angle अ ज ब is greater than the angle अ द ब.† Therefore it is also greater than the angle अ ब द. Q. E. D.

Prop. 20 p. 26.

Alternative proof.

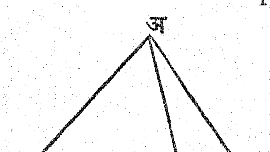


Bisect the angle अ by the right line अ द.‡ Then the angle अ द ज is greater than the angle द अ ब.$ But the angle द अ ब is equal to the angle द अ ज.¶ Therefore the angle अ द ज is greater than the angle ज अ द. Then the side, अ ज shall be greater than the side ज द.§ Again the angle अ द ब is greater than the angle द अ ज|| But the angle द अ ज is equal to the angle द अ ब.¶ Therefore the angle अ द ब is greater than the angle द अ ब. Therefore the side अ ब is greater than the side ब द.¶ Therefore the sum of two greater sides is greater than the third. This was what we wished.

Note that in this alternative proof, the proposition is proved without producing any of its sides.

This alternative proof is noticed in Bil.'s edition.

Another alternative proof.



If the sum of अ ब and अ ज be not greater than ब ज, then it must be either equal to it or less than it. Make ब द equal to ब अ.** Join अ द.

The remainder ज द shall be either equal to ज अ or greater than it. If it

* (I. 5). † (I. 16). ‡ (I. 9). $ (I. 16). ¶ (Cons.). § (I. 19). || (I. 16). ** (I. 3).

be equal to it, the angles ज अ द and ब अ द, shall be equal to the angles ज द अ and ब द अ respectively.* But the angles ज द अ and ब द अ are together equal to two right angles.† Therefore the angles ज अ द and ब अ द shall be equal to two right angles. This is absurd. Because one angle of a triangle is not equal to two right angles.$

If the line ज द be greater than the line ज अ, the angle ज अ द shall be greater than the angle ज द अ.″ Then the angle ज अ ब shall be greater than the sum of the angles ब द अ and ज द अ. But these are equal to two right angles.§ Therefore the angle ब अ ज is greater than two right angles. This is absurd.**

In this alternative proof, which is *reductio ad absurdum*, it is assumed that one angle of a triangle can not be equal to two right angles. This follows from the 17th Prop. in which it is proved that any two angles of a triangle are together less than two right angles.

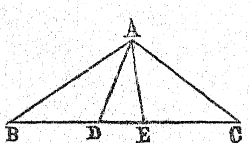
Bil. makes the following note on this proposition:—

'Epicurus and such as followed him derided this proposition, not counting it worthy to be added in the number of propositions of Geometry for the easiness there-of, for that it is manifest even to the sense. But not all things manifest to sense are straightway as manifest to reason and understanding. It

---

* (I. 5). † (I. 13). $ This case can be proved in another way also. The exterior angle ज द अ is greater than the interior and opposite angle ब अ द (I. 16). Similarly the angle ब द अ is greater than the angle ज अ द (I. 16). Therefore the angles ज द अ and ब द अ are together greater than the angles ब अ द and ज अ द. But they are equal to them (I. 5). This is absurd. ″ (I. 18). § (I. 18). ** The second case may also be proved as under:—

If possible, let A B and A C be together less than B C. Make B D equal to A B and E C equal to A C (I. 3). Then the angles B A D and B D A are equal and so also are the angles E A C and E C A (I. 5). But the angle B D A is greater than the angle D A C and therefore greater than the angle E A C (I. 16), and similarly the angle C E A is greater than the angle B A E and therefore also greater than B A D (I. 16). Therefore the angles B D A and C E A are together greater than the angles B A D and C A E. But they have been proved equal to them. This is absurd.



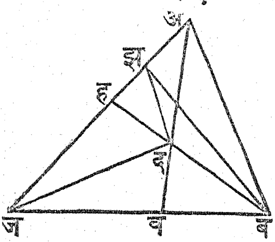
pertaineth to one who is a teacher of sciences by proof and demonstration to render a certain and undoubted reason, why it so appeareth to the sense and in that only consisteth science.'

Tod. has a similar note from Proclus. Vide Tod.'s 'Elements of Euclid.' p. 259.

Prop. 21 p. 27.

Alternative proof.

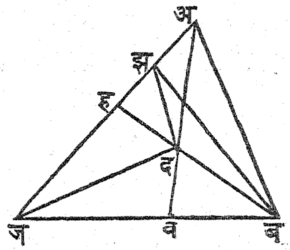
If the sum of ब द and द ज be not less than the sum of ब अ and अ ज, it must either be equal to it or greater than it. Now either of the two lines ब द and द ज is or is not less than either of the two lines ब अ and अ ज. If it is, let it be assumed that ज द is less than ज अ. Cut off अ झ equal to the difference between ब द and ब अ.* †Then the point झ shall not coincide with the point ह. For if it does, then the sum of ब अ and अ ह shall be equal to ब द. Therefore the sum of ब अ and अ ह shall be less than the line ब ह. This is absurd,$ because the sum of the two sides of a triangle is greater than the third. Again the point झ shall not fall within the line ह ज. For if it falls, then the sum of ब अ and अ ह shall be much smaller than ब ह,§ which is absurd. Therefore the point झ shall be in the line अ ह. Join झ द and झ ब.



Now the line ब द, which is equal to the sum of the lines ब अ and अ झ, is greater than ब झ. Therefore the angle ब झ द

* (I. 3). It is argued that the sides बद and द ज, if not greater than ब अ and अ ज, must be either equal to them or less than they. In either case ज द may or may not be less than either अ ज or अ ब. Let it be less than ज अ. Then द ब must be greater than अ ब (because ज द and द ब are together equal to or greater than अ ज and अ ब and ज द is less than अ ज). Make अ झ equal to ब द—ब अ. † Before this, scil. 'Produce ब द to meet अ ज in ह.' $ अ झ= ब द—ब अ ∴ ब द=ब अ+अ झ ∴ ब द=ब अ+अ ह (assuming ह to coincide with झ). ∴ ब अ+अ ह<ब ह ∵ ब द<ब ह. § ब द=ब अ+अ झ; but ब अ+अ ह< ब अ+अ झ (assuming झ to fall within ह ज). ∴ ब अ+अ ह<ब द; but ब ह >ब द; much more ∴ ब अ+अ ह<ब ह.

is greater than the angle ब द झ.* When ब द is equal to the sum of ब अ and अ झ, then ज द shall be equal to or greater than



ज झ.† Therefore the angle ज झ द shall be equal to or greater than the angle ज द झ.¶ If ज द be equal to ज झ, then the angle ज झ द shall be equal to the angle ज द झ. If ज द be greater than ज झ, then the angle ज झ द shall be greater than the angle ज द झ. And then the angle ब झ ज shall be greater than the sum of the angles ब द झ and ज द झ.$ This is absurd. Because the sum of the angles ब द झ and ज द झ is greater than two right angles, and the angle ब झ ज also shall be greater than the sum of two right angles. This is absurd, because one angle of a triangle is much less than the sum of two right angles.

Again if the side ज द be not less than the side ज अ, and the line ब द be not less than the line ब अ, then ज द and ब द shall be equal to or greater than ज अ and ब अ. Join अ द. As was proved in the first case, the angle ब अ ज may be proved to be equal to or greater than the sum of the angles ब द अ and ज द अ. It is absurd in both the ways. Because the sum of the angles ब द अ and ज द अ is greater than two right angles, and the angle ब अ ज is one angle of a triangle and has become equal to or greater than two right angles. This is absurd. Because it is a rule that in a triangle the sum of any two angles must be less than two right angles. Therefore the sum of the lines ब द and द ज is less than the sum of the lines ब अ and अ ज.

Now, the line अ द should be produced to the point व. Then the angle ब द व is greater than the angle ब अ द,§ and the angle ज द व is greater than the angle ज अ द.§ Therefore the angle ब द ज is proved to be greater than the angle ब अ ज. This is just what we wished.

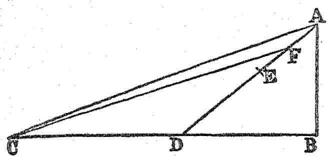
Page 29 l. 2 अयं समकोणद्वयादधिको जातः—

If should rather have been put as अयं समकोणद्वयेन तुल्यस्तस्माद-धिको वा जातः.

---

* (I. 18). † Because बद+जद is equal to or less than अब+अज (by assumption). ¶ (I. 5 and I. 18). $ Because the angle वझद has been shewn to be greater than the angle बदझ. § (I. 16).

Note that if straight lines are drawn from *both* the extremities of a side of a triangle to a point within the triangle, then alone are they less than the other two sides of a triangle and contain a greater angle. If, however, one straight line is drawn from one extremity of a side of a triangle and the other from any point in the same side, to a point within the triangle, these two are not necessarily less than the other two sides of the triangle. They may sometimes be greater than the other two sides of the triangle and may sometimes contain a smaller angle.

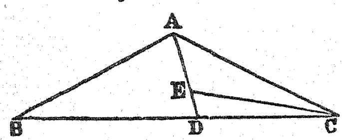


Let A B C be a right-angled triangle. Take any point D in B C and join A D.

In the triangle A B D, A D is greater than A B (I. 19). Cut off D E equal to A B (I. 3). Bisect A E in F (I. 10) and join F C.

In the triangle A F C, A F and F C are together greater than A C (I. 20). But A F is equal to F E (Con.), therefore F C and F E are together greater than A C. To each of these unequals add E D or A B which is equal to E D. Then F C, F E, and E D are together greater than A C and A B. *Q. E. D.*

Secondly, let A B C be an isosceles triangle of which the



base B C is greater than either of the two equal sides A B and A C. Make B D equal to A B (I. 3). Join A D. In A D, take any point E. Join E C. Then the angle C E D shall be less than the angle B A C.

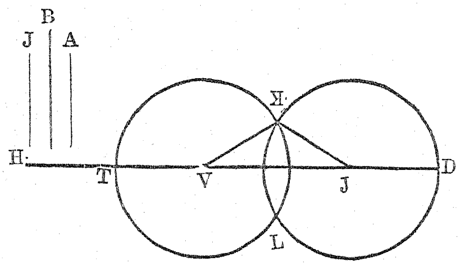
A B is equal to B D (Con.). Therefore the angle B A D is equal to the angle A D B (I. 5). But the angle A D B is greater than the angle C E D (I. 16). Therefore the angle B A D is also greater than the angle C E D. Much more therefore is the angle B A C greater than the angle C E D. *Q. E. D.*

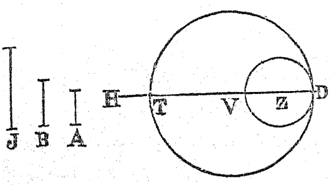
Prop. 22 p. 29.

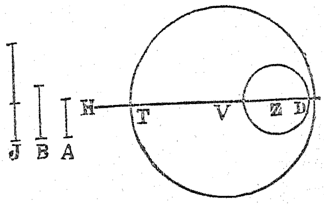
After having proved the Pro. the author observes as follows:—

If we are asked why the three given lines are so taken that any two of them are together greater than the third, we have to remark that it has already been demonstrated that the sum

of any two sides of a triangle is greater than the third side. It is therefore that the two circles cut each other. If the sum of A and B be not greater than J, then the line V T shall be either equal to or greater than V D. Then the circle K T L shall make the circle K D L fall within itself. It will touch

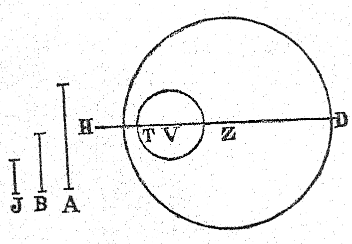


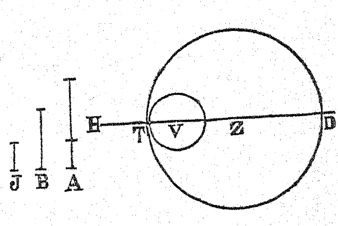




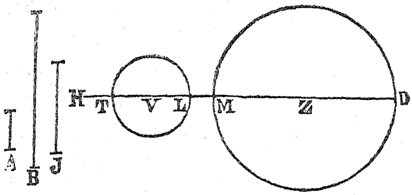
the circle K D L in the point D, when V T is equal to V D. It will go beyond D when V T is greater than V D. It will not meet the other circle again.

If the sum of the lines B and J is not greater than A, then the circle K D L shall make the circle K T L fall within it. Why? If D Z be equal to Z T, then the circle D K L shall touch the other circle in the point T. If D Z be greater than Z T, then the circle D K L shall pass beyond the point T. Then too the two circles shall not meet.





Again if the sum of the lines A and J be not greater than the line B, then the line Z V shall be equal to or greater

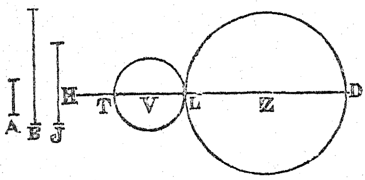


than the sum of the lines V T and Z D. Then too the circles shall not meet. Thus then one circle shall not make another fall within it, but the two circles shall stand separate if V Z is greater than the sum of V T and Z D.

On this proposition Bill. observes as follows:—

'In this proposition the adversary per adventure will cavil that the circles shall not cut, the one the other (which thing Euclid putteth them to do).' He then proves that the circles must cut one another as follows:—

If the circles do not cut one another, they will either touch one another or shall be distant, the one from the other.



If possible let them touch one another. Then because T V is equal to V L and L Z to Z D, they being the radii of the circles, therefore T V and Z D are together equal to V Z, that is, A and J are together equal to B, which they are not (Hyp.). Therefore the circles cannot touch one another.

Nor can they be distant from one another. If possible, let them be distant from one another. Then because T V is equal to V L and M Z is equal to Z D, they being the radii of the circles, therefore T V and Z D are together equal to V L and M Z. But V L and M Z are together less than V Z. Therefore T V and Z D are together less than V Z, which they are not (Hyp.). Therefore the circles shall not be distant from one another. They must therefore cut one another. *Q. E. D.*

Prop. 24 p. 31.

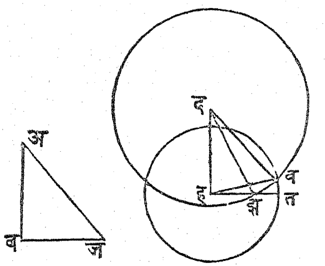
In this proposition there are three cases; for the line ह व may fall either above ह झ or on it or under it. The first case is proved first and the second and third cases are given as an alternative proof; because Euclid gave only one case, viz., that in which ह व falls above the line ह झ.

The third case may be proved without joining व झ and producing द व and द झ to क and त. For द झ and झ ह are together less than द व and व ह (I. 21). But द झ is equal to द व (Con.). Therefore ह व is greater than ह झ. But ह व is equal to ब ज. Therefore ब ज is greater than ह झ. *Q. E. D.*

Prop. 25 p. 33.

Alternative proof.

With the center द, at the radius द झ, describe the circle झ व. Produce ह झ to त. Make ह त equal to ब ज.* Again with the center ह and radius ह त, describe the circle त व. The circles intersect one another in the point व. Draw the lines द व and ह व. Then the three sides of the triangle ह द व are equal to the three sides of the triangle ब अ ज. The angle ह द व is equal to the angle ब अ ज.† But the angle ह द व is greater than the angle ह द झ. Therefore the angle ब अ ज is greater than the angle ह द झ. *Q. E. D.*

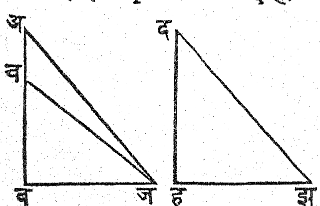


This is a direct proof and is similar to that of Mechanicus, mentioned by Bil., though it is less complicated than that of Mechanicus.

Prop. 26 p. 35.

Alternative proof.

If अ ब is placed on द ह, then the side अ ज shall fall on the side द झ and the side ब ज shall fall on the side ह झ. Because the angle अ is assumed to be equal to the angle द and the angle ब to ह, and the side अ ब to the side द ह. Thus the angle ज shall coincide with the angle झ and the triangle with the triangle.



Again if the side ब ज is assumed to be equal to the side झ ह and the angle ब be placed on the angle ह and the line अ ब on the line ह द, then the point ज shall coincide with the point झ.

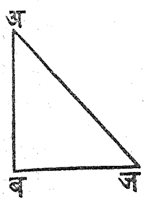
* (I. 3). † (I. 4).

Then the angle द shall fall on the angle अ. If it does not fall on it, it shall fall on some other point, as on the point व. Then the angle ज व ब shall be equal to the angle ज अ ब. This is absurd. Therefore the angle ब shall fall on the angle इ and the angle अ on the angle द. Then the two triangles are equal. This is just what we wished.

Prop. 29 p. 37.

The proof of this proposition depends upon eight propositions. The first of these is as follows:—

Of all the straight lines that can be drawn from a given point on a given straight line, the perpendicular is the shortest.



Let अ be the given point and ब ज the given straight line. From the point अ, draw the perpendicular अ ब. Then this line shall be the shortest of all the lines.

Proof.

Draw the line अ ज from the point अ. Then अ ब ज is a triangle formed. The angle अ ब ज is a right angle. Then the angle अ ज ब is an acute angle.* Therefore the side अ ब is less than the side अ ज.† This is just what we wished.

Prop. II.

If two perpendiculars on a line be equal and if a straight line should be drawn on the top of these two perpendiculars, then the angles formed at the point where the perpendiculars meet the line at the top shall be equal.§

Let equal perpendiculars अ ब and ज द be drawn on ब द. Let अ ज be drawn, joining their tops. There two angles are formed. These angles, ब अ ज and द ज अ, shall be equal.

Proof.

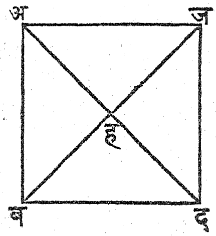
Join अ द and ब ज. They meet in इ. Then in the triangle अ ब द, the sides अ ब and ब द and the angle अ ब द are equal to the sides ज द and द ब and the angle ज द ब in the triangle ज द ब. Therefore the sides अ द and ब ज are equal, and the angles अ द ब and ज ब द are equal and the angles ब अ द and

---

* (I. 17). † (1. 19).

§ The enunciation may be better worded as follows:—
The line joining the free extremities of two equal perpendiculars to a given straight line makes equal angles with the perpendiculars.

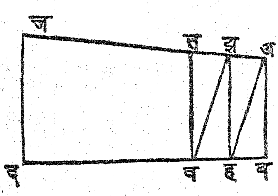
ब ज द are equal.* Thus in the triangle ह ब द, the angles ह द ब and ह ब द are equal. Then the sides ब ह and ह द are equal.† Therefore the sides अ ह and ज ह are equal.¶ Thus in the triangle अ ह ज the sides अ ह and ह ज are equal, therefore the angles ह अ ज and ह ज अ are equal.‡ But the angles द अ ब and ब ज द have already been proved to be equal. Therefore the angles ब अ ज and द ज अ are proved equal.$ This is just what we wished.



Prop. III.

If two perpendiculars on a line be equal and if a straight line be drawn, joining their tops (free extremities), then the angles formed by this line with the perpendiculars shall be right angles.

On the line द ब are drawn the perpendiculars अ ब and ज द and अ ज is also joined. Then the angles ब अ ज and द ज अ are equal§ and shall be right angles.

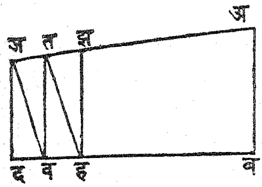


Why?

If these two angles are not right angles, then they shall be both obtuse angles or acute angles. If they are both obtuse angles, then from the point अ, draw the straight line अ ह at right angles to अ ज. || This straight line shall fall between अ ब and ज द. Then the angle अ ह द shall be the exterior angle of the triangle अ ब ह. This angle is greater than the angle अ ब ह.** But the angle अ ब ह is a right angle. Therefore the angle अ ह द is an obtuse angle. Again from the point ह, draw ह झ at right angles to ह द.″ This perpendicular shall fall between the right lines अ ह and ज द. The angle ह झ ज shall also be an obtuse angle,* being greater than the interior and opposite angle ह अ झ. Again from the point झ, draw झ व at right angles to झ ज, and from the point व, draw व त

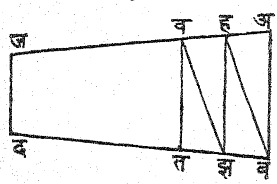
* (I. 4). † (I. 6). ¶ (3. ax.). ‡ (I. 5). $ (2. ax.). § (Prop. II). (I. 11). ** (I. 16). ″ (I. 11). * (I. 16).

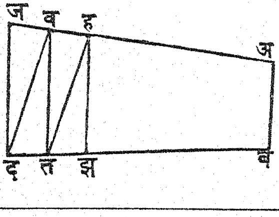
at right angles to व द.* Other perpendiculars should be similarly drawn. From the points अ, झ, and त, the perpendiculars drawn on ब द are अ ब, झ ह and त व. Of these each succeeding line shall be greater than the preceding line and अ ब shall be the smallest of all. Why? Because in the triangle अ ब ह the angle ब is a right angle, therefore the angle ह is an acute angle.† Therefore the side अ ब is less than the side अ ह.‡ Similarly in the triangle अ ह झ, the angle अ is a right angle, therefore the angle झ is an acute angle.§ Therefore the side अ ह is less than the side ह झ.¶ Similarly the side ह झ shall be less than the side झ व and झ व less than व त. The side अ ब is less than अ ह, अ ह less than ह झ, and ह झ less than झ व. Thus each succeeding line becomes greater than the preceding line. The distance of अ ज from ब द becomes greater in the direction of ज and less in the direction of अ.



Again if the angle द ज अ is also an obtuse angle, the distance of the line अ ज from the line ब द may be similarly shewn to be greater in the direction of अ. But it has already been proved that the distance in the direction of अ becomes less. This is absurd, being inconsistent.

If the angles अ and ज are acute angles, then also perpendiculars should be drawn as in the preceding case.‖ The first perpendicular should be drawn from the point ब on अ ज. These perpendiculars shall be between the lines अ ब and ज द. These अ ब, ह झ, and व त shall be each less than the preceding one. The line अ ज shall be nearer the line ब द in the direction of ज and further from it in the direction of अ.





---

* (I. 11). † (I. 17). ‡ (I. 19). § (I. 17). ¶ (I. 19).

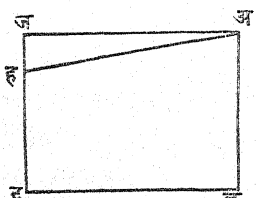
‖ In this case they are drawn to the opposite side.

Again perpendiculars should be drawn from the point द. Thus in the way described above the line अ ज shall be nearer to the line ब द in the direction of अ and further from it in the direction of ज. Thus one and the same line becomes further from and also nearer to another line in the same direction. This is absurd, being inconsistent. Therefore it is proved that the angles अ and ज are right angles. This is just what we wished.

Prop. IV.

The opposite sides of a right-angled quadrilateral figure are equal.

In the right-angled quadrilateral figure अ ब द ज, the sides अ ब and ज द shall be equal. If they are not equal, one of them must be greater than the other.



Let ज द be the greater side. From it cut off ह द equal to अ ब.* Join अ ह. Then the angles ब अ ह and द ह अ shall be right angles.† Because the perpendiculars अ ब and ह द are equal. But the angles ब अ ज and द ज अ are assumed to be right angles. Therefore the angles ब अ ज and ब अ ह are equal. But the angle ब अ ह is a part of the angle ब अ ज. This is absurd. Similarly the exterior angle अ ह द of the triangle अ ज ह is equal to the interior angle अ ज द. This is also absurd. Therefore the sides अ ब and ज द are equal. This is just what we wished.

Prop. V.

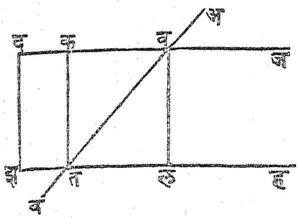
If two perpendiculars be drawn to a line and a straight line be drawn across the perpendiculars, of the four angles made by the line with each perpendicular, an angle made in one direction (of the line) by one perpendicular shall be equal to the angle made in the other direction (of the line) by the other perpendicular,‡ the exterior angle made by one perpendicular shall be equal to the interior angle (interior and opposite angle on the same side of the line) and the interior angles (on the

---

* (I. 3). † (Prop. III.). ‡ *i. e.* the alterate angles shall be equal.

same side of the meeting line) made by the two perpendiculars shall be together equal to two right angles.

To the line झ द are drawn the perpendiculars ह झ and ज द and the line अ ब falls on them. Then the (alternate) angles द व त and ह त व at the points व and त shall be equal, the exterior angle अ व ज shall be equal to the interior angle अ त ह (on the same side of the line अ ब) and the sum of the (interior) angles ह त व and ज व त (on the same side of the line अ ब) shall be equal to two right angles.



Proof.

If the lines त झ and व द be equal, then the four angles formed by them (with झ द and व त) shall be right angles.* Then what we wished to prove is evident.

If the line त झ be not equal to व द, but if व द be the greater of the two, then from द व, cut off द क equal to झ त.† Join क त. Cut off त ल equal to क व. Join व ल. Then व ल त क is a right-angled quadrilateral figure.‡ In the triangle व त ल, the sides व ल and ल त and the angle ल are equal to the sides त क, क व and the angle क in the triangle व क त. Therefore the angles क व त and व त ल are equal.§ But the angle त व क is equal to the angle अ व ज.¶ Therefore the angles अ व ज and व त ह are equal.‖ Again the angles ज व त and अ व ज are together equal to two right angles.$ Therefore the angles ज व त and व त ह are together equal to two right angles. This is just what was wished.

Cor. The line which is perpendicular to one of the two perpendiculars is also perpendicular to the other.

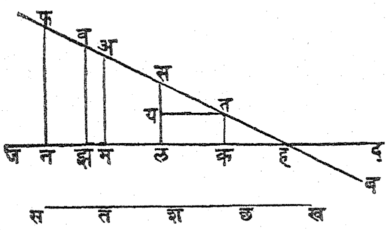
Prop. VI.

If the four angles formed by the intersection of two lines be not right angles, then a perpendicular on one of the lines shall meet the other line in the direction of the acute angle.

---

* (Prop. III). † (I. 3). ‡ (Prop. III). § (I. 4). ¶ (I. 15). ‖ (Ax. 1). $ (I. 13).

The two lines अ ब and ज द meet in ह. The angle अ ह ज is an acute angle. The angle ज ह ब is an obtuse angle. Let the perpendicular झ व be drawn on the line ज द. Then this perpendicular shall meet the line अ ब in the direction of अ.*



Proof.

In the line अ ह, take any point त. Draw the perpendicular त क on ज द.†

Let it be considered whether this perpendicular shall fall between the points झ and ह, or on the point झ, or beyond the point झ.

If it falls between झ and ह, take another line and divide it into parts equal to ह क, so that these parts may be more than those‡ into which ह झ can be divided. Let them be स त, त श, श छ, and छ ख. In the line अ ह make त स, स अ and अ फ equal to ह त.§ From the points स, अ, and फ draw the perpendiculars स ल, अ म, and फ न on the line ज द.¶ From the point त, draw the perpendicular त य on the perpendicular स ल.‖ Then in the triangle ह त क, the angle ह त क is equal to the angle त स य,$ the angle ह क त is equal to the angle त य स,** and the side ह त is equal to the side त स.†† Therefore ह क is equal to त य.‡‡ But त य is equal to ल क.§§ Therefore ल क and ह क are equal. Similarly ल म and म न are equal. Thus all the divisions of ह न are mutually equal and are also equal to the parts of ख स. Therefore the lines ह न and ख स are equal. But ख स is greater than ह झ.¶¶ Therefore ह न is greater than ह झ. Therefore the perpendicular फ न is beyond the points झ and ह; and the perpendicular व झ is within the triangle फ न ह. Therefore the perpendicular व झ, being pro-

---

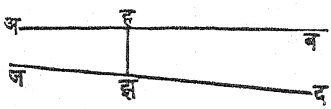
* अ ह ज being an acute angle, and not in the direction of ब, ज ह ब being obtuse. † (I. 12). ‡ Equal to ह क. § (I. 3). ¶ (I. 12). ‖ (I. 12). $ In the triangle त स य (Prop. V.). ** They being right angles. †† (Con.). ‡‡ (I. 26). §§ (Prop. IV.). ¶¶ Because ख स is divided into a greater number of parts than ह झ.

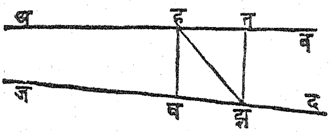
duced, meets the line फ ह, that is, it meets the line अ ब. This is just what we wished.

Again if the perpendicular त क falls on the point झ then व झ and त क shall coincide. Then there shall of course be a meeting (of the perpendicular with अ ब in the direction of अ). If the perpendicular त क is beyond the points झ and ह, then the perpendicular व झ shall be within the triangle त क ह and shall necessarily meet (the line अ ब in the direction of अ). This is just what we wished.

Prop. VII.

If a straight line falls upon two other straight lines and if the interior angles on one side are less than two right angles, then the two straight lines shall meet in that direction only.





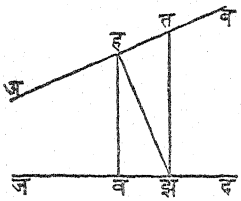
Let the line ह झ fall upon the two lines अ ब and ज द, and let the interior angles अ ह झ and ज झ ह on the same side (of the line ह झ) be less than two right angles, then the line अ ब shall meet ज द in the direction of अ and ज.

Proof.

Of the two angles mentioned above, one is either a right angle or an obtuse angle or an acute angle. If one is a right angle, the other shall be an acute angle. Then the two lines shall necessarily meet in the direction of the angles. If one angle is an obtuse angle, let अ ह झ be assumed as that angle. From the point ह draw the perpendicular ह व on अ ब and from the point झ, draw the perpendicular झ त on अ ब.* Now ह झ falls upon the two perpendiculars त झ and ह व. Then the angles व ह झ and त झ ह are equal.† But the angles अ ह झ and ज झ ह are less than two right angles,‡ and the angle अ ह व is a right angle.§ Therefore the angles व ह झ and ह झ व are together less than one right angle. Therefore the angles ह झ त and ह झ व are together less than one right angle. But the angle अ त झ is a right angle. Therefore the lines अ ब and ज द shall meet in the direction of अ and ज.

* (I. 12.). † (Prop. V.). ‡ (Hyp.). § (Cons.).

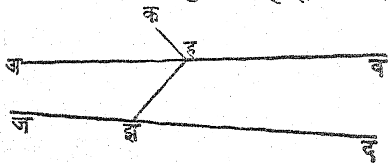
If both the angles be acute, then draw from the point ह the



perpendicular ह व on the line ज द and from झ draw the perpendicular झ त on the line ज द.* Now the angles ज झ ह and झ ह व are together equal to the angle ज झ त,† and because the angle ज झ त is a right angle,‡ therefore the angles ज झ ह and झ ह व are together equal to a right angle. Take away these angles from the angles अ ह झ and ज झ ह. Then the remaining angle अ ह व is an acute angle. The angle ज व ह is a right angle. Then the lines अ ब and ज द shall meet in the direction of अ and ज.

Alternative Proof.

If both the angles अ ह झ and ज झ ह be acute, then from the



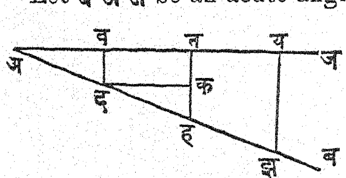
point ह draw the perpendicular ह क on the line ह झ.§ Then the angle क ह झ is a right angle, and the angle ह झ ज is an acute angle. Then the lines ह क and झ ज shall meet in the direction of ज. Therefore the lines ह अ and झ ज shall also meet in the direction of ज.

An alternative proof of Prop. VII. is based upon eight propositions. Of these five are those given above.

Prop. VI.

If one of the arms of an acute angle be divided into as many equal parts as we wish and if from the points making those parts perpendiculars be drawn on the second arm of the angle, then these perpendiculars shall divide the second arm into equal parts.

Let ब अ ज be an acute angle. Let one of its arms अ ब be



divided into equal parts अ द, द ह, and ह झ. From the points द, ह, and झ let the perpendiculars द व, ह त, and झ य be drawn on अ ज. Then these

* (I. 12). † Because the angle झ ह व is equal to the angle ह झ त (Prop. V.). ‡ (Cons.). § (I. 12).

perpendiculars shall divide the arm अ ज into the equal parts, अ व, व त, and त य.

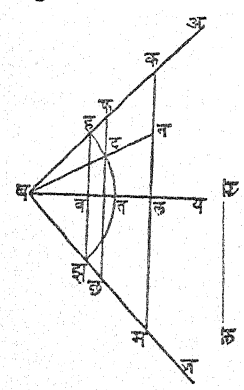
Proof.

At the point द in the line ह द make the angle ह द क equal to the angle अ.* Let द क meet ह त in क. Now in the triangles अ व द and द क ह, the angle अ is equal to the angle ह द क,† and the angle अ द व is equal to the angle द ह क,‡ and the side अ द is equal to the side द ह. Therefore the side अ व shall be equal to the side द क.§ Now as the angle अ व द is a right angle, the angle द क ह is also a right angle, being equal to it. Then द क त व is a right-angled quadrilateral figure. Therefore the side द क is equal to the side व त.¶ Therefore अ व is equal to व त, similarly त य shall be equal to अ व. This is just what we wished.

Prop. VII.

If a point be taken within the two arms of an angle, it is possible to draw a line passing through that point, equally meeting the two arms.

Let द be a point within the two arms अ ब and ब ज of the angle अ ब ज. With the center ब and the radius ब द describe



the arc ह द झ. Join the line ह झ. Bisect the angle ह ब झ by the line ब व.‖ Both the parts shall be acute angles.$ In the triangles ह ब व and झ ब व, the sides ह ब and ब व and the angle ह ब व are equal to the sides झ ब and ब व and the angle झ ब व. Therefore the angles ब व ह and ब व झ are equal.** Therefore they are right angles. Produce the line ब व to the point य. Let this line meet the arc ह द झ in the point त. Take a line representing the multiple of ब व, such that it may be greater than the line ब व त. Let that line be अ स drawn elsewhere. Divide the line ब अ into parts equal to

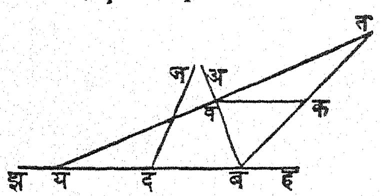
* (I. 23). † (Con.). ‡ (Prop. V.). § (I. 26). ¶ (Prop. IV.).
‖ (I. 10). $ Because the whole is an acute angle. ** (I. 4).

ब ह or its multiples. Let them be ब ह and ह क. From the points ह and क draw the perpendiculars ह व and क ल on the line ब य. These perpendiculars shall divide the line ब य into equal parts ब व and व ल.* These parts are equal to the parts of अ स.† Therefore the two parts together shall be greater than ब त. Therefore the perpendicular क ल shall fall beyond the line ब त. Cut off from the side ब ज, ब म equal to ब क‡ and draw the line ल म. Then in the triangles ब क ल and ब म ल the sides क ब and ब ल and the angle क ब ल are equal to the sides म ब and ब ल and the angle म ब ल. Therefore the angles ब ल-क and ब ल म are equal.§ But the angle ब ल क is a right angle. Therefore also the angle ब ल म is a right angle. Therefore the line क ल म is one straight line.¶ Produce the line ब द to न. At the point द in the line न द, make the angle न द फ equal to the angle द न ल.‖ Then the lines फ द and क म are parallel.$ Produce the line फ द so that it may go beyond the triangle ब क न. Let it meet the side ब क in फ and ब म in छ. Thus the line फ द छ passing through the point द meets the arms अ ब and ब ज (equally, *i. e.* making the angles ब फ द and ब छ द equal, they having respectively equal to the equal angles ब क ल and ब म ल). This is precisely what we wished.

Prop. VIII.

If a straight line falls upon two other straight lines and makes the two interior angles on the same side of it together less than two right angles, then the two straight lines shall meet in that direction only (in which are the angles which are together less than two right angles).

Let ब द fall upon the two straight lines अ ब and ज द so that the two (interior) angles अ-ब द and ज द ब (on the same side of the line ब द) are together less than two right angles. Then the two lines (अ ब and ज द) shall meet in the direction of अ and ज.



* (Preceding Prop.). † Because अ स is a multiple of ब व. ‡ (I. 3). § (I. 4.) ¶ (I. 14). ‖ (I. 23). $ (I. 27).

Proof.

Produce the line ब द on both the sides to the points ह and झ. From ब अ, cut off ब व equal to ब द.* Now the angles अ ब द and ज द ब are together less than two right angles.† But the angles अ ब द and अ ब ह are together equal to two right angles.‡ Therefore the angle अ ब ह is greater than the angle ज द ब. At the point ब in the line ब व make the angle व ब त equal to the angle ज द ब.§ त ब and ब झ are the arms of the angle ब (त ब झ). Through the point व (within the arms of the angle त ब झ), draw the line त व य meeting the two arms (त ब and ब झ). Now the angle त व ब is greater than the angle व ब द.¶ At the point व make the angle ब व क, equal to the angle अ ब द.‖ Produce the line व क so that it may meet the line त ब in क. Then the lines अ ब and ज द shall meet one another.

Proof.

Place the line ब द on the line व ब. Then the line द ज shall fall on the line ब क (or rather ब त), and the line ब अ shall fall on the line व क. Therefore the lines अ ब and ज द shall meet.

Thus end the eight propositions.

The above propositions, some of which are very intricate, are necessitated by the particular form in which the twelfth axiom is given in the text. (Vide p. 3 of the Notes).

It will be seen that though it is stated in the text (p. 37 अस्योपपत्तिरष्टभिः क्षेत्रैर्ज्ञायते) that the proof of the 29th Prop. depends upon eight propositions, only seven are given. The next eight Propositions, of which five are common, make up the alternative proof of the seventh. These seven propositions of both classes, go to prove the twelfth axiom as given by Euclid, on which rests the proof of the 29th Prop. Thus अष्टभिः क्षेत्रैः is clearly an error. It should be सप्तभिः क्षेत्रैः. The error may have arisen from the fact that there are eight propositions which make up the alternative proof of the seventh.

* (I. 3). † (Hyp.). ‡ (I. 13). § (I. 23). ¶ (I. 16), त व ब being the exterior angle of the triangle य व ब. ‖ (I. 23).

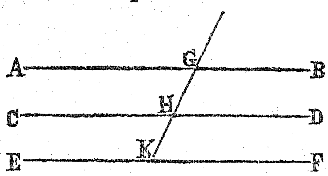
P. 48 Prop. 29.

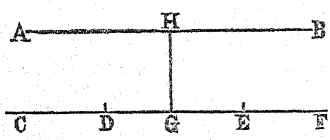
L. 22. After अन्तर्गतकोणेन, understand एकदिक्केन *i. e.* on the same side of the line.

P. 49 Prop. 30.

Bil. observes that the Prop. may be proved even by a principle only. For if the two straight lines concur on any one side, they should concur also with the middle line, and should not be parallel to it, which they are supposed to be.

The two parallel lines which are compared to one are in the text placed in the extremes and the parallel to which they are compared is placed in the middle. But the Prop. can also be proved by changing the position of the lines. Let A B and C D be both parallel to E F. Let G H K fall upon them. Now because either of the angles K H D and H G B is equal to the angle H K E (I. 29.) for they are alternate angles, therefore they are equal to one another. (I. Ax.) Therefore A B is parallel to C D. (I. 28.) Q. E. D.





P. 50 Prop. 31.

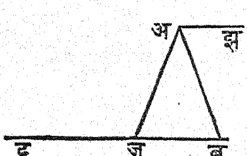
चिकीर्षिता is simply equivalent to इष्टा.

P. 50 Prop. 32.

सन्मुख=Opposite, not adjacent.

Alternative proof.

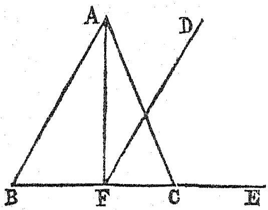
From the point अ, draw अ इ, parallel to ब द.* Then the angle इ अ ब is equal to the angle ब.† And the angle इ अ ज is equal to the angle अ ज द.‡ Therefore the angle अ ज द is equal to the angles अ and ब. This was just what we wished.



* (I. 31). † (I. 29). ‡ (I 29).

Bil. mentions another alternative proof as follows:—

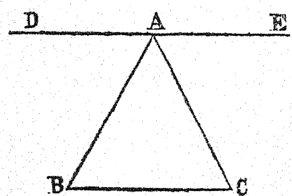
Let A B C be a triangle. Produce B C to E. In B C, take any point F. From F draw F D, parallel to A B (I. 31). Join A F.



Now because F D is parallel to A B and A F meets them, therefore the alternate angles B A F and A F D are equal (I. 29). Again because D F is parallel to A B and B C meets them, therefore the exterior angle D F C is equal to the interior and opposite angle A B F (I. 29). Therefore the whole angle A F C is equal to the angles F A B and A B-F. Similarly if from the point F a straight line be drawn parallel to C A, it may be proved that the angle A F B is equal to the angles F A C and A C F. Therefore the angles A F B and A F C are equal to the three angles of the triangle (A B C). But the angles A F B and A F C are together equal to two right angles (I. 13), therefore the three interior angles of the triangle A B C are together equal to two right angles. But the angles A C F and A C E are also together equal to two right angles (I. 13), therefore the angles A C F and A C E are equal to the three interior angles of the triangle A B C. Take away the common angle A C B. Then the remaining angle A C E is equal to the angles A B C and C A B. Q. E. D.

Endemus affirms that the latter portion of this theorem, viz., the three interior angles of a triangle are together equal to two right angles, was first found out by Pithagoras, who demonstrated it as follows:—

Let A B C be a triangle. Through the point A, draw D E, parallel to B C. (I. 31). Now because D E is parallel to B C, and A B and A C fall upon them, therefore the alternate angles are equal (I. 29). Therefore the angle D A B is equal to the angle A B C and the angle E A C is equal to the angle A C B.



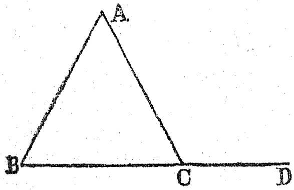
To each of these equals, add the angle B A C. Then the angles D A B, B A C, and C A E, *i. e.* the angles D A B

and B A E, are equal to the three interior angles of the triangle A B C. But the angles D A B and B A E are together equal to two right angles (I. 13). Therefore the three interior angles of the triangle A B C are together equal to two right angles. Q. E. D.

The converse of this Prop. can also be proved. It will be as follows:—

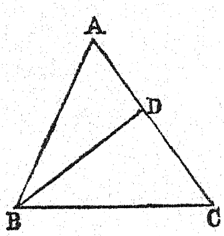
If the exterior angle of a triangle be equal to the two interior opposite angles, one of the sides of the triangle is produced and the line without the triangle is in the same straight line with the side of the triangle. And if the three interior angles of a rectilineal figure be equal to two right angles, the rectilineal figure is a triangle.

Let A B C be a triangle, and let the exterior angle A C D be equal to the two interior opposite angles, A B C and B A C. Then B C is produced to D and C D is in the same straight line with B C or B C D is one right line.



For since the angle A C D is equal to the two angles A B C and B A C, add to each of these equals the angle A C B. Then the angles A C D and A C B are together equal to the three interior angles of the triangle A B C. But the three interior angles of the triangle A B C are together equal to two right angles (Hyp.), therefore the angles A C D and A C B are together equal to two right angles. Therefore C D is in the same straight line with B C (I. 14).

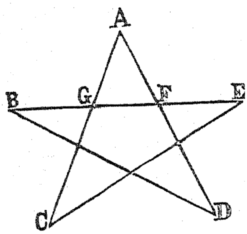
Again suppose A B C to be a rectilineal figure, having only three angles, at the points A, B, and C and these together equal to two right angles. Then A B C is a triangle. First A C is one right line. For in it, take any point D and join B D. Now in the triangles A B D and B C D, the three interior angles are together equal to two right angles (I. 32) and the angles at A, B and C are together equal to two right angles (Hyp.)



therefore the remaining angles, viz., A D B and C D B are together equal to two right angles. Therefore A D C is one right line (I. 14). Similarly A B may be proved to be one right line and so may B C be proved to be one right line. Therefore the figure A B C is a triangle. Q. E. D.

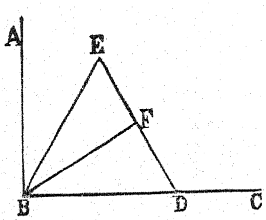
From this Prop. it is evident that every pentagon which is so described that each side of it intersects two of the other sides, has its five angles equal to two right angles.

Let A B C D E be such a pentagon as is required. Then all its five angles shall be together equal to two right angles.



Now the exterior angle A F G is equal to the two interior opposite angles at B and D in the triangle B F D (I. 32). Similarly the exterior angle F G A is equal to the two interior opposite angles at C and E in the triangle C G E (I. 32). But the two angles A F G and F G A together with the angle G A F are the three interior angles of the triangle A G F and are therefore equal to two right angles (I. 32). Therefore the four angles at the point B C D E together with the angle at the point A are together equal to two right angles. Q. E. D.

By the aid of this Prop. a right angle can be trisected.



Let A B C be a right angle. It is required to trisect it.

In B C, take any point D. Upon B-D, describe the equilateral triangle B-D E (I. 1). Bisect the angle E B D by the line B F (I. 9). Then the right angle A B C is divided into three equal parts by the lines B E and B F.

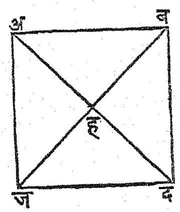
The triangle E B D is equilateral and therefore equiangular. The angle E B D is therefore two thirds of a right angle (I. 32). Therefore the remaining angle A B C is one third of a right

angle. But the angle E B D is bisected. Therefore the two angles E B F and F B D are, each, one third of a right angle. Q. E. F.

Prop 33 p. 51.

Alternative proof.

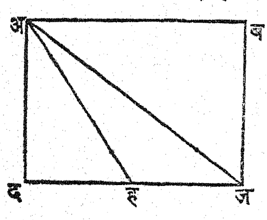
Join अ द and. ब ज cutting each other in ह. Then in the triangles अ ह ब and ज ह द the angle अ ह ब is equal to the angle ज ह द* and the angle अ ब ह is equal to the angle द ज ह,† and the side अ ब is equal to ज द. Then the side अ ह is equal to द ह and ब ह to ज ह‡. Again in the triangles अ ह ज and ब ह द, the sides अ ह and ह ज and the angle अ ह ज are respectively equal to the sides द ह and ब ह and the angle ब ह द. Therefore the sides अ ज and ब द are equal and the angles अ ज ह and द ब ह are equal§. Therefore the side अ ज is parallel to the side ब द¶. This was exactly what we wished.



Prop. 34 p. 52.

Alternative proof.

If the side अ ब be not equal to ज द, let it be equal to ज ह. Draw the line अ ह. This line shall be parallel to ब ज. But the line ब ज is parallel to अ द. Therefore the lines अ ह and अ द are parallel. This is absurd. Similarly the line अ द shall be equal to the line ब ज.



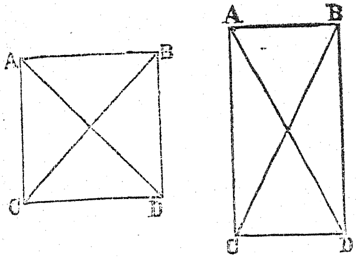
If the angle ब अ द be not equal to the angle ब ज द, let the angle ब अ ह be equal to the angle ब ज द.‖ Join अ ज. Then the angles ब अ ज and ह ज अ are equal$ and the angle ज अ ह is equal to the angle अ ज ब**. But the angle ज अ द is equal to the angle अ ज ब. This too is absurd. Similarly the angle ब is equal to the angle द. The triangle अ द ज is equal to the triangle अ ब ज. This was exactly what we wished.

---

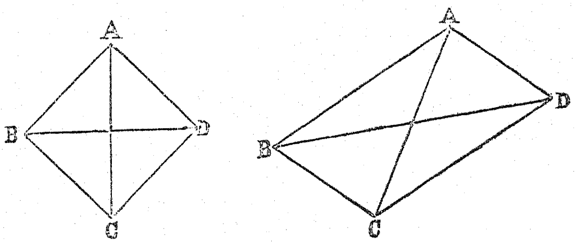
* (I. 15). † (I. 29). ‡ (I. 26). § (I. 4). ¶ (I. 27).
‖ (I. 23). $ (I. 29). ** (I. 29).

This alternative proof is the indirect proof of the Prop.

A parallelogram is either a square or an oblong or a rhmobus or a rhomboid. In a square and in an oblong, the diameters are equal. In the square and in the oblong A B D C, the diameters B C and A D may be shewn to be equal by applying Prop. 4 to the triangles A B C and A C D.



But in a rhombus and in a rhomboid, the diameters are not



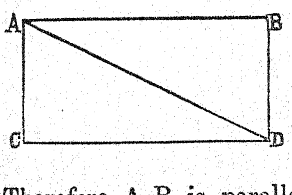
equal. In the rhombus and the rhomboid A B C D, the diameters A C and B D may be proved to be unequal by applying Prop. 24 to the triangles A B C and B C D.

Similarly it may be shewn that in a square and in a rhombus the diameters not only divide the figures into two equal parts, but they also bisect the angles. But in an oblong and a rhomboid, the diameters do not bisect the angles.

Bil. shews that the converse of this Prop. after Proclus is as follows:—

If a rectilineal figure whatever have its opposite sides and angles equal, then it is a parallelogram.

Let A B D C be a rectilineal figure, having its opposite sides and angles equal. Then it shall be a parallelogram. Join A D. In the triangles A B D and A C D, the angles B A D and B D A may be proved to be respectively equal to the angles A D C and C A D (I. 8).



Therefore A B is parallel to C D and A C to B D (I. 27).

Prop. 35 p. 53-54.

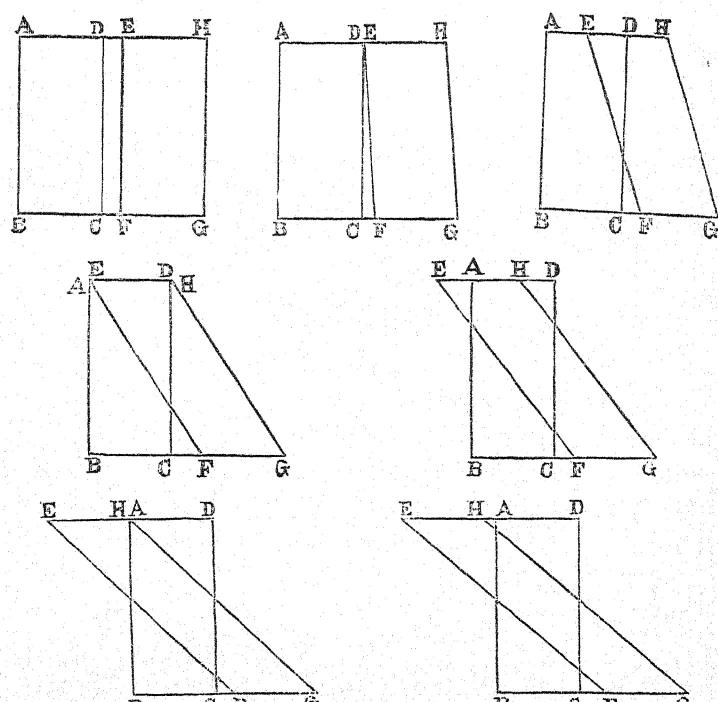
In the first case in which the point ह falls outside अ द, and ब ह and ज द cut one another in व, from the two equal triangles अ ब ह and ज द झ, first take away the triangle व द ह and then add the triangle व ब ज, and the result will be the two parallelograms अ ब ज द and ह ब ज झ which are equal to one another.

In the second case the points ह and द coincide. Here the parallelograms will be obtained simply by adding the triangle द ब ज to the equal triangles अ ब द and ज द झ.

In the third case in which the point ह falls between अ ब and अ द, the parallelograms will be obtained by adding the four-sided figure ह ब ज द to the equal triangles अ ब ह and ज द झ.

Prop. 36 p. 54-55.

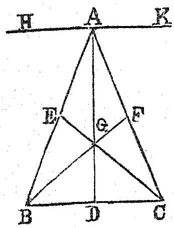
For this Prop. many figures are possible, such as the following:—



Prop. 38 p. 55-56.

With the help of this Prop. a triangle may be divided into two equal parts.

Let A B C be a triangle. It is required to divide it into two equal parts. Bisect B C in D (I. 10) and join A D. Through A draw H A K parallel to B C (I. 33). Then the triangles A B D and A D C are equal (I. 38). Similarly by bisecting A B and A C in E and F and joining E C and F B, and drawing parallels through C and B to A B and A C the triangles E B C and A E C and the triangles A B F and B F C may be proved to be equal.



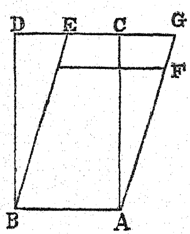
Prop. 39 p. 56.

This Prop. and the next one are the converse of Prop. 37 and 38 respectively.

In this Prop. what is stated with regard to triangles is applicable to parallelograms also.

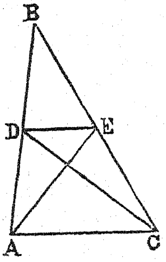
If upon the same base and on the same side of it, there be two equal perallelograms, then they shall be between the same parallels.

Upon the same base A B and on the same side of it, let there be two equal parallelograms A B D C and A B E G. Then they shall be between the same parallels. If they are not between the same parallels, let one of them be set either within or without. Let the parallelogram B F which is equal to the parallelogram A B D C be set within the same parallel lines. Then B F shall be proved equal to A B E G which is absurd (9 ax.). Therefore the parallelograms A B D C and A B E G shall be between the same parallels.



By the help of this Prop. it may be proved that if a right line divide two sides of a triangle into two equal parts, it shall be equidistant to the third side. Bil. mentions this as an addition of Campanus.

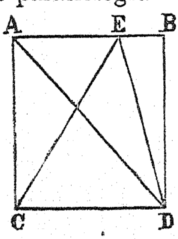
Let A B C be a triangle and let the right line D E divide the two sides A B and B C into two equal parts in the points D and E. Then D E shall be parallel to A C. Join A E and D C. The triangles B D E and A D E are equal (I. 38) and so are the triangles B D E and C D E (I. 38). Therefore the triangles A D E and C D E are equal (I. *Ax.*). Therefore A C is parallel to D E (I. 39.). Q. E. D.



Prop. 41 p. 57.

This prop. has two cases; for the base being one, the triangle may have its vertex without the parallelogram or within. The first case is proved in the book. The figure for the second case is as under:—

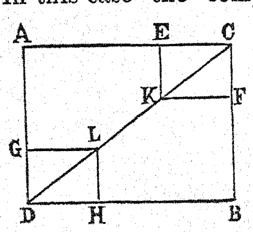
The parallelogram A D is double of the triangle A C D (I. 34). But the triangle A C D is equal to the triangle E C D (I. 37). Therefore the parallelogram A D is double of the triangle E C D. Q. E. D.



Prog. 43 p. 58–59.

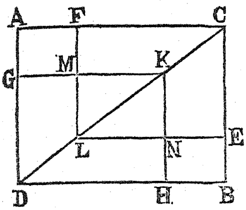
This prop. has three cases only. The parallelograms about the diameter may either touch one another in a point or are severed from one another by a certain part of the diameter or cut one another. The first case is the one proved in the text. The second case is represented by the following figure:—

In this case the complements A G L K E and B F K L H are not parallelograms. But they can be proved to be equal in the same way as in the case in the text.

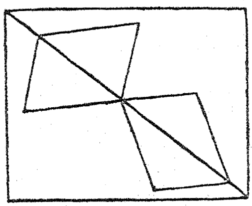


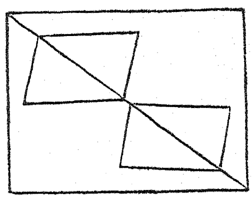
The following is the figure for the third case:—

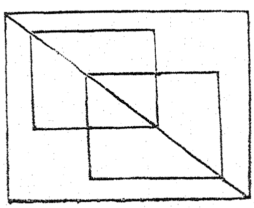
In this case the parallelogram E F cuts the parallelogram G-H. In this case the trapezium G M-L D may be proved to be equal to the trapezium L N H D and finally the complement A M to the complement E H.



It may be noted that in each of the three cases the parallelograms about the diameter may not have one angle common with the whole parallelogram; still the demonstration in each of these cases will be the same. The following will be the figures for these cases:—



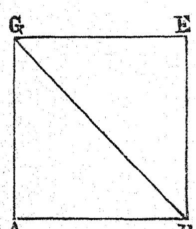


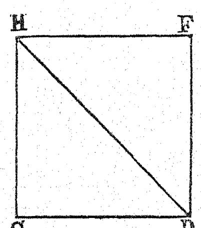


Prop. 46 p. 60.

Squares described on equal lines are equal.

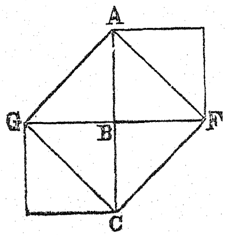
Let A B and C D be equal. Then the squares E A and C F shall be equal to one another. The triangles A B G and C D H are equal (I. 4) and their doubles are equal. Q E D.





The converse of this is also true. If the squares be equal, the lines upon which they are described are also equal.

Let A F and C G be equal squares described upon the lines A B and B C. Then the lines shall be equal. Put the lines A B and B C in such a way that they may form one straight line. Then F B and B G shall also be in one and the same straight line (I. 14). Join A F, F C, C G, and G A.



The triangle A B F is equal to the triangle C B G (I. 34 and 7 *Ax.*). To each of these equals add the triangle B C F. Then the whole triangle A F C is equal to the whole triangle G F C, and they are upon the same base C F. Therefore C F is parallel to A G (I. 39). Again the alternate angles A F G and F G C are equal, each being half a right angle. Therefore A F is parallel to C G (I. 27). Therefore A F is equal to C G (I. 34). Now in the triangles A B F and C B G the angles B A F and A F B are equal to the alternate angles B C G and C G B respectively and the sides adjacent to these angles are equal, viz., G C and A F; therefore A B is equal to B C and G B to B F (I. 26). Q. E. D.

Prop. 47 p. 62.

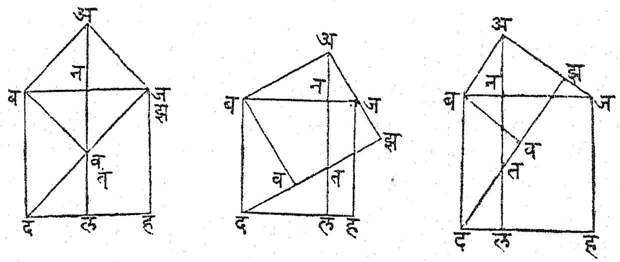
Alternative proof.

In this case the triangle and the square on the hypotenuse are to be placed as in the above case; and the line अ ल also is to be drawn as in the above case. But the square ब झ on अ ब is to be placed on the triangle.* Now the side ब अ may be either equal to or greater or less than ज अ. Then in these cases झ will respectively coincide with ज or fall outside अ ज or in the line अ ज. Join द व. Now the angles अ ब व and ज ब द are right angles† and therefore equal. Take away the common angle ज ब व from both. Then the remaining angle अ ब ज is equal to the remaining angle व ब द. Again अ ब is equal to ब व and ब ज to ब द and the angle अ ब ज is equal

* In other words, the squares on अ ब and अ ज should be described on the same side as is the triangle अ ब ज.

† Both being angles of squares.

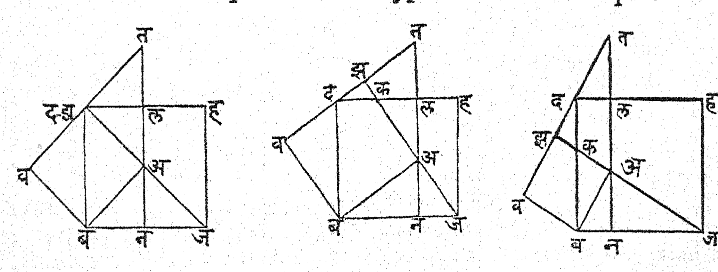
to the angle व ब द (in the triangles अ ब ज and ब व द), therefore the angle ब व द is equal to the right angle ब अ ज. Therefore द व झ is one straight line,* and is parallel to अ ब.† Let द-व झ meet अ ल in the point त. Now when अ ब is equal to अ ज the angle न अ ज is equal to the angle ज व अ, the angle अ झ व is a right angle, the point त will coincide with व and द त ज



shall be one straight line. Or (*i. e.* in other cases) the point त shall not be on व or shall be another point (in other words, the two points shall not coincide with one another). If अ ब be greater than अ ज, the point त shall be on the line झ व, or shall fall without the line झ व (when अ ज is greater than अ ब). Thus in all the three figures the figures ब अ झ व and ब अ त द shall be equal.‡ Similarly the figures ब अ त द and ब न ल द shall be equal.§ Then the figure ब अ झ व shall be equal to the figure ब न ल द. Again in the same way the square on the side अ ज shall be equal to the quadrilateral figure ज ल.

Another alternative (p. 63).

In this case the square on the hypotenuse is to be placed on



the triangle (*i. e.* is to be described on the upper side of the

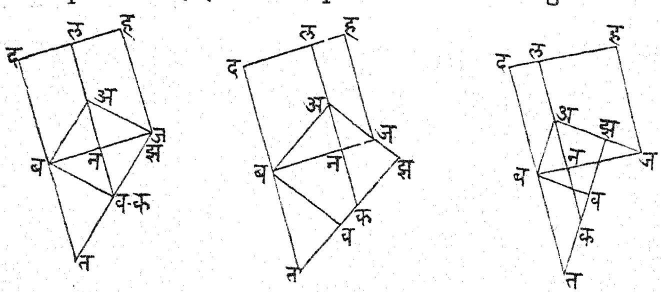
* (I. 14). † (I. 29). ‡ (I. 35). § (I. 35).

hypotenuse) and the square on the side अ ब is to be placed outside the triangle. Produce* the line ज अ. It will meet the point द if अ ब is equal to अ ज. Or it will meet the line द ह in क if अ ब is greater than अ ज. Or it will meet the line द ब in क if अ ब is less than अ ज.

Thus in all the three cases the perpendicular ब व is to be drawn on अ ब, and from the point द the perpendicular द व on the line ब व.† Again the line अ क is to be so drawn that it will meet the line द व in the point झ.* In the triangles द व ब and अ ब ज the side द ब is equal to ब ज, the angle व is equal to अ,‡ and the angle द ब व is equal to the angle ज ब अ,§ therefore the sides अ ब and ब व are equal,¶ and the figure अ ब-व झ shall be the square on अ ब and fall outside the triangle. Again produce the sides व द and अ ल so as to meet in the point त. Then the figure द ब अ त is equal to the square अ ब-व झ.‖ But the figure द ब अ त is equal to the figure द ब न ल.‖ Therefore the square on अ ब (अ ब व झ) is equal to the figure द ब न ल.$

Another alternative (p. 64).

The square on अ ब is to be placed on the triangle. In this



case the point झ** shall coincide with ज, if the two sides are equal, or fall outside the side अ ज if अ ब is greater than अ ज, or fall on अ ज if अ ब is less than अ ज. Now the angle न अ ज

---

* The figure thus constructed shall be proved to be a square on अ ब.
† (I. 12). ‡ Both being right angles. § Take away the angle द ब अ from the right angles अ ब व and द ब ज and there will remain the equal angles द ब व and ज ब अ. ¶ (I. 26). ‖ (I. 35). $ Similarly the square of अ ज may be proved to be equal to न ज ह ल.

** One of the angular points of the square on अ ब.

shall be equal to the angle ज ब अ,* Then produce the line अ न so as to meet झ व (or झ व produced) in क. Then the point क shall coincide with व if अ ब is equal to अ ज or fall on झ व if अ ब is greater than अ ज, or fall outside झ व if अ ब is less than अ ज. Then produce द ब and झ क so as to meet in त.

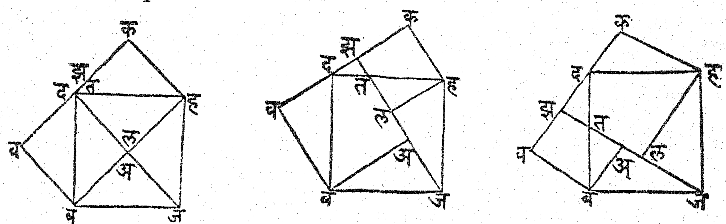
Then in the triangles अ ब ज and अ क झ the side अ ब is equal to अ झ and the angles ब अ झ and अ ब ज to अ झ क and झ अ क respectively, therefore अ क is equal to ब ज.† ब त, which is equal to द ब is, equal to अ क‡. The figure अ त is equal to द न§. It is also equal to the square अ ब व झ¶. Then the figure द न is equal to the square on the side अ ब.

Similarly the square on the side अ ज shall be equal to the figure ज ल. Again the square on अ ज should be placed on the triangle अ ब ज or outside the triangle अ ब ज. This was just what we wished.

Another alternative (p. 65).

In the foregoing cases the proof was given by dividing the square on the hypotenuse into two parts by the line अ ल. Now the proof shall be given without dividing the square on the hypotenuse into two parts.

Let the square on the hypotenuse be placed on the triangle$.



* From the right angles द ब ज and ब अ ज, take away the alternate angles द ब अ and ब अ न which are equal (I. 29), then the remaining angles ज ब अ and न अ ज shall be equal.

† (I. 26).

‡ In the triangles अ ब ज and ब व त, the angles अ and व are equal being right angles and the angles त ब व and अ ब ज are equal, since each of them, plus व ब ज is a right angle, and the side अ ब is equal to ब व, therefore ब ज is equal to ब त (I. 26). But ब ज=द ब.∴ द ब=ब त. But द ब=ब ज=अ क .∴ ब त=अ क.

§ (I. 36).

¶ (I. 35).

$ And the square on अ ब outside the triangle.

Produce ज अ so that it may meet the square in the point त. If अ ब is equal to अ ज, the point त shall coincide with द. If अ ब and अ ज are unequal, the point त shall fall on द ह or द ब. From the point द, draw the perpendicular द झ on the side अ ज. Produce this perpendicular on both the sides. Again on this perpendicular (produced) draw the two perpendiculars ब व and ह क from the points ब and ह*. From the point ह, draw the perpendicular ह ल on the line ज झ†. Then when the sides अ ब and अ ज are equal, the perpendicular ह ल shall meet the point अ and ह ल अ ब shall be one straight line. But if the two sides be unequal, the perpendicular ह ल shall fall on a point other than अ (*i. e.* the points ल and अ shall not coincide). In the triangles अ ब ज, व ब द, क द ह, and ल ज ह, the sides ब ज, ब द, द ह and ह ज are equal, the angles अ, व, क, and ल are equal, and the remaining angles are also equal‡, therefore these four trangles are equal. Therefore the figure अ व is a square. It is the square on अ ब. The figure ल क is also a square. It is the square on अ ज. These two squares are equal to the square ब ह.

Proof.

The sum of the triangles ब द व and द क ह is equal to the sum of the triangles अ ब ज and ह ल ज. If the rest of the figure be added to the first two triangles, then it would form the first two squares; and if it be added to the second two triangles then it would form the square on the hypotenuse.

---

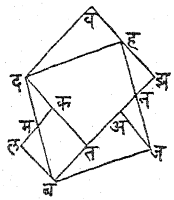
* (I. 12).

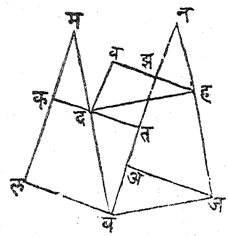
† (1. 12).

‡ In the triangles अ ब ज and द ब व, the angles अ ब ज and द ब व are equal bacause they both make up a right angle with the angle अ ब द. Similarly in the triangles अ ब ज and ल ज ह, the angles अ ब ज and ल ज ह are equal, because they make up a right angle with the angle अ ज ब. In the triangles द व ब and द क ह, all the angles at द are equal to two right angles and are therefore equal to the angles of द क ह. From these take away the right angles द क ह and ह द ब, then the angles व द ब+क द ह=क द ह+क ह द. Therefore the angle ब द व=क ह द.

Another alternative (p. 66).

If the two sides अ ब and अ ज are unequal and the square on अ ब is not made to fall on the side अ ब as the square on अ ज is not made to fall on अ ज, then the side ब अ should be so produced that it may meet ज ह (or ज ह produced) in the point न. From the points ह and द draw the perpendiculars ह झ and द त on the line ब अ* (or ब अ produced). Produce ह झ, and from the point द draw the perpendicular द व on the line ह झ.* Make त क equal to त ब†, and draw क ल parallel to त ब‡. This line (or this line produced) shall meet द ब (or द ब produced) in the point म. From the point ब draw the perpendicular ब ल on the line क ल*. Then the triangles अ ब ज, त द ब, and व द ह shall be equal§. The squares ल त and द झ shall be the squares on अ ज and ब अ. Again the triangles ल ब म and अ ज न are equal to one another and so are the triangles द म क and ह न झ. Then the sum of the triangles ल ब म and द ब त is equal to the sum of the square ल त and the triangle ह न झ.¶ This (The square ल-त + the triangle ह न झ) is equal to the triangle ब न ज‖. The triangle व द ह is to be added to the first sum, त द ब to the second sum, and the figure द त न ह to both the sums when अ-ब is greater than अ ज, and one part (द त स putting स where झ त meets द ह) of the figure द न त ह is to be added and the other (स न ह) to be subtracted when अ ब is less than अ ज.$





---

* (I. 12). † (I. 3.). ‡ (I. 31).

§ They can be proved equal in the same way as in the preceding case.

¶ ∵ द न म = ह न झ.

‖ ∵ The triangles ल ब म + द ब त = ब न ज.

$ ल ब म + द ब त = ल त + ह न झ

,, = ब न ज

∴ ल त + ह न झ = ब न ज

ल त + ह न झ + व द ह + द त न ह = ब न ज + त द ब + द त न ह

∴ ल त + त व = ज द. (when अ ब 7 अ ज).

ल त + ह न झ + व द ह + द त स — स न ह

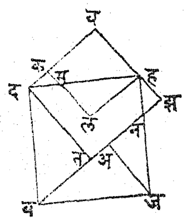
= ब न ज + त द ब + द त स — स न ह

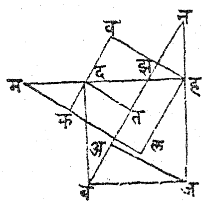
∴ ल त + त व = ज द (when अ ब ∠ अ ज).

Then the two squares shall be equal to the square on the hypotenuse.

Another alternative (p. 67).

If the square on one side should fall into the square on the other side, then make up the figures as in the above case. But व क must be made equal to व ह*. Draw क ल and ह ल parallel respectively to व झ and व द†. Produce them so as to meet in the point ल. Then the line क ल (or क ल produced) shall meet the line द ह (or द ह produced) in the point म.





Now the three triangles (अ ब ज, ब द त, and व द ह) being equal, ह ल and अ ज being (consequently) equal, and the angles being equal, it is proved that the two triangles ह ल म and ज अ न are equal to one another. Again द क and ह झ being equal, the triangles द क म and ह झ न are equal to one another‡. Then the sum of the triangles द व ह and म ल ह is equal to the sum of the square व ल and ह न झ. This sum (*i. e.* the latter sum) is equal to the triangle ब न ज§. To the first sum (व ल+ह न झ) add the triangle द व ह and to the second sum (ब न ज) add the triangle त द ब and add the figure ह द त न to both the sums if अ ब is greater than अ ज; but if अ ब is less than अ ज, then add one part (द त स, स being the point where द ह meets त झ) to both the sums and subtract the other part

---

* (I. 3). † (I. 31).

‡ <झ=<क, <व द त=<ल ह झ, and <ह द त=<ल ह न (both being equal to <व ह द, ह द त and व ह द being alternate angles and ल ह न and व ह द make up each a right angle with द ह ल). Therefore the remaining angles क द म and न ह झ are equal, and the third angles द म क and ह न झ are equal (I. 32 and 3 ax.). This proof applies to the case in which अ ब>अ ज. In the other case <क द म may be shown to be equal to <न ह झ as under:—

Angles at द and ह are together equal to two right angles. From these take away क द त and ल ह व which are each a right angle. Then <म द क+<त द झ=<झ ह न+<ल ह ज. But <त द झ=<व ह द (I, 29) and <व ह द=<ल ह ज (both making up one right angle with the complement द ह ल). Therefore <म द क=<झ ह न.

§ Because the former sum is equal to the triangle ब न ज.

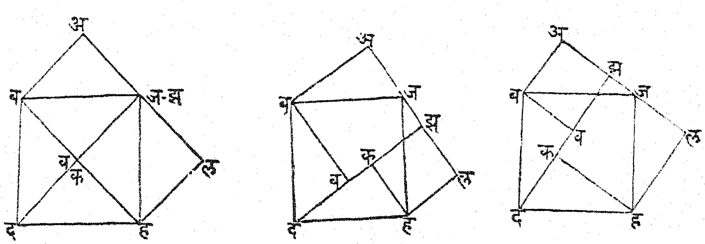
(न स ह) from the same sums. Then the squares व ल and व त are equal to the square द ज*.

Page 67 L. 18 पूर्वयोगे = पूर्वकथितोभययोगे = To both the sums mentioned before.

Another alternative (p. 68).

In this case the figures are to be so described that the square on the hypotenuse may not fall on the triangle and the square on one side may fall on the triangle.

As the square अ झ व ब on the side अ ब falls on the triangle.



Then the point झ shall coincide with the point ज when the two sides are equal. If the two sides are unequal, then the point झ shall either fall within the side अ ज or without it. Join द व. Then it can be proved as shewn before that द व झ is one straight line. From the point ह draw the perpendiculars ह क and ह ल on this line (द व झ) and on अ झ† (or अ झ produced). Then ह क व ब shall be one straight line when the two sides are equal. Then the two sides are unequal, the perpendicular ह क shall fall within झ व or व द. Now the four triangles (अ ब ज, ब व द, क द ह, and ज ह ल) being equal, ह क and ह ल being (consequently) equal, it is proved that the figure क-ल is the square on the side अ ज. Again the sum of the triangles अ ब ज and ल ज ह being equal to the sum of the triangles क द ह and व ब द, by adding the two remaining figures it is

---

* व ल + ह न झ + द व ह + ह द त न = ब न ज + त द ब + ह द त न.

∴ व ल + ब त = द ज when अ ब > अ ज.

व ल + ह न झ + द व ह + द त स (स being the point where द ह meets त झ)

— न स ह = ब न ज + त द ब + द त स — न स ह.

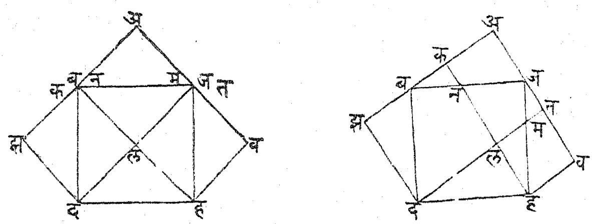
∴ व ल + व त = द ज.

† (I. 12).

proved that the squares on the two sides are equal to the square on the hypotenuse.

Another alternative (p. 68-9).

In this case it is desired that the square of none of the sides should fall on the triangle. Describe the triangle. Describe the square on the hypotenuse. Produce the two sides. From the points द and ह, draw the perpendiculars द झ and ह व on the two sides*. Draw द त and ह क parallel to the two sides.†



These two shall meet in the point ल and shall meet the lines ज ह and ज ब (or ज ह and ज ब produced) in the points म and न. Then the points ब, क, न and the points ज, त, म shall coincide with one another if the two sides (of the given triangle) are equal. If the two sides are unequal, each set of these three points shall form a triangle. Now the equality of the triangles अ ब ज, झ द ब, ल द ह, and व ज ह is proved. Therefore the figures झ ल and ल व are the squares on the two sides. ब क and ज त being equal‡ and the angles being equal§, it is proved that the triangles ब क न and ज त म are equal. Similarly the triangles द म ह and ह न ज are equal.¶ If the triangle म ल ह

---

* (I. 12). † (I. 31).

‡ अ ब=ज व, अ क=ल त=ह व=त व.∴अ ब—अ क=ज व—त व.∴ब क=ज त.

§ <अ ज ब+ <म ज त= ⊥ angle.

<अ ज ब+ <अ ब ज= ⊥ angle.

∴ <म ज त= <अ ब ज *i. e.* <क ब न.

One angle in both is a right angle ∴ all the angles are equal.

¶ <ब द म= <द म ह (I. 29). <ब द म=झ ब द (I. 29) < झ ब द=

<ह न ज as both make up a right angle with <न ब क.

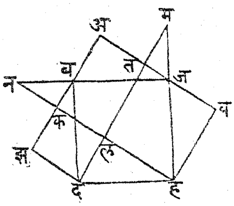
∴<द म ह= <ज न ह.

Other angles and one side may be proved equal in both, so the triangles are equal (I. 26).

be subtracted from both the figures, then the remaining figure न ल म ज shall be equal to the triangle द ल ह. It shall also be equal to the triangle ज व ह (for the triangle द ल ह is equal to the triangle ज व ह). It shall also be equal to the sum of the figure म व ह त and the triangle ब क न. If the two equal triangles द ल ह and द झ ब be added respectively to the two preceding equals and the figure न ब द ल and the triangle म ल ह be added to the two preceding figures, then the square on the hypotenuse shall be equal to the squares on the two sides*.

It may be noted that the latter part of the proof does not apply to the third figure in which अ ब is less than अ ज.

For the third figure the proof may be modified as under:—



△ह न ज = △द म ह.

ह न ज − ब क न = द म ह − म त ज (∵ ब क न = म त ज).

ह क ब ज = द ह ज त.

„ = व ल (∵ द ल ह = ज व ह).

ह क ब ज + द ल ह + द ल स (स being the point where ल क meets ब द)
− ब क स = व ल + झ ब द + द ल स − ब क स (∵ द ल ह = झ ब द).

∴ ह ब = व ल + झ ल.

---

* △ह न ज = △द म ह

ह न ज − म ल ह = द म ह − म ल ह

∴ न ल म ज = द ल ह

„ = ज व ह

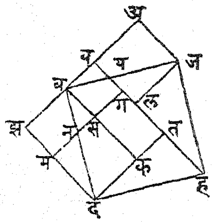
„ = म व ह त + ब क न (∵ ज त म = ब क न).

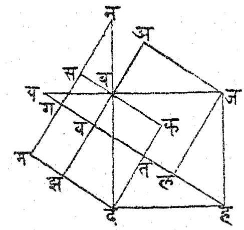
न ल म ज + द ल ह + न ब द ल + म ल ह = म व ह त + ब क न + द झ ब +
न ब द ल + म ल ह (∵ द ल ह = द झ ब)

∴ ह ब = व ल + झ ल.

Another alternative (p. 70.)

In this case if the square on cne side falls on the other, then if the two sides are equal, the case is clear. But if the sides be unequal, produce the side अ ब. On अ ब (or अ ब produced) draw the perpendiculars





द झ and ह व from the points द and ह.* Let ह व and ब ज (produced if necessary) meet in य. Again from the point द draw the perpendicular द त on ह व, from ब, draw the perpendicular ब क on द त (or द त produced) and from ज draw the perpendicular ज ल on ह व.* Make द म equal to द क in the direction of झ.† Draw the line म न स ग parallel to द क.‡ This line shall meet the line द ब (or द ब produced) in the point न, ब क (or ब क produced) in स, and ह व in ग. Then it is certain that the triangles अ ब ज, ल ह ज, त ह द, झ द ब, and द ब क are equal. Therefore the figures क म and झ त are the squares on the two sides (of the given right-angled triangle). Again म द and ज ल being equal and the angles being equal, the triangles म द न and ल ज य are proved equal. Again ब स and ब व being equal and the angles being equal, the triangles ब न स and ब व य are equal to one another. Then the sum of the triangles म न द and ब द क is equal to the sum of the four-sided figure म क and the triangle ब व य.§ This (the latter) sum is equal to the triangle ह ज य.¶ Again the triangle झ द ब should be added to the first sum and त द ह to the second sum and the figure ब द त य to both the sums if अ ब is greater than अ ज; but if it be less, then one part (फ त द, फ being the point in which ब द meets व त) is to be added and the other (ब य फ) is to be sub-

---

* (I. 12).

† (I. 3).

‡ (I. 31).

§ ∵ △ ब न स = △ ब व य.

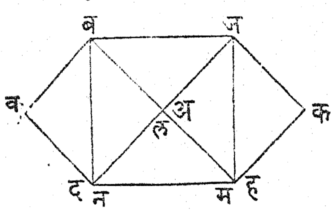
¶ ∵ म न द + ब द क = ल ज य + ह ल ज = ह ज य.

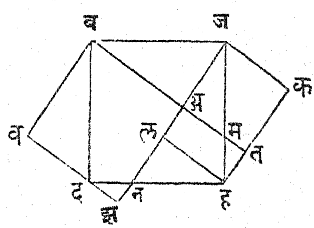
tracted. Then the squares म क and झ त are equal to the square ब ह.*

In the cases shewn above, other alternatives are possible but they are passed over through the fear of prolixity.

Another alternative (p. 70–1).

When the squares of the sides fall on themselves, then there are eight cases. In the first case, having drawn the figure in such a way that the square of the hypotenuse falls on the triangle, produce the sides ब अ and ज अ so that they may meet the square on the hypotenuse in the points म and न. The points म and न shall fall respectively on ह and द if the two sides are equal or shall fall on the two sides (produced if necessary) if the two sides are unequal. From the points द





and ह, draw the perpendiculars द झ and ह त on both the sides thus produced.† Produce these two (perpendiculars द झ and ह त). From the points ब and ज, draw the perpendiculars ब व and ज क† so that they may meet the produced perpendiculars in the points व and क. When the two sides are unequal, let ब अ be assumed to be greater than अ ज. From the point ह draw the perpendicular ह ल on the line ज झ.† This perpendicular shall fall on a point other than अ when the two sides are unequal, and shall fall on the point अ when the sides are equal.

---

*म न द + ब द क = म क + ब व य

म क + व व य = ह ज य

म क + ब व य + झ द ब + ब द त य = ह ज य + त द ह + व द त य.

∴ म क + झ त = ब ह.

In the other case म क + व व य + झ द व + फ त द − व य फ = ह ज य + त द-ह + फ त द − ब य फ

∴ म क + झ त = ब ह.

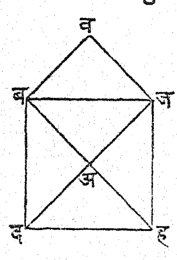
† (I 12).

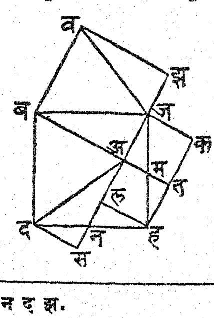
Now the figures ल क and अ व are squares and equal to the square on the line ब द when the two sides are equal. When they are unequal, then the figures अ क and अ च shall be squares and the figure ल क shall be right-angled, but shall have its sides unequal. Again the triangles अ ब ज, क ह ज, ल ह ज, and व ब द are equal. The triangles अ ज म and ल ह न are equal as the angles are equal and the sides अ ज and ल ह are equal. Then ज म and ह न shall be equal. Therefore म ह and न द shall be equal. Therefore the triangles ह म त and द न झ shall be equal. The triangles अ ज म has already been proved equal to the triangle ल ह न. If to these two the figure ल अ ह म be added, then the figure न अ म ह shall be equal to the triangle ल ह ज and also to the triangle ह ज क and consequently to the figure म ज क त and to the triangle न द झ*. If to these two be respectively added the triangles अ ब ज and व ब द, then the figure न अ म ह together with the triangle अ ब ज shall be equal to the figure म ज क त together with the triangles द न झ and व ब द. Again add to both the figure द ब अ न and the triangle अ ज म. Then from the first sum will arise the square ब ह and from the second the squares अ व and अ क. This was just what was wished.

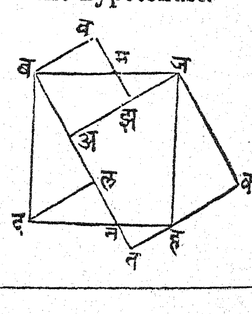
In the same way it may be proved when ब अ is less than अ ज.

Another alternative (p. 72–3).

When the square of the hypotenuse and one square, named अ व, fall upon the triangle, and when the two sides are equal, then what I wish to prove is evident. Why ? Because the triangles that are formed are equal. Of these, the sum of the two triangles is equal to the square on a side and the sum of the four triangles is equal to the square on the hypotenuse.







* ∵ △ह म त = △न द झ.

But if अ ब is greater than अ ज, then describe the square of it. Produce ज अ so that it may cut the line द ह in न and go out. From the points द and ह draw the perpendiculars द स and ह ल on that line.* From the point ज, draw the perpendicular ज-क on the line अ ज. Again from the point ह draw the perpendicular ह क on the perpendicular ज क.* Again produce the line ब अ so that it may cut ज ह in the point म and meet the perpendicular in त. The figure अ क may be proved to be a square as before. Join ज व and द अ. अ ज and ह ल being equal and the angles अ ज म and ल ह न being equal, the triangles अ ज म and ल ह न are proved equal. Then by adding to these equals the figure ल अ म ह it is proved that the figure न अ म ह is equal to the triangle ल ज ह and consequently to the triangle ह ज क. Again ज म and ह न being equal, the remaining parts म ह and न द are equal. Owing to this equality of the sides and the equality of the angles, the triangles द स न and ह म त are equal. Again the angles द ब अ and ज ब व being equal and ब द and ब ज being equal and ब व and ब अ being equal, the triangles द ब अ and ज ब व are equal. Again the remaining angles द अ स and ज व झ being equal and the angles स and झ being right angles and the sides अ द and व ज being equal, it is proved that the triangles अ द स and ज व झ are equal. Therefore द ब and अ स are equal to ज ब and व झ. The triangle द स न is equal to the triangle ह म त, then the sum of the figure द ब-अ न and the triangle ह म त is equal to the figure ज ब व झ. To each of these add the figure म ज क त. Then the figure द ब अ-न and the triangle ह ज क or its equivalent, the figure न अ म ह;† in other words, the figure द ब म ह is equal to the figures ज ब व-झ and म ज क त. Again add the triangle ब म ज to these equals. Then the square of the hypotenuse shall be equal to the squares of the two sides.

If the side अ ब is less than अ ज, then produce the smaller side so that it may cut the line द ह in न and go out. From द and ह draw on it the perpendiculars द ल and ह त.‡ Produce त-ह and from ज draw on it the perpendicular ज क.‡ Then it is

---

* (I. 12).

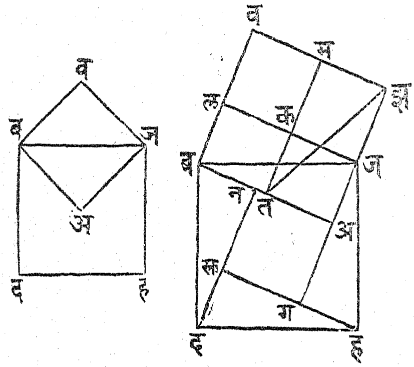
† As proved before.

‡ (I. 12).

certain that the triangles अ ब ज, क ह ज, and द ल ब are equal. Therefore अ क is a square. The triangle द ल न is equal to the triangle ब व म. Therefore न ह and म ज are equal; and the triangle न त ह is equal to the triangle म ज झ. Therefore the sum of the triangles ब द न and म झ ज is equal to the sum of the triangles क ह ज, न त ह, and ब व म. Add the remaining figure to both these equals. Then the square on the hypotenuse shall be equal to the squares on the two sides.

Another alternative (p. 74-5).

The squares on the three sides fall on the triangle. If the two sides be equal, then the squares on the two sides shall be equal and what is desired to be proved is evident. But if one side is greater or smaller than the other, as अ ब greater than अ ज, then describe the squares as mentioned before. Produce ज क to ल and त क to म. From the point



द, draw the perpendicular द न on अ ब;* and from ह draw the perpendicular ह स on द न.* Produce ज अ so as to meet ह स in ग. Then there shall be four triangles of the square ज द. They shall be equal as shown in the preceding cases. न ग shall be the remaining figure. It shall be the square on the difference of the sides अ ब and अ ज.† Join त झ. Then the figures अ ल and अ म shall be divided into four triangles. These four triangles shall be equal to the four triangles first spoken of. The remaining square क व shall be equal to the square न ग. Thus the square ज द is proved equal to the squares अ व and अ क. This was just what was wished.

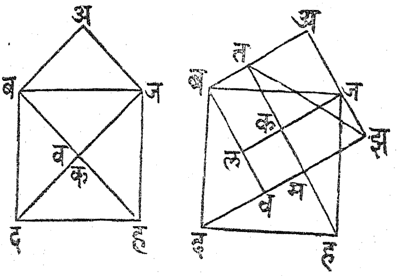
---

* (I. 12).

† Both स न and न अ are equal to अ व—अ ज ∵ द न=अ ब and द स=अ ज; and ब न=अ ज. Thus स न being equal to न अ, the figure न ग is a square on अ व—अ ज.

Another alternative (p. 75).

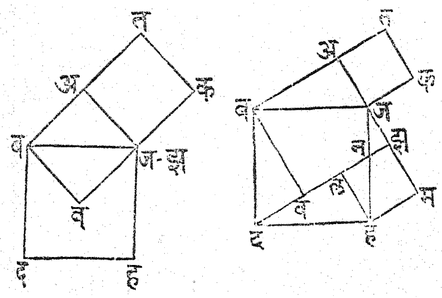
The squares on the two sides fall on the triangle, but the square on the hypotenuse does not fall on it. When the two sides are equal, it comes to the above-mentioned case. When the side अ ब is greater than अ ज, then describe the squares. Join व द and क-ह. Then it is clear that



द व झ is one straight line and ह क त is also one straight line. Produce ज क to ल. Then the square ज द shall be divided into four triangles and the square व क* shall be between them. Again join त झ. Then the figures अ ल and अ म shall be divided into four equal triangles, and these four triangles shall be equal to the above mentioned four triangles. If to both these the square क व be added, then what was desired to be proved shall be evident.

Another alternative (p. 75-6).

The square of one side falls on the triangle. When the two sides are equal, the case is evident. If अ-ब is greater than अ ज, then describe the squares. Join द व. Then it is clear that द व झ is one straight line. Produce अ ज. On it draw the perpendi-



cular ह म.† Draw the perpendicular ह ल on द झ.† The triangles अ ब ज, व ब द, ल द ह, and म ज ह are equal. The square ल म is equal to the square अ क.‡ To the triangles द ल ह and ज म ह, add the triangle ल ह न. Then the triangle द न ह is equal to the

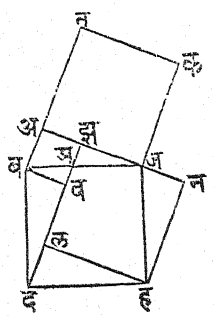
* ब व=ल ज and ब ल=क ज ∴व ल=ल क.

† (I. 12).

‡ ∵ल ह=अ ज and ल ह=म ह.

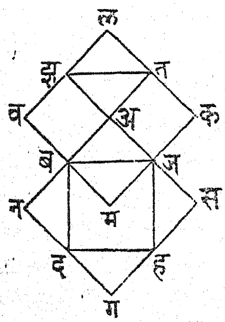
square ल म together with the triangle ज न झ or to its equivalent, *i. e.* the square अ क together with the triangle ज न झ. To the first of these equals add the triangle ब द व and to the second, अ ब ज, and add the remaining figure (ब व न ज) to both these equals, then what was desired to be proved would be evident.

But if अ ब is less than अ ज, then describe the squares. Join व द. In the above-mentioned manner it may be proved that the figure द ह ज म together with the triangle ज झ म is equal to the square अ क,* and the triangle व द म is equal to the square अ व together with the triangle म ज झ.† Therefore what was desired to be proved is evident.



Another alternative (p. 76-7).

Describe the squares in such a way that the square of none of the sides may fall on the triangle. Produce व झ and क त to meet in ल, and produce ब व and क ज to meet in म. Then the square क व shall be the square on the sum of the two sides (of the given right-angled triangle). Produce अ ब and अ ज. From the points द and ह draw on both the perpendiculars द न and ह स.‡ Produce the perpendiculars so as to meet in ग. The triangles अ ब ज, न द ब, ग द ह, and स-ह ज are equal. The square न स is equal to the square व क. Join झ त. The triangles झ ल त, झ अ त, ब-अ ज, and ब म ज are equal. They are also equal to the above-mentioned four triangles. From both the squares take these



---

* ल न is a square and equal to अ क. द ह ज म+म ज झ=म ल ह न ज (∵ द-ल ह=ह न ज)+म ज झ=ल न=अ क.

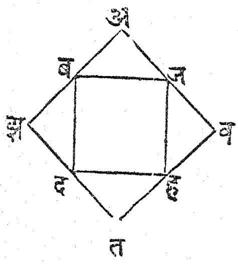
† ब व द=अ ब ज ∴ब व द+ब व म=अ ब ज+ब व म. ∴ब द म=अ व +म ज झ.

‡ (I. 12).

four triangles. The remaining squares व अ and अ क shall be equal to the square ब ह. This was just what was wished. Thus eight cases are proved.

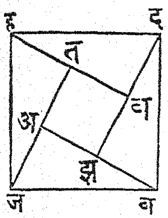
Another alternative (p. 77).

The square on the hypotenuse should be so described that it may not fall on the triangle. Produce अ ब and अ ज. From the points द and ह drop perpendiculars द झ and ह व on both.* Produce the perpendiculars so as to meet in त. Then the square अ त is the square on the sum of the two sides (अ ब and अ ज), and the four triangles are equal. The sum of any two of these triangles is equal to the rectangle of the two sides. The sum of the four triangles is equal to double the rectangle of the two sides. From the square अ त, take away double the rectangle of the two sides. The remaining square ब ह shall be equal to the sum of the squares of the two sides.† This was just what was wished.



Another alternative (p. 77-8).

The square on the hypotenuse should be described on the triangle. From the point द draw the perpendicular द झ on अ ब.‡ From ह draw the perpendicular ह व on द झ.‡ Produce ज अ to त (so as to meet व ह in त). In the middle is formed a square which is equal to the difference of the two sides.§ Thus the four triangles are equal. The sum of any two of these triangles is equal to the rectangle of the two sides. The sum of the four triangles is equal to double the rectangle of



---

* (I. 12).

† $(AT)=(AB+AJ)^2=(AB)^2+(AJ)^2+2AB.\ AJ.$ Subtract 2AB. AJ from both these equals.

$\therefore (AT)-2AB \cdot AJ=(AB)^2+(AJ)^2.$

‡ (I. 12).

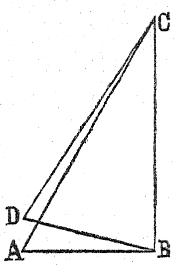
§ अ व = द झ. अ ज = द व = झ व. अ व—अ ज = द झ—द व. ∴ अ झ = झ व ∴ झ त is a square on अ व—अ ज.

the two sides. This together with the square on the difference of the two sides is equal to the sum of the squares on the two sides. Because if to this the square ब अ be added, then the square ड ज is equal to the sum of the squares on the two sides.*

Prop. 48 p. 78.

The prop. may be proved indirectly also as under:—

Let A B C be a triangle in which the square on A C is equal to the squares on A B and B C. Then A B C shall be a right angle.



For if it be not a right angle, let it be an obtuse angle. From B draw B D at right angles to B C (I. 11). Make B D equal to A B (I. 3) and join D C. Then the square on D C is equal to the squares on D B and B C (I. 47) and consequently to the squares on A B and B C, because D B is equal to A B (Cons.). Therefore D C is equal to A C (1 Ax.). This is absurd (I. 24), because the angle A B C is greater than the angle D B C.

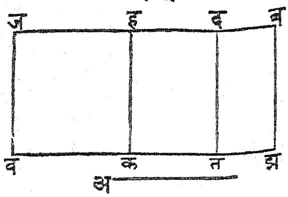
---

* 4 Triangles $= 2AB \cdot AJ$.

4 Triangles $+ (AB - AJ)^2 = 2AB \cdot AJ + (AB)^2 + (AJ)^2 - 2AB \cdot AJ = (AB)^2 + (AJ)^2$.

Prop. I. p. 79.

Alternative proof.

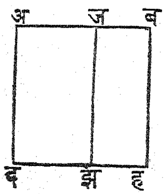


The line ब ज is made up of the parts ब द, द ह, and ह ज. Therefore the sum of the rectangles contained by the parts of this line and the line अ must be equal to the rectangle contained by the line अ and the whole line ब ज.

This alternative proof is based upon general principles.

Prop. II. p. 80.

Alternative proof.

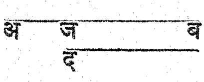


Make the line द equal to the line अ ब. Then the rectangle contained by the lines द and अ ब is equal to the square on the line अ ब. This is equal to the rectangles contained by the line द and the parts of the line अ ब.*

Prop. III. p. 80-1.

गुणरूपखण्ड=निजैकखण्ड mentioned before. The rectangle is the product of the whole रेखा which is the multiplicand and a part of it (निजैकखण्ड) which is the multiplier (गुणरूप). Mss. A. and B. read तत्खण्ड for गुणरूपखण्ड. तत्खण्ड=निजैकखण्ड (the aforesaid part).

Alternative proof.



Let the line द be equal to ज ब. The rectangle contained by द and अ ब is equal to that contained by अ ब and ब ज. But the rectangle contained by अ ब and ब ज is equal to the sum of the rectangles contained by the lines द and अ ज

---

* द=अ ब. ∴ द. अ ब=(अ ब).^{2} But द. अ ब=द. अ ज+द. ज ब. ∴(अ ब)^2 =अ ब. अ ज+अ ब. ज ब.

nd द and ज ब. Of these two rectangles one is the rectangle ontained अ ज and ज ब and the second, the square on ज ब.*

The alternative proofs of Prop. 2 and Prop. 3 show that they re particular cases of Prop. 1.

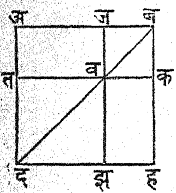
Prop. IV. p. 81-2.

On this prop. Bil. has the following note:—

'This proposition is of infinite use chiefly in surd numbers. By help of it is made in the addition and subtraction, also nultiplication in Binomials and residuals. And by help hereof ılso is demonstrated that kind of equation, which is, when here are three denominations in natural order, or equally listant, and two of the greater denominations are equal to the hird being less. On this proposition is grounded the extraction of square roots. And many other things are also by it lemonstrated.'

Alternative proof.

The rectangle अ ब. अ ज is equal to the sum of the square

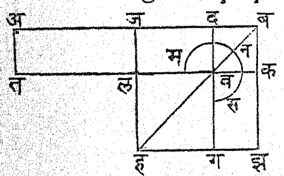


on अ ज and the rectangle अ ज. ज ब.† Again the rectangle अ ब. ब ज is equal to the square on ब ज and the rectangle अ ज. ज ब.‡ Then the sum of the rectangles अ ब. अ ज and अ ब. ब ज, which is equal to the square on अ ब,§ is equal to the squares on अ ज and ज ब and twice the rectangle अ ज. ज ब.

Prop. V. p. 82-3.

Alternative proof.

The rectangle अ द. द ब is equal to the rectangle अ ज. द ब,



that is, to the rectangle ज ब. द ब and the rectangle ज द. द ब.¶ To both these equal rectangles add the square on ज द. Then what is the result? The rectangle अ द. द ब and

---

* द=ज ब. द. अ ब=ज ब. अ ब. But अ ब=अ ज+ज ब. ∴ द. अ ज+द. ज ब= ज ब. अ ब. ∴ ज ब. अ ज+(ज ब)^2=ज ब. अ ब. or अ ब. ज ब=अ ज. ज ब+(ज ब)^2.

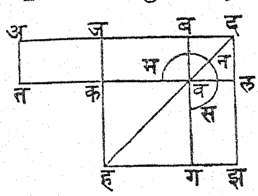
† (II. 3). ‡ (II. 3). § (II. 2). ¶ (II. 1).

the square on ज द are equal to the rectangles ज ब. द ब, and ज द. द ब together with the square on ज द. But the rectangle ज द. द ब and the square on ज द are equal to the rectangle ज ब. ज द.* Also the rectangles ज ब. ज द and ज ब. द ब are equal to the square on ज ब.† Therefore the rectangle अ द. द ब and the square on ज द are equal to the square on ज ब.‡

Prop. VI p. 83.

Alternative proof.

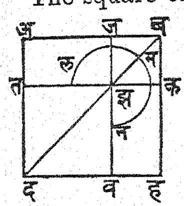
The rectangle अ द. ब द is equal to the rectangle अ ब. ब द, which is equal to twice the rectangle ज ब.§ ब द and the square on ब द.¶ To both these equals add the square on ज ब. What is the result? The rectangle अ द. ब द and the square on ज ब are equal to twice the rectangle ज ब. ब द and the squares on ज ब and ब द, which (*i. e.* twice the rectangle ज ब. ब द and the squares on ज ब and ब द) are equal to the square on ज द.‖



Prop. VII. p. 84.

Alternative proof.

The square on अ ब is equal to the squares on अ ज and ज ब and twice the rectangle अ ज. ज ब $ To both these equals add the square on ज ब. Then the squares on अ ब and ज ब are equal to twice the squares on ज ब, twice the rectangle अ ज. ज ब and the square on अ ज. But the square on ज ब and the rectangle अ ज. ज ब are equal to the rectangle



* (II. 3). † (II. 2).

‡ अ द. द ब = अ ज. द ब + ज द. द ब (II. 1).
= ज ब. द ब + ज द. द ब (∵ अ ज = ज ब).
∴ अ द. द ब + (ज द)^2 = ज ब. द ब + ज द. द ब + (ज द)^2.
But ज द. द ब + (ज द)^2 = ज ब. ज द (II. 3) and ज ब. ज द + ज ब. द ब = (ज ब)^2 (II. 2);
∴ अ द. द ब + (ज द)^2 = (ज ब)^2.

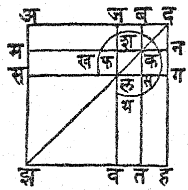
§ ∵ अ ब = 2ज ब. ¶ (II. 3). ‖ (II. 4).

$ (II. 4).

अ ब. ज ब.* Therefore the squares on अ ब and ज ब are equal to twice the rectangle अ ब. ज ब and the square on अ ज.†

Prop. VIII. p. 84-5.

The rectangle अ ब. ब ज is equal to the rectangle अ ज. ज ब and the square on ज ब.‡ But four times

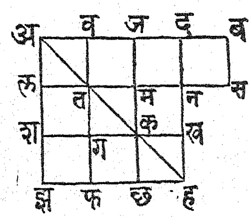


the rectangle अ ज. ज ब is equal to twice the rectangle अ ज. ज द;§ and four times the square on ज ब is equal to the square on ज द.¶ Therefore four times the rectangle अ ब. ज ब is equal to twice the rectangle अ ज. ज द and the square on ज द. To both these equals add the square on अ ज. Then four times the rectangle अ ब. ज ब and the square on अ ज are equal to the sum of twice the rectangle अ ज. ज द and the squares on अ ज and ज द. But the sum is the square on अ द.||

Prop. IX. p. 85-87.

Another alternative.

On अ द and ब द describe the squares द झ and द स.$ Cut off



ज व equal to ज द.** Join अ ह. Produce the line स न to the point ल. Draw व फ and ज छ parallel to the line अ झ, and श ग क ख parallel to अ ब.††

The figures व ल and द स are equal.$$ Also the four figures

---

* (II. 3).

† (अ ब)^2=(अ ज)^2+(ज ब)^2+2अ ज. ज ब (II. 4),
Add (ज ब)^2. ∴ (अ ब)^2+(ज ब)^2=(अ ज)^2+2(ज ब)^2+2 अ ज. ज ब;
but (ज ब)^2+अ ज. ज ब=अ ब. ज ब (II. 3).
∴ 2(ज ब)^2+2अ ज. ज ब=2अ ब. ज ब.
∴ (अ ब)^2+(ज ब)^2=(अ ज)^2+2अ ब. ज ब.

‡ (II. 3). § ∵ ज द=2ज ब, or ज ब=$\frac{1}{2}$ ज द. ¶ ∵ ज द=2ज ब ∴ (ज द)^2=4 (ज ब)^2.

|| अ ब. ब ज=अ ज. ज ब+(ज ब)^2 (II. 3).
∴ 4 अ ब. ब ज=4 अ ज. ज ब+4 (ज ब)^2; but 4 अ ज. ज ब=2 अ ज. ज द, and 4 (ज ब)^2=(ज द)^2 ∴ 4 अ ब. ब ज=2 अ ज. ज द+(ज द)^2. Add (अ ज)^2 to both ∴ 4 अ ब. ब ज+(अ ज)^2=2 अ ज. ज द+(ज द)^2+(अ ज)^2; but (अ ज)^2+(ज द)^2+2 अ ज. ज द=(अ द)^2 (II. 4) ∴ 4 अ ब. ब ज+(अ ज)^2=(अ द)^2.

$ (I. 46). ** (I. 3). †† (I. 31).

$$ ∵ The line अ व=द ब (because अ ज=ज ब and व ज=ज द).

द म, ज त, ल ग and श फ are equal. Similarly also the figures न क, ख छ, म ग and क फ are equal. The sum of the figures ज श, and ख छ, makes up five figures and they are equal to the squares on अ ज and ज द. The remaining five figures are equal to the preceding five figures. The ten figures together make up the squares द झ and द स. Therefore the squares on अ द and द ब are equal to twice the squares on अ ज and ज द. This is just what we required.

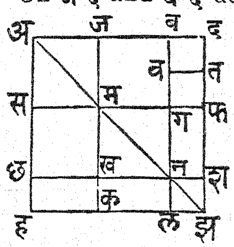
Another alternative.

From the line अ ज, cut off ज ह equal to ज द.* Then twice the rectangle अ ज. ज ह and the square on अ ह are equal to the squares on अ ज and ज ह.† Of these ज ह is equal to ज द and अ ह is equal to द ब. Therefore twice the rectangle अ ज. ज द and the square on द ब are equal to the squares on अ ज and ज द. Add the squares on अ ज and ज द to both. Then twice the rectangle अ ज. ज द and the squares on अ ज, ज द, and द ब, which are equal to the squares on अ द and द ब,‡ are equal to the sum of twice the square on अ ज and twice the square on ज द.

Prop. X. p. 87–89.

Alternative proof.

On अ द and ब द describe the squares द ह and द व.§ Draw the diameter अ झ. From the points ज and ब draw the lines ज क and ब ल parallel to the line अ ह,¶ and from the points म and न draw the lines म स फ and न छ श parallel to अ द.¶ It is clear that the figures द व and श ल are equal. It is also clear that the figures ज स, ब म, म छ, and ग ख are equal. Similarly the figures द ग, फ न, ख ह and न क are also equal. But the sum of the figures ज स and फ क makes five of the preceding figures and is equal to the squares on अ ज and ज द; the remaining five figures are equal to these five figures; and all these figures are equal to the sum of the figures द ह and द व. Therefore the sum of the squares



---

* (I. 3). † (II. 7). ‡ ∵ $($अ द$)^2 = ($अ ज$)^2 + ($ज द$)^2 + 2$अ ज. ज द (II. 4). § (I. 46). ¶ (I. 31).

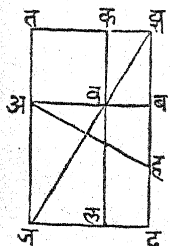
on अ द् and ब द् is equal to twice the square अ ज and twice the square on ज द्.

Another Alternative.

Divide the line ज द् into two in the point ब.* Then twice the rectangle ज ब. ज द् and the square on ब द् or twice the rectangle अ ज. ज द् and the square on ब द् are equal to the squares on ज ब and ज द्† and consequently equal to the squares on अ ज and ज द्. To both these equals add the sum of the squares on अ ज and ज द्. Then the sum of the squares on अ द् and ब द् shall be equal to the sum of twice the square on अ ज and twice the square on ज द्.‡

Prop. XI. p. 89-91.

Describe the square अ द्.§ Bisect ब द् in the point ह.¶ Join the line ह अ. Make ह झ equal to ह अ.‖ Join ज झ.$ By this line अ ब is divided into two such parts (as are required) in the point व.



Proof.

Draw the line झ त parallel to the line ब अ.** Produce the line ज अ so that it may meet the line झ त in the point त. Again from the point व draw the line व क ल parallel to ब द्.†† The figures त व and व द् are equal to one another.‡‡ To both these add the figure अ ल. Then the figure त ल is equal to the figure अ द्. ब द् being bisected in ह and व झ being joined to it, it may be proved that the rectangle द् झ. झ ब is equal to the figure अ द्,§§ and consequently to the rectangle ज त. त क.¶¶

---

* Scil. and produce it so that ज ब = अ ज. † (II. 7).

‡ 2 ज ब. ज द् + (व द्)^2 = (ज ब)^2 + (ज द्)^2 (II. 7); but ज ब = अ ज.

∴ 2 अ ज. ज द् + (ब द्)^2 = (अ ज)^2 + (ज द्)^2. Add to both (अ ज)^2 + (ज द्)^2.

∴ 2 अ ज. ज द् + (ब द्)^2 + (अ ज)^2 + (ज द्)^2 = 2 (अ ज)^2 + 2 (ज द्)^2; but (अ द्)^2 = (अ ज)^2 + (ज द्)^2 + 2 अ ज. ज द् (II. 4).

∴ (अ द्)^2 + (ब द्)^2 = 2 (अ ज)^2 + 2 (ज द्).^{2} § (I. 46). ¶ (I. 10).

‖ (I. 3.). $ Scil. meeting अ ब in व. ** (I. 31). †† (I. 31).

‡‡ (I. 43). §§ ∵ द् झ. झ व + (व ह)^2 = (ह झ)^2 (II. 6).

= (अ ह)^2 ∵ ह झ = अ ह (Con.).

= (अ ब)^2 + (ब ह)^2 (I. 47).

Take away (व ह)^2 from both these equals.

∴ द् झ, झ ब = (अ ब)^2 = अ द्. ¶¶ ∵ अ द् has been proved equal to त ल.

By this proof the equality of त क and झ व is settled and the equality of the lines त क and त अ is also proved.* त व has been proved equal to व द. व द is the rectangle अ व. व व and this is equal to the square on अ व.†

It will be easily noticed that this Prop. gives a geometrical construction for the solution of a particular quadratic equation. The solution is required in the construction of a regular decagon.

On this Prop. depends the demonstration of the well-known 10th prop. of the 4th Book. Many uses of a line thus divided will be found in Book XIII.

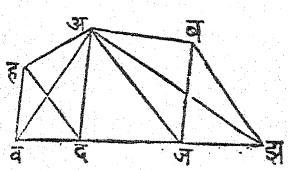
Prop. XIII. p. 91-92.

Generally three cases of this prop. are given; Euclid gives only the first case and the second and third cases are supplied by Simson. Vide Tod. p. 270.

Prop. XIV. p. 92-93.

Alternative Proof.

Describe a triangle equal to the given figure. Let अ ब ज द-ह be the figure. In this figure make triangles, thus one triangle is अ ब ज, another is अ ज द, and the third अ-द ह. These are the triangles formed. Again form a triangle equal to the sum of the triangles अ ब ज and अ-ज द in the way mentioned. Thus:—Produce the line द ज. From the point ब draw the line ब झ, parallel to the line अ ज.‡ These lines shall meet in the point झ. Again draw the line अ झ. Then the triangles अ ब ज and अ झ ज are equal.‖ Therefore the triangle अ झ द is equal to the sum of the triangles अ ब ज and अ ज द.



---

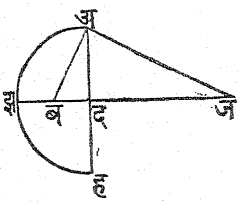
* ∵ द झ. झ व = ज त. त क; but द झ = ज त (I. 34).
∴ झ व = त क; but झ व = त अ (I. 34).
∴ त क = त अ.

† ∵ त व is the square on अ व, त क and त अ being proved equal.

‡ (I. 31).

‖ (I. 37) ∵ they are upon the same base अ ज and between the same parallels ब झ and अ ज.

Again in the same way describe another triangle equal to the sum of the triangles अ झ द and अ द ह. Proceed to describe a triangle in the same way so long as it may be equal to the assumed figure. Now a square equal to the triangle should be described. Thus:—



In the triangle अ ब ज, draw from अ the perpendicular अ द on ब ज.* Produce this perpendicular so far as द ह may be equal to half of ब ज. With अ ह as diameter, describe the semi-circle अ झ ह. This circle shall meet the line ज ब in the point झ. Then द झ shall form a side of the square which is to be described. Because the square on द झ is equal to the rectangle अ द, द ह.† This rectangle अ द. द ह is equal to the rectangle contained by अ द and half ब ज; and the rectangle contained by अ द and half ब ज is the area of the triangle. This is just what we wished.

'By the aid of this Prop. we may determine a line such that the square on that line is equal in area to any given rectilineal figure or we can square any such figure. As of two squares that is greater which has a greater side, it follows that now the comparison of two areas has been reduced to the comparison of two lines.

The problem of reducing other areas to squares is frequently met with among Greek Mathematicians. We need only mention the problem of squaring the circle.

In the present day the comparison of areas is performed in a similar way by reducing all areas to rectangles having a common base. Their altitudes give them a measure of their areas.' Ency. Bri. p. 376.

---

* (I. 12).

† ∵ By completing the circle and producing झ द to meet the circumference in म, it can be proved as in Book III. Prop. 3 and Prop. 35, that झ द^2 = झ द. द म and झ द. द म = अ द. द ह ∴ झ द^2 = अ द. द ह.

BOOK III.

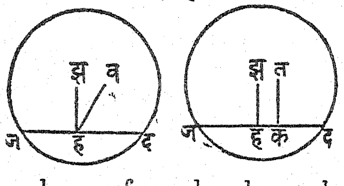
Prop. I. p. 94.

L. 18-19. omit समकोणक्षेत्रद्वयं स्यात्. It is omitted in V. and B. From this prop. it follows that if two chords intersect each other so as to form four right-angled figures and if one of them bisects the other (in other words, if one chord bisects another at right angles), then one of the chords passes through the centre. It also follows that a perpendicular issuing from the extremity of half a chord passes through the centre.

Prop. III. p. 95-96.

Alternative proof.

If the line झ ह bisects the chord ज द, but is not perpendicular to it, let it be assumed that from the point ह, ह व is the perpendicular to the chord ज द. Then by the meeting of the two lines ह व and ज द two right angles are formed and ह व also bisects the other line and still neither of the two passes through the centre. This is absurd.*

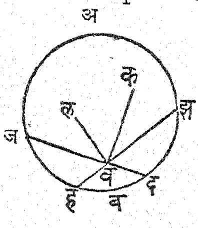


If the line झ ह is a perpendicular on the chord ज द but does not bisect it, then let it be assumed that ज द is bisected in the point क. From this point क draw the line त क parallel to the line झ ह.† Then this line त क shall be perpendicular to the line ज द.‡ One line bisects another at right angles and yet neither of them passes through the centre. This is absurd.

Prop. IV. P. 97.

Alternative proof.

From the point व draw the perpendicular व क on the line ज द and व ल on the line ह झ.§ Then these two perpendiculars shall meet at the centre.¶ Then the point व shall be the centre of the circle. But the centre is elsewhere.$ Therefore this is incorrect. What we wish to prove is alone proper.



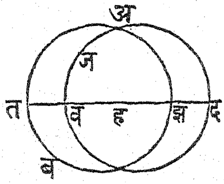
* (Cor. 1st. Prop.) † (I. 31). ‡ (I. 29). § (I. 11).

¶ Because it is assumed that the two chords ज द and ह झ bisect each other. Perpendiculars passing through the point of intersection of the chords must pass through the center (Cor. Prop. I). $ (Hyp.).

Prop. V. p. 98.

Another alternative (p. 101-2.)

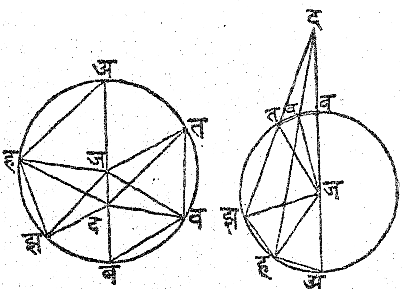
Produce the line झ ह to व and त. Now ह झ is less than ह द, and therefore shall be also less than the line ह व.* It (ह झ) is equal to ह त.† But ह त is greater than ह व.‡ This is absurd.



Prop. 8, p. 99-102.

Another alternative (p. 101-2).

In the circle अ ब, ज is the centre. द is assumed as a point (within or without the circle other than the centre). The greatest line passing through the centre is द अ. The smallest line not passing through the centre is द ब. In one and the same direction of the greatest line draw the lines द ह and द झ. Join the lines अ ह and ह ज. Then the angles ज अ ह and ज ह अ are equal.§ Therefore the angle द ह अ is greater than the angle द अ ह.¶ Therefore the line द अ is greater than द ह.‖ Again draw the lines ह झ and ज झ. Then the angles ज ह झ and ज झ ह are equal. The angle द ह झ is less than one of them (ज ह झ) and the angle द झ ह is greater than one of them (ज झ ह).$ Therefore द ह is greater than द झ.** Again on one side of the line द ब draw the lines द व and द त. Join ब व and व त and also व ज and त ज. Then the angles ज ब व and ज व ब are equal.†† Therefore the angle द व ब is less than



---

* Because the radii ह द and ह व are equal.

† Because ह is assumed as the center of both the circles.

‡ ह झ being equal to ह त and less than ह व, ह त is also less than ह व. This is absurd. § (I. 5). ¶ Because the angle द ह अ is greater than the angle ज ह अ. ‖ (I. 19). $ Scil. therefore the angle द झ ह is greater than द ह झ. ** (I. 19). †† (I. 5).

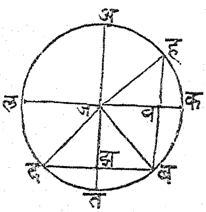
the angle दबव. Therefore दब is less than दव.* Similarly दव may be shewn to be less than दत. If on two sides† two equal angles are made,‡ then the two sides subtending the two angles shall be equal;§ and there shall be no third line equal to these two. Why? Because two lines on one side¶ cannot be equal.

This alternative proof is a common proof of the 7th and 8th propositions.

Prop. 9 p. 102-3.

Two Proofs are given, one, direct and the other, indirect. The direct proof is as under:—

Let ज be the point in the circle अब and let जब, जद and जह be equal. Join बद and बह and bisect the lines in the points झ and व.$ Join जझ and जव. Then the sides of the triangles जबझ and जदझ are equal. Then the angles also are equal to one another.|| Therefore the two angles at झ are equal. Then the line जझ bisects the line बद at right angles. Therefore जझ shall pass through the centre.** Produce this line to the points अ and त. Similarly it may be proved that the line जव passes through the centre. Produce the line जव also to the points क and ल. Then the lines अत and कल shall pass through the centre. These two lines shall not meet in a point other than ज. Therefore ज is the centre of the circle.



This direct proof is found in some recent English editions of Geometry.

Prop. 10. p. 103-4.

This is proved in two ways. One of them (the second) is found in all English works. The other is as under:—

---

* (I. 19). When the point द is outside the circle, दव may be shewn to be less than दब as follows :—जव+दव>जब+दब (I. 20). but जव=जब ∴ दव>दब. or दब<दव.

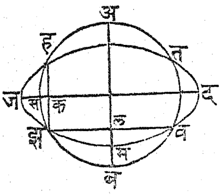
† Of the line passing through the center.

‡ Scil. at the center. § (I. 4).

¶ Of the greatest or the shortest line.

$ (I. 10). || (I. 8). ** (Cor. III. 1).

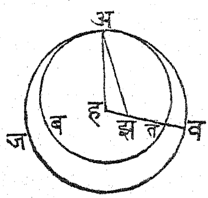
Two circles cannot cut one another in more than two points.



If they do, then let the two circles be अ-ब and द ज. Let them cut one another in the points ह, झ, व, and त. Join ह झ and झ व. Bisect them in the points क and ल.* From these two points draw the perpendiculars क द and ल अ.† These two perpendiculars shall pass through the centre.‡ By these two perpendiculars the chord of the arcs ह-स झ and झ ब व of the circle अ ब and the chord of the arcs ह ज-झ and झ म व of the circle द ज are bisected. Then the two circles have the same center. This is absurd.§

Prop. 11. p. 104.

Propositions 11 and 12 in English books are given as one in the text.

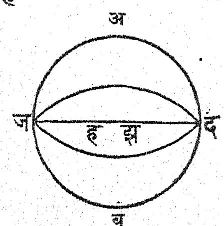


झ is not the centre of the circle अ व.¶ From this are drawn two lines झ अ and झ व to the circumference of the circle. The line झ व is opposite the centre, but it does not pass through the centre. Therefore it is less than झ अ.|| Therefore it is also less than झ त.$ This is absurd. What we wished to prove was alone proper.

Prop. 12 p. 105.

Alternative proof.

ह is the centre of the circle अ ब. Then झ cannot be the center of that circle. Therefore झ ज is greater than झ द.** झ is the centre of the circle ज द. Therefore झ ज and झ द are equal. This is absurd.††



---

* (I. 10). † (I. 11). ‡ (Cor. III. 1). § (III. 5).

¶ Because it is the center of the smaller circle अ व and these two circles cannot have the same center (III. 6). || (III. 7).

$ Because झ अ is equal to झ त, झ being the center of the smaller circle.

** (III. 7).

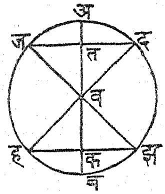
†† Because झ ज has already been proved to be greater than झ द.

Again let व be the centre of the circle ज द. Join the line ह-व. This shall pass through the points अ and ब.* This is absurd.

Prop. 13 p. 106.

Alternative proof.

If ज द and ह झ be equal, but व त and व क be not equal, then



let व त be greater than व क. Then the angle ज shall be greater than ह and the angle द shall be greater than झ.† Then the angle ज-व द shall be less than the angle ह व झ.‡ The two sides ज व and व द are equal to the two sides ह व and व झ. Then ज द shall be less than ह झ.§ This is absurd.

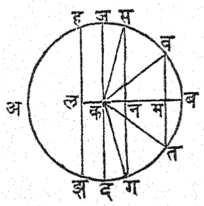
If व त and व क are equal, but ज द and ह झ be not equal, then त द and क झ shall not also be equal.¶ Then their squares also shall not be equal. But the squares of व त and व क are equal. Therefore the squares of व द and व झ shall not be equal. But they are equal. This is absurd.

Prop. 14 p. 107-8.

Two proofs are given, of which one is almost the same that is found in English books. They are as under:—

First proof.

Let अ ब be the given circle, and ज द its diameter. The chord



ह झ is nearer to the center than व त, which is more remote. क is the center. From the center draw the perpendiculars क ल and क म. The perpendicular क ल is less than क म.‖ From क म (the greater) cut off क न equal to क ल (the less).$ Through the point न draw the line न स ग parallel to ज द.** The line स ग shall be equal to

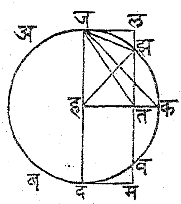
---

* (III. 11).
† (I. 25).
‡ (I. 32 and 3 Ax.) § (I. 24).
¶ Because they are halves of ज द and ह झ (III. 3) and halves of unequals are unequal.
‖ ह झ being nearer the center than व त.
$ (I. 3). ** (I 31).

the line ह झ.* Join क स, क ग, क व and क त. Then the sum of क स and ग क, which is equal to ज द, shall be greater than स ग;† and (consequently) greater than ह झ.‡ Again in the triangles स क ग, and व क त, the sides क स, क व, क ग and क त are equal· But the angle ग क स is greater than the angle त क व. Therefore स ग, which is equal to ह झ, is greater than व त.§ ह झ is proved to be greater than व त. This was just what we required.

Second proof.

Let अ ब be the given circle ज द its diameter, and ह its center.



Let the chord झ व be parallel to the chord ज-द. On it (झ व) drop a perpendicular from the point ज.¶ This perpendicular shall not meet the chord in the point झ. Why? Because if ह झ is joined, the angles ज and झ in the triangle ह ज झ shall be equal.‖ Then these two shall be right angles. This is absurd.$ Nor shall the perpendicular fall between the points झ and व like ज-त. Why? Because त ज ह shall be a right angle.** If ह त is joined and produced to क and ज क is joined, then the angle ह-ज क, which is equal to the angle ह क ज,†† shall be greater than a right angle.‡‡ The angle ह त ज is less than the angle व त ज and greater than the angle ह क ज. This is incorrect.§§ There-

* (III. 13). † I. 20). ‡ ∵ ह झ = स ग. § (I. 24).

¶ (I. 12). ‖ (I. 5). $ (I. 17).

** It being equal to the alternate angle ज त झ or ज ल झ, as त and ल will coincide when the perpendicular from ज on झ व falls between झ and व as ज त. †† (I. 5). ‡‡ Because ह ज त is a right angle.

§§ ज द is parallel to त व and ज त falls upon them, therefore the angles ह ज-त and ज त व are together equal to two right angles (I. 29). But ह ज त is a right angle; therefore ज त व is also a right angle. Thus ह त ज is less than a right angle, being less than व त ज, and greater than an obtuse angle, being greater than ह क ज (I. 16).

fore the perpendicular shall fall outside as ज ल. Similarly the perpendicular द म from द shall fall outside. The line ज द, equal to ल म, shall be greater than झ व. In the very same manner the line झ व shall be greater than another line, more remote (from the center), if it be parallel to it. If it be not parallel, it should be made parallel. This may be proved in the manner shewn above.

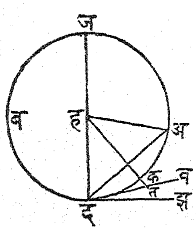
Prop. 14. p. 108-9.

व्याससूत्रवृत्तपालिसंपातजनितो वृत्तान्तर्गतकोणः = The angle within the circle between the diameter and the circumference.

प्रान्तजनितः कोणः = The angle formed between the diameter and the perpendicular drawn to it from its extremity, the angle at the point of contact.

Alternative proof (p. 109).

It has already been proved by us that of the lines drawn



from a given point on a given straight line, the perpendicular is the least. Therefore whatever line is drawn from the point ह on द झ shall fall outside the circle. Why? Because it shall be greater than half the diameter (ह द in this case). Therefore the perpendicular द झ shall not fall within the circle.* Again whatever line shall fall between the perpendicular द झ and the diameter द ज shall necessarily fall within the circle (like द अ). Why? Because the perpendicular that shall be drawn from the point ह on this line (द अ) shall be less than half the diameter (ह द).† Therefore no line shall fall between the perpendicular द झ and the circumference.

---

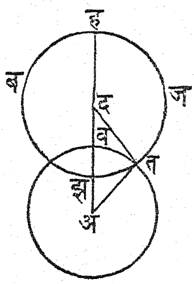
* All the lines from ह on द झ falling outside the circle, द झ must fall outside.

† Because ह द is not a prependicular on this line and therefore greater than any perpendicular from ह on this line. But ह द is equal to ह क. Therefore the perpendicular from ह on this line shall be less than ह क. But क is a point on the circumference. Therefore the perpendicular must meet the line (द अ) within the circle, and therefore द अ shall fall within the circle.

Prop. 16. p. 110.

Alternative proof.

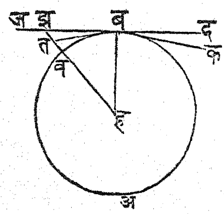
Join the line अ द and produce it to ह. Describe a square equal to the rectangle अ ह. अ झ.* From अ ह cut off अ व equal to a side of the square.† From the center अ and radius अ व describe the circle व त. Join अ त. This shall be the tangent required. Why? The sum of the rectangle ह अ. अ झ which is equal to the square on अ त‡ and the square द झ which is equal to the square त द§ is equal to the square on द अ¶. Therefore the angle अ त द is a right angle.‖ Therefore अ त touches the circle.$



Prop. 17. p. 110-1.

Alternative proof (p. 111).

If ह ब is not a perpendicular on ब ज, then from the point ब draw the perpendicular त क on ब ह. Then this perpendicular also shall touch the circumference in the point ब, and it shall fall between the first perpendicular and the circumference on one side of ब ज or ब द. This is absurd.



The line of argument adopted is as under:—If to ह ब, a radius, ब ज, a tangent drawn from the point of contact ब be not perpendicular, let ब त be drawn perpendicular to it. Then there are two tangents from ब, which is absurd. (III. 15).

Prop. 22 p. 113.

The prop. teaches us that there cannot be two unequal similar segments on one line on the same side of it.

It can alse be proved that there cannot be two unequal similar segments on one line on the opposite sides of it.

---

* (II. 14). † (I. 3).

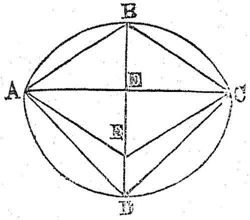
‡ Because it is equal to अ व^2 and अ व is equal to अ त.

§ द झ being equal to त द.

¶ ह अ·अ झ + (द झ)^2 = (द अ)^2 (II. 6); but ह अ. अ झ = (अ व)^2 and (द झ)^2 = (द· त);^{2} ∴ (अ व)^2 + (त द)^2 = (द अ)^2 ∴ (अ त)^2 + (त द)^2 = (द अ)^2.

‖ (I. 48). $ (III. 15 Cor.).

If possible let there be two unequal similar segments A B C

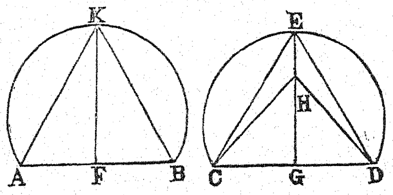


and A D C on the same line A C and on the opposite sides of it, and let A D C be the greater of the two. Bisect A C in E (I. 10), and from E draw E B and E D at right angles to A C (I. 11). Join A B, B C, A D and C D. The segment A D C being greater than the segment A B C, the perpendicular D E is greater than the perpendicular B E. From D E cut off E F equal to E B (I. 3). Join A F and C F. The triangles A B E and A E F are equal and so are the triangles B E C and E C F (I. 4). Therefore the angle A B E is equal to the angle A F E and the angle E B C to the angle E F G. Therefore the whole angle A B C is equal to the whole angle A F C (2 Ax.). But the angle A F C is greater than the angle A D C (I. 21). Therefore the angle A B C is also greater than the angle A D C. But it is equal to it, as the segments are similar (Hyp.). This is absurd. Therefore there cannot be two unequal segments &c. Q. E. D.

Prop. 23 p. 113-4.

The prop. is proved in another way as follows by Pelitarius:—

Let the similar segments A B K and C D E be upon equal

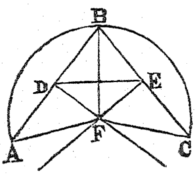


straight lines A B and C D. Then, they shall be equal. For, if they are not equal, let C E D be the greater. Bisect A B and C D in F and G respectively (I. 10) and from F and G draw F K and G E at right angles to A B and C D respectively (I. 11). Join A K, K B, C E and E D. Then the segment C E D being greater than the segment A K B, the perpendicular G E is greater than the perpendicular F K. From G E cut off G H equal to F K (I. 3). Join C H and H D. In the triangles A K F and C G H, the angle C H G may be shown to be equal to the angle A K F and similarly the angle D H G may be proved to be equal to the angle

B K F (I. 4). Therefore the whole angle C H D is equal to the whole angle A K B (2 Ax.). But the angle C H D is greater than the angle C E D (I. 21). Therefore also the angle A K B is greater than the angle C E D. But they are equal, because the segments are similar (Hyp.). This is absurd. Therefore similar segments of circles on equal chords must be equal. Q. E. D.

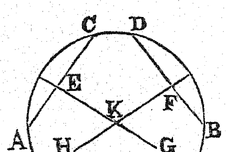
Prop. 24 p. 114-5.

Another proof.



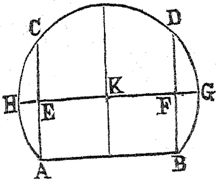
Let A B C be the circumference of the given segment. In it take any three points A, B, and C. Join A B and B C. Bisect them in the points D and E (I. 10) and from D and E draw D-F and E F at right angles to A B and C D respectively (I. 11). Join D E. Then as the angles B D F and B E F are right angles (Cons.), and D E divides them, the angles made by D-E with the two perpendiculars are less than two right angles. Therefore the perpendiculars shall meet (12 ax.). Let them meet in F. Now because D F bisects A B at right angles, the center of the circle is in the line D F (III. 1 cor.). For the same reason the center of the circle is in E F. Therefore F, the intersection of the two lines is the center of the circle.

Compane gives another way to find out the circle, which is almost the same as above:—



Let A B be the given segment. In it take only two lines A-C and B D. Bisect them in E and F respectively (I. 10) and from E and F draw E G and F H at right angles to A C and B D (I. 11). Let the perpendiculars cut one another in K. Then the center of the circle is in either of the perpendiculars E G and F H (III. 1 cor.). and therefore, the intersection of the two lines is the center.

But if E G and F H do not cut one another but form one straight line as G H, then too the center of the circle shall be in both the perpendiculars E G and F H (III. 1 cor.). therefore K, the bisection point of G H, is the center.



Prop. 28 p. 116-7.

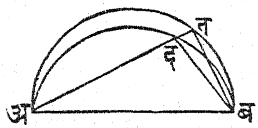
न्यासः = Construction.

Prop. 30 p. 117-8.

वृत्तखण्डपालौ यः कोणः=The angle in a segment.

Alternative proof (p. 119).

In the triangle अ द ब, the angle द is a right angle. With अ ब as diameter describe a circle. It shall pass through the point द. If it does not pass through it, let it be otherwise. Produce अ द to meet the circumference in त. Join ब त. Then the exterior and interior angles of the triangle shall be equal.* This is absurd.



This alternative proof is the converse of the first part of the Prop.

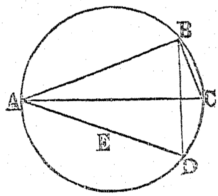
Another way of putting the converse of the first case is as follows:—

If a right-angled triangle be inscribed in a circle, the side opposite to the right angle shall be a diameter of the circle.

---

* The angle अ द ब, the exterior angle of the triangle ब त द is a right angle (Hyp.) and the angle अ त ब is a right angle, being an angle in a semicircle.

Let the right-angled triangle A B C be inscribed in the circle A B C; then the side A C, which is opposite to the right angle A B C, shall be a diameter of the circle.

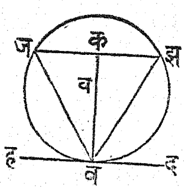


For if it be not a diameter, let E be center of the circle. Join A E and produce it to meet the circumference in D. Join D B. Then the angle A B D is a right angle, being an angle in a semi-circle. But the angle A-B C is a right angle (Hyp.). Therefore the angle A B D is equal to the angle A B C. This is absurd (9 Ax.). Therefore E is not the center of the circle. In the same way it may be shewn that no other point outside the line A C is the center. Therefore A C is a diameter of the circle. Q. E. D.

Prop. 31 p. 119-20

Alternative proof (p. 120).

From the point झ* draw झ ज parallel to द ह.† Join ज ब. and ब व.‡ Produce ब व to meet झ ज in क. The line ब क is a perpendicular on द ह and ज झ§. This perpendicular bisects the line ज झ.¶ झ क is equal to क ज. ब क is common to both (the triangles ज ब क and ब क-झ). Therefore the angles ब झ ज and ब ज झ shall be equal.‖ But the angle ब झ ज is equal to the angle झ-ब द.$ Therefore the angle झ ज ब is equal to the angle झ ब द.



* Any point on the circumference.

† (I. 31).

‡ व is the center of the circle.

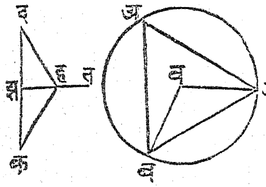
§ The angle क व द is a right angle (III. 17) and is equal to the alternate angle व क ज (I. 29).

¶ (III. 3). ‖ (I.4). $ (I. 29).

Prop. 33 p. 121-22.

Alternative proof.

Let व be the center of the circle. If the given angle be a right angle draw the diameter from any point ज on the circumference. The diameter shall cut the circle into two equal parts.* When the given angle is not a right angle, produce the line झ ह to the point त. Of the two angles द ह झ and द ह त, one is an acute angle. At the point ह in the straight line झ ह make the angle झ ह क equal to the angle द ह झ.† Make ह क equal to द-ह.‡ Join ज व. At the point ज make the angle व ज ब equal to the angle ह द क.§ Join व ब. Then the angle व ब ज shall be equal to the angle ब ज व.¶ This (the angle व ब ज) is equal to the angle ह द क. But the angle ह क द is equal to the angle ह द क.‖ Therefore the angle ज व ब at the center is equal to the angle क ह द$. This angle at the center is double of the angle at the circumference in the segment ज अ ब. Therefore in this segment there shall be an angle equal to the angle द ह-झ. In the other segment there shall be an angle equal to the angle द ह त. Q. E. D.



Prop. 34. p. 122-4.

There are five cases of this Prop:—

(1) When the two chords are diameters;

(2) When one of the two chords is a diameter and cuts at right angles the other chord that does not pass through the center;

(3) When one of the chords passes through the center, but does not cut the other which does not pass through the center at right angles;

---

* Each part shall thus be a semicircle, and the angle in a semicircle, being a right angle, shall be equal to the given angle.

† (I. 23). ‡ (I. 3). § (I. 23). ¶ (I. 5). ‖ (I. 5).

$ (I. 32 and 3 Ax.).

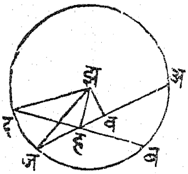
(4) When neither of the two chords passes through the center and when one of them bisects the other;

(5) When neither of the two chords passes through the center and when one of them neither bisects the other nor cuts it at right angles.

The first three cases are very simple. The other two cases are as under:—

4th case.

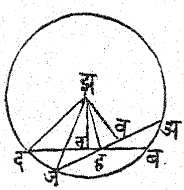
If of the two chords neither is a diameter, then if the line



अ ज meets the other line (ब द) at the point of its bisection, from the point झ draw the perpendicular झ व on अ ज.* Join झ ज and झ द. The line झ त (*i. e.* the perpendicular from झ on द ब) shall coincide with झ ह. Then the rectangle अ ह. ह ज together with the square on व ह is equal to the square on व ज.† To both these (equals) add the square on झ व. Then the rectangle अ ह. ह ज together with the squares on व ह and झ व, which are equal to the square on झ ह,‡ is equal to the squares on व ज and झ व, and consequently equal to the square on झ ज.§ The square on झ ज, which is equal to the square on झ द, is equal to the squares on झ ह and द ह.|| From these equals take away the square on झ ह. Then the rectangle अ ह. ह ज remains, equal to the square on ह द which is equal to the rectangle ब ह. ह द.¶

5th Case.

If of the two chords none is a diameter, nor does one meet



the other at its point of bisection, nor does it fall as a perpendicular upon the other, then the perpendiculars झ व and झ त fall on one side of the line झ ह or on two sides. Then the rectangle अ ह. ह ज together with the square on व ह is equal to the square on व ज.$

---

* (I. 12). † (II. 5). ‡ (I. 47).

§ (I. 47). || (I. 47).

¶ ह being the bisection point of ब द. $ (II. 5).

To both these (equals) add the square on व झ. Then the rectangle अ ह. ह ज together with the square on झ ह, which is equal to the square on व ह and व झ,* is equal to the square on झ ज, which is equal to the squares on व ज and व झ.† Again the rectangle ब ह. ह द together with the square on त ह is equal to the square on त द.‡ To both these (equals) add the square on त झ. Then the rectangle ब ह. ह द together with the square on झ ह, which is equal to the squares on त ह and त झ,§ is equal to the square on झ द, which is equal to the squares on त द and त झ.¶ But the square on झ द is equal to the square on झ ज. From both these equals take away the square on झ ह. Then the rectangle अ ह. ह ज remains, equal to the rectangle ब ह. ह द.||

Prop. 35 p. 124-5.

The following three corrolaries follow from this Prop.:—

(1) If from a certain point without a circle there be drawn any number of lines cutting the circle, the rectangles contained by every one of them and its outward part are equal to one another.

(2) If from a certain point without a circle two tangents be drawn, they are equal to one another.

(3) From a point without a circle only two tangents can be drawn.

---

* (I. 47). † (I. 47). ‡ (II. 5). § (I. 47). ¶ (I. 47).

|| अ ह. ह ज $+$ (व ह)^2 $=$ (व ज)^2 (II. 5).

अ ह. ह ज $+$ (व ह)^2 $+$ (व झ)^2 $=$ (व ज)^2 $+$ (व झ)^2.

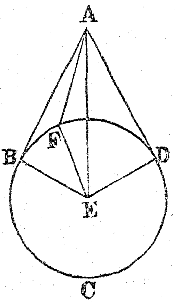
$\therefore$ अ ह. ह ज $+$ (झ ह)^2 $=$ (झ ज)^2.

Similarly ब ह. ह द $+$ (झ ह)^2 $=$ (झ ज)^2.

$\therefore$ अ ह. ह ज $+$ (झ ह)^2 $=$ ब ह. ह द $+$ (झ ह)^2.

$\therefore$ अ ह. ह ज $=$ ब ह. ह द.

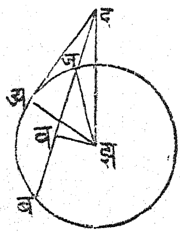
For if more tangents can be drawn, draw A B, A F, and A D touching the circle. Then the angles A B E, A F E and A D E are right angles (III. 17). Therefore the angle A F E is equal to the angle A B E, which is absurd, because it is greater than A B E (I. 21).



Prop. 36 p. 125-6.

Alternative proof.

Join झ अ (झ is the center) and झ ज. From the point झ draw the perpendicular झ व on ब द.* Then the rectangle ब द. द ज together with the square on ज व is equal to the square on व द.† Add the square on व झ. Then the rectangle ब द. द ज together with the square on झ ज, which is equal to the squares on ज व and व झ,‡ that is, together with the square on झ अ which is equal to the square on झ ज, is equal to the square on झ द, which is equal to the squares on व द and व झ.§ But the rectangle ब द. द ज is equal to the square on द अ.¶ Therefore the squares on द अ and झ अ are equal to the square on झ द.‖ Therefore the angle झ अ द is a right angle. Therefore the line द अ touches the circle,$ and does not cut it. This was just what was wished.



---

* (I. 12).

† (II. 6).

‡ (I. 47).

§ (I. 47).

¶ (Hyp.).

‖ ब द. द ज + (ज व)^2 = (व द)^2 (II. 6).
ब द. द ज + (ज व)^2 + (व झ)^2 = (व द)^2 + (व झ)^2.
∴ ब द. द ज + (झ ज)^2 = (झ द)^2.
∴ ब द. द ज + (झ अ)^2 = (झ द)^2.
but ब द. द ज = (द अ)^2.
∴ (द अ)^2 + (झ अ)^2 = (झ द)^2.

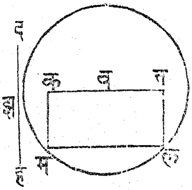
$ (III. 15).

BOOK IV.

Prop. I. p. 127.

Alternative proof.

Bisect the line द ह in झ.* Let व be the center of the circle.

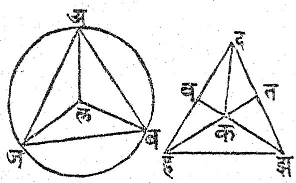


From व draw on both the sides the lines व क and व त equal to द झ.† From the points त and क draw the perpendiculars त ल and क म.‡ Join the line ल म. This line is a chord equal to the given line. Why? Because it is equal to त क§ and therefore to द ह.

Prop. II. p. 128.

Alternative proof.

Bisect the two sides द ह and द झ¶ which contain the acute angle द in the points व and त.



From the points व and त draw two perpendiculars|| (to the lines द ह and द झ) meeting in the point क. Join the lines क द, क ह and क झ. These three lines shall be equal.$ Let ल be the center of the circle.** Draw any line ल अ. At the point ल make the angle अ ल ब equal to the angle द क ह.†† Again make the angle अ ल ज equal to the angle द क झ.‡‡ The remaining angle ब ल ज shall be equal to the remaining angle ह क झ.§§ Join the lines अ ब, अ ज and ब ज. Then the triangle अ ब ज shall be the triangle required.

Proof.

The angles ल अ ब and ल ब अ are equal.¶¶ Also the angles क द ह and क ह द are equal.|||| The angles अ ल ब and द क ह are

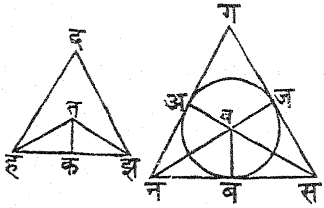
* (I. 10). † (I. 3).
‡ (I. 12). § (I. 34).
¶ (I. 10). || (I. 12). $ (I. 4).
** (III. 1). †† (I. 23).
‡‡ (I. 23). §§ (I. 32 and 3 Ax.).
¶¶ (I. 5). |||| (I. 4).

equal.* Therefore the angles अ and द and ब and ह are equal. Similarly the remaining angles may be shown to be equal.†

Prop. III. p. 128-30.

Alternative proof.

Bisect the angles at ह and झ by two lines.‡ These two lines shall meet in the point त. From the point त draw the perpendicular तक on the side ह झ.§ Draw व ब (व is the center). At the point व make the angle ब व न equal to the angle क त ह.¶ From



the point ब draw the tangent.‖ Produce this line and also व न so as to meet in न. Therefore the angle ब न व is equal to the angle क ह त.$ At the point व make the angle न व स equal to the angle ह त झ.** Produce the line न ब so as to meet व स in the point स. Therefore the angle ब स व is equal to the angle क झ त. Again from the points न and स draw tangents to the circle†† and produce them to the point ग. Therefore न स ग is the triangle required.

Proof.

Join अ व. The side व अ is equal to व ब. व न is common to both the triangles (न व अ and न व ब). The angles at अ and ब

---

* (Cons.).

† The angles अ ल ब and द क ह being equal (Cons.), the remaining angles ल अ ब and ल ब अ are equal to the remaining angles क द ह and क ह द (I. 32 and 3 Ax.). But the angles ल अ ब and ल ब अ are equal (I. 5) and so are the angles क द ह and क ह द. Therefore the angles क द ह and ल अ ब are equal and so the angles क ह द and ल ब अ. Similarly the angles क द झ and ल अ ज may be proved to be equal and also the angles क झ द and ल ज अ.

‡ (I. 9). § (I. 12). ¶ (I. 23). ‖ (III. 16).

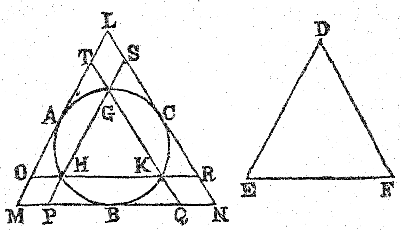
$ The angles at व and त are equal (Cons.) and the angles at ब and क are equal; because the angle ब is a right angle (III. 17) and the angle क is a right angle (Cons.). Therefore the remaining angles at न and ह are equal (I. 32 and 3 Ax.).

** (I. 23). †† (III. 16).

are right angles.* Therefore the angles अ न व and ब न व are equal.† The angle अ न ब is equal to the angle द ह झ.‡ Similarly the angle ज स ब is equal to the angle द झ ह. Therefore the angles द and ग are equal.

Pelitarius shews another way of describing a triangle about a circle equiangular to the given triangle.

In the circle A B C, inscribe the triangle G H K equiangular to the triangle D E F (IV. 2), so that the angles at G, H, and K may be respectively equal to the angles D, E, and F. Draw L M, M N, and N L respectively parallel to G H, H K, and K G and touching the circle



in the points A, B, and C respectively.§ These three tangents shall meet in the points L, M, and N, which can easily be proved by producing the lines G H, H K, and K G on both the sides until they cut the lines L M, L N, and M N in the points O, P, Q, R, S, and T. Then the triangle L M N, circumscribed about the circle, shall be equiangular to the given triangle. For it may be proved to be equiangular to the triangle G H K by the property of parallel lines. Therefore it is equiangular also to the triangle D E F.

Prop. IV. p. 130.

It follows that the three bisectors of the interior angles of any triangle meet in a point and this is the center of the circle inscribed in the triangle.

---

* (III. 17).

† (व न)^2 = (ब न)^2 + (ब व)^2 (I. 47) = (व अ)^2 + (अ न)^2 (I. 47).
$\therefore$ (ब न)^2 + (ब व)^2 = (व अ)^2 + (अ न)^2; but (ब व)^2 = (व अ)^2 $\therefore$ (ब न)^2 = (अ न)^2 $\therefore$ ब न = अ न $\therefore$ the angles अ न व and ब न व are equal (I. 4) or (I. 8).

‡ $\therefore$ < व न व = < क ह त, < अ न ब = 2 < व न व, < द ह झ = < 2 क ह त $\therefore$ < अ न ब = < द ह झ.

§ Take a chord, bisect it, join the center with the bisection-point and produce the line to the circumference. From the point where it meets the circumference, draw a tangent. Then this shall be parallel to the chord.

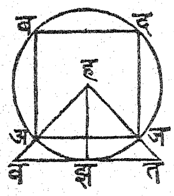
Prop. V. p. 131.

The three straight lines which bisect the sides of a triangle at right angles meet in a point and this point is the center of the circle circumscribed about the triangle.

Prop. VI. p. 131-2.

Alternative proof (p. 132).

In the circle first draw the line ह झ (ह is the center). Through the point झ draw the tangent व झ त.* Make झ व and झ त each equal to झ ह.† Join ह व and ह त (meeting the circumference in the points अ and ज). Then the angles व and त are each half a right angle. Therefore the angle व ह त is a right angle. Join the line अ ज. Then the arc अ झ ज shall be one-fourth of the circle. Draw the chords अ ब and द ज equal to अ ज, the chord of the arc अ झ ज. Join ब द. Then the required square is formed. How? The four sides (of the quadrilateral figure) are chords of the four quarters of the circle and the four angles are right angles.

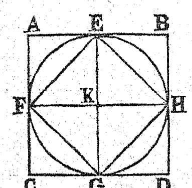


Prop. IX. p. 133.

After this Prop. Pelitarius adds the following Prop.:—

A square circumscribed about a circle is double of the square inscribed in the same circle.

Let A B D C be the square circumscribed about the circle of which K is the center. Let E, F, G, and H be the points of contact. Draw the diameters E G and F H. Join E F, F G, G H, and H E. Then there shall be inscribed in the circle a square E F G H (IV. 6). The square A B C D shall be double of the square E F G H. A B is equal to F H (I. 34). But the square of F H is double the square of which it is the diameter (I. 47). Wherefore the square of A B, that is, A B D C is double of E F G H. Q. E. D.

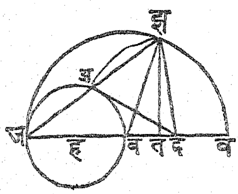


* (III. 16). † (I. 3).

Prop. X. p. 133-5.

Alternative proof.

Describe the circle अ ब ज with ह as its center. Take any point अ on the circumference. From the point अ draw the tangent अ द.* Make it equal to the diameter. Join the line द ब-ह ज. With the center ब and radius ब ज describe the semi-circle ज झ व. This circle shall go outside the line ब द. Why? Because the line ब ज which is equal to ब व is equal to अ द. This line अ द is greater than the line ब द. Produce the line ज द to the point व. Again with the center द and radius द अ describe the arc अ झ. This arc shall cut the arc ज झ व at the point झ. Why? Because the line द अ equal to व ब is greater than व द. Join the lines झ ज, झ ब, and झ द. Then झ ब and झ द are equal to one another. Why? Because ब ज and द अ are equal. Again from the point झ draw the perpendicular झ त on the line ब ज.† Then the line द ब shall be bisected in त.‡ The angle झ त ज is a right angle. Therefore the angle झ ब ज is an obtuse angle.§ Therefore the square on झ ज is equal to the squares on झ ब and ब ज together with twice the rectangle ज ब. ब त.¶ Twice the rectangle ज ब. ब त is equal to the rectangle ज ब. ब द; and the square on ब ज and the rectangle ज ब. ब द are together equal to the rectangle ज द. ज ब.‖ The square on झ ब, which is equal to the square on द अ, is equal to the rectangle ज द. ब द.$ Why? Because the line अ द touches the smaller circle. The rectangles द ज. ज ब and ज द. द ब are equal to the square on



---

* (III 16). † (I. 12).

‡ The angles at त being right angles and झ ब and झ द being equal, ब त may be proved equal to त द (I. 47).

§ (I. 16). ¶ (II. 12). ‖ (II. 3).

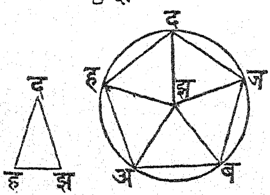
$ (III. 35).

ज द.* Therefore the squares on ज झ and ज द are equal.† Therefore ज झ and ज द are equal. Therefore the angles ज झ द and ज द झ are equal.‡ But the angle ज द झ, which is equal to the angle झ ब द,§ is equal to the sum of the equal angles ब ज झ and ब झ ज.¶ Therefore the two angles ज झ द and ज-द झ made (with the base झ द) by the two equal sides of the triangle ज झ द are each equal to double the angle ज. This was just what was wished.

Prop. XI. p. 135-37.

Alternative proof.

Taking झ as the center of the circle, draw any radius झ अ.



At the point झ make the angle अ झ ब equal to the angle at the base of such a triangle‖ (as is described by the preceding prop.). At the point झ in the line झ ब make the angle ब झ ज of the same sort.$ Again at the point झ in the line ज झ make the angle ज झ द equal to the same angle;** and at the point झ in the line द झ make the angle द झ ह (of the same sort).†† The three angles of a triangle are together equal to two right angles.‡‡ The angle at the vertex of the triangle (described according to IV. 10) is equal to two fifths of a right angle. The angles made by us are (therefore) each four-fifths of a right angle. The sum of four (of these) angles is equal to three right angles plus one fifth

---

* (II. 2).

† (झ ज)^2=(झ ब)^2+(ब ज)^2+2 ज ब. ब त (II. 12).

,, = ,, + ,, +ज ब. ब द

but (ब ज)^2+ज ब. ब द=ज द. ज ब (II. 3).

∴(झ ज)^2=(झ ब)^2+ज द. ज ब.

but झ ब=ज ब=द अ ∴(झ ब)^2=(द अ)^2

∴(झ ज)^2=(द अ)^2+ज द. ज ब.

but (द अ)^2=ज द. ब द (III. 35).

∴(झ ज)^2=ज द. ब द+ज द. ज ब=(ज द)^2 (II. 2).

‡ (I. 5). § (I. 5). ¶ (I. 32).

‖ (I. 23). $ (I. 23). ** (I. 23). †† (I. 23).

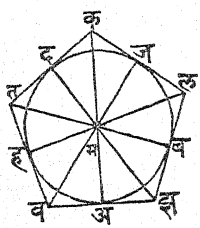
‡‡ (I. 32).

of a right angle. Therefore the remaining angle अ झ ह is equal to four-fifths of a right angle.* Therefore all the five angles (at the point झ) are equal. Their arcs and chords are also equal.† If the chords अ ब, ब ज, ज द, द ह and ह अ are joined, a regular pentagon is formed. This was just what was wished.

Prop. XII. p. 137-8.

Alternative proof.

Draw the line म अ (म is the center). Through the point अ draw the tangent अ व झ.‡ At the point म in the line अ म make the angles अ म झ and अ म व equal to the angle at the vertex of the triangle as described in prop. X.§ Produce the lines म झ and म व so that they may meet the line झ व in the points झ and व. Therefore the angle झ म व is equal to one-fifth of four right angles. Again make the angles व म त, त म क, क म ल and ल म झ (each) equal to the preceding angle (व म झ). The circle shall be divided into five equal parts by the five angles. Make the sides equal to म व. Join व त, त क, क ल and ल झ. Then the sides and the angles of the five triangles are equal to one another. These (the bases of the triangles) together make up a regular pentagon. Again draw the perpendiculars म ब, म ज, म द, and म ह. These perpendiculars are equal to the radius म अ. Therefore it is clear that the sides of the pentagon touch the circumference.¶



Prop. XIII. p. 138-41.

After the Pro. is proved it is shewn that the lines bisecting the angular points of the pentagon meet within the figure.

Now the lines by which the angles ज and द are bisected shall meet within the regular pentagon.

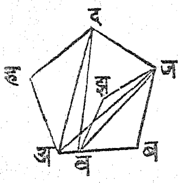
---

* (I. 15 Cor. and 3 Ax.) † (III. 25 and 28).

‡ (III. 16). § (I. 23). ¶ (III. 15).

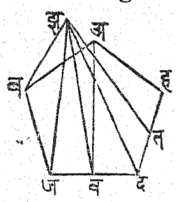
Proof.

When the line ज झ is produced, it shall not go, meeting the side अ ब. If it does meet it, let it meet it in point व. Join the lines ज व and द व. Now in the triangles ज ब व and ज द व, the sides ज ब and ज द are equal, the side ज व is common to both the triangles, and the two angles at ज are equal. Therefore the angle ज ब अ is equal to the angle ज द व. But it is equal to the angle ज द ह.* This is absurd. Again the line shall not pass through the point अ. For if it does pass through it, then produce the lines ज अ and द अ. It can been proved as in the first case that the angle ज ब अ is equal to the angle ज द अ. Similarly the line shall not meet the line द ह. Nor shall it meet the point ह. Therefore the line ज झ shall pass meeting the side अ ह. In the same way the line द झ may be shewn to meet the side अ ब. Therefore these two lines ज झ and द झ shall meet within the regular pentagon.



Alternative proof.

Bisecting the two adjacent sides† draw the perpendiculars व झ and त झ from the points of bisection.‡ These two perpendiculars shall meet within the regular pentagon. Why? The perpendicular व झ, if produced, shall go out of the regular pentagon. It shall not meet the side ब ज. Also the perpendicular त झ shall not meet the side अ ह. Therefore these perpendiculars shall meet on the side ब अ, or shall meet outside. Join झ द and झ ज. Now because the sides द व and द त are equal and झ द is common and the angles at व and त are right angles, it is proved that the angles झ द व and झ द त are equal.§ Either of these angles is half of an angle of a regular pentagon. Again in the triangles झ व ज and झ व द, the angles झ द व and झ ज व



---

* ∴ <ज द ह = <ज द व, which is absurd (9 Ax.).

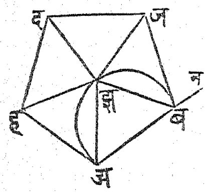
† (I. 10). ‡ (I. 12).

§ झ व = झ त (I. 47) ∴ <झ द व = <झ द त (I. 4).

are equal. Therefore also the angle झ ज ब is equal to half an angle of a regular pentagon. Again in the triangles झ द ज and झ ज ब, the two angles at ज and the sides ज ब and ज द are equal to one another; the side झ ज is common to both. Therefore the angle ज द झ, which is less than an angle of a regular pentagon, is either equal to the angle ज ब झ or greater than it.* This is absurd. Therefore these two perpendiculars shall meet within the pentagon. From the point झ perpendiculars should be drawn on the sides. All these perpendiculars shall be equal. Then the circle should be inscribed.

Alternative proof.

Produce the side अ ब to the point न. Again on the line अ ब



draw an arc, having an angle equal to the angle ज ब न. Let अ झ ब be the arc. Bisect it in the point झ.† Join झ अ and झ ब. Then the angles झ ब अ and झ अ ब are equal.‡ Their sum is equal to the angle ज ब अ.§ Therefore each is equal to half an angle of a regular pentagon. Therefore the angles झ अ ह and झ ब ज are also equal to half an angle of a regular pentagon. Join झ ज, झ द and झ ह. The equality of the triangles is clear. Again perpendiculars should be drawn on the sides from the point झ. These perpendiculars shall be equal. Inscribe the circle. This was just what was wished.

---

* *I. e.* equal to or greater than an angle of a regular pentagon. It shall be equal to it, if the point झ is on ब अ and greater than it, if झ is outside ब अ as in the figure.

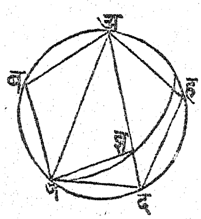
† (III. 29).

‡ (I. 5) ∵ the chords झ अ and झ ब are equal (III. 28).

§ <ज ब न=<अ झ ब (cons). ∴ <ज ब अ=<अ ब झ+<ब अ झ. ∵ ... न+<ज ब अ=2 right angles and also the angles of अ झ ब=2 right angles

Prop. XIV. p. 141—2.

Alternative proof.



First join अ ज and अ द. Then circumscribe a circle round the triangle अ ब ज.* This circle shall go round the pentagon.

Proof.

A regular pentagon is divided into three triangles. Therefore the five angles of the pentagon are equal to the six angles of the triangles. Each of these is equal to one right angle plus one fifth of a right angle.† Then the angles ब अ ज and ब ज अ are each equal to two fifths of a right angle.‡ Similary the angles ह अ द and ज अ द are each two-fifths of a right angle. Therefore the angle ब अ द is equal to four-fifths of a right angle. This angle together with the angle ब ज द is equal to two right angles.§ Again the angles अ ब ज and अ द ज are together equal to two right angles.¶ Therefore the circle (described about the triangle अ ब ज) shall pass through the point द.‖ If it does not pass through द, let it be assumed that it shall go through the point झ, cutting the line अ द. Join झ ज. Then the angle अ झ ज is equal to the angle अ द ज. The interior angle is equal to the exterior angle. (This is absurd. Therefore the circle shall pass through द). Similarly it may be proved that it passes through ह.

Prop XV. p. 142.

Bil. shews three other ways of inscribing a regular hexagon in a circle.

---

* (IV. 5).

† 6×90°=540÷5=108°.

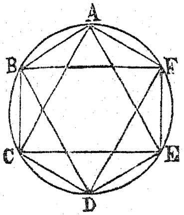
‡ ∵ <अ ब ज=108° ∴ <अ ज ब+<ज अ ब=72° (I. 32 and Ax. 3).
∴ <अ ज ब=36°.

§ <ब अ द $=\frac{4}{5}\times\frac{90°}{1}=72°+$ <ब ज द $=108°=180°$.

¶ <अ ब ज (108°)+<अ द ज (72°)=180°.

‖ (converse of III. 21).

Let A B C D E F be a circle. In it inscribe an equilateral

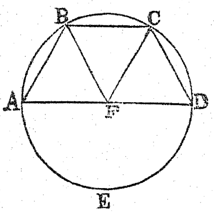


and equiangular triangle A C E (IV. 2). Therefore the arcs A B C, C D E, and E-F A are equal to one another (III. 27). Bisect each of these arcs (III. 29), and draw the right lines A B, B C, C D, D E, E F, and F A. Then the hexagon inscribed shall be regular.

This method is ascribed to Orontius.

Alternative method.

Let A B C D E be the given circle. Let F be its center.



Draw any radius F A. Place A B equal to a radius in the circle (IV. 1). This then shall be a side of a regular hexagon which shall be inscribed in the circle. Join F B. Now because A B is equal to F A and it is also equal to F B, therefore the triangle A F B is equilateral and is therefore equiangular. At the point F in the line B F make the angle B F C equal to the angle B F A or to F B A (I. 23). Join B C. Now because the triangle A-B F is equiangular, each of its angles is one-third of two right angles. Therefore the angle A F B is one-third of two right angles. Therefore the angle B F C is also one third of two right angles. Therefore the angles F B C and F C B which are equal to one another (I. 5) are each equal to one third of two right angles (I. 32 and 3 Ax). Therefore the triangle B-F C is equilateral and equiangular. Again make the angle C-F D equal to the angle B F A or B F C (I. 23). Join C D. Then the triangle F C D shall be equilateral and equiangular. Since the three angles at the point F are together equal to two right angles, A F D shall be one straight line (I. 14), and is

the diameter of the circle. If the other semi-circle be divided into as many equal parts as the semi-circle A B C D is divided into, it shall be divided into as many equilateral and equiangular triangles. Therefore A B is a side of equilateral hexagon. The hexagon is also equiangular. For half of the whole angle B is equal to half of the whole angle C.

Thus a radius of a circle is a side of a regular hexagon inscribed in it.

BOOK V.

Page 144.

प्रमाणद्वयम् = Two magnitudes.

गुणगुणितलघुतुल्यः = Equal to the less repeated a number of times; a multiple of the less.

निरवयवत्वेन निःशेषं करोति = Divides (it) without a remainder; measures (it).

लघ्ववयवविघाततुल्यम् = A multiple of the less.

राशिद्वयम् = Two quantities.

निष्पत्तिः = Ratio.

विलोमनिष्पत्तिः = *Invertendo*, by inversion; when in four proportionals, the second becomes the first, *i. e.* the second is to the first as the fourth is to the third..

Bil. calls it converse proportion by inversion.

Page 145.

विनिमयनिष्पत्तिः = *Permutando* or *alternando*, by permutation or alternately; when in two ratios, the first term in the first ratio is to the first in the second as the second term in the first is to the second in the second, in other words, when there are four proportionals and the first is to the third as the second is to the fourth.

योगनिष्पत्तिः = *Componendo*, by composition; when the first together with the second is to the second as the third together with the fourth is to the fourth.

Bil. calls it proportion composed or composition of proportion.

विलोमयोगनिष्पत्तिः = is the reverse of योगनिष्पत्तिः, that is, when the first is to the first together with the second as the third is to the third together with the fourth.

अन्तरनिष्पत्तिः = *Dividendo*, by division; when the excess of the first above the second is to the second as the excess of the third above the fourth is to the fourth.

Bil. calls it proportion divided or division of proportion.

अन्तरविलोमनिष्पत्तिः is the reverse of अन्तरनिष्पत्तिः.

समाना निष्पत्तिः = *Ex æquali distantia or ex æquo,* from equality of distance. Bil. calls it proportion of equality; when there is a number of magnitudes in one order (एकपङ्क्तिस्थं) and also as many other magnitudes in another order, and when the magnitudes are proportionals, when taken two and two of each order, and when it is inferred that the first is to the last of the first order of magnitudes as the first is to the last of the second order of magnitudes.

यथाक्रमनिष्पत्तिः = *Ex æquali,* or orderly proportion. Bil. calls it ordinate proportionality.

क्रमरहिता निष्पत्तिः = Bil. calls it inordinate proportionality.

Prop. 3. p. 147.

प्रथमप्रमाणं यद्गुणगुणितं तेनैव गुणकेन तृतीयं गुणनीयं = Equimultiples of the first and the third should be taken.

Prop. 12 p. 155.

This Prop. is given as Prop. 13 in Todhunter's Geometry (Vide p. 154-5.).

Prop. 13 p. 156.

This Prop. is Prop. 12 in Todhunter's Geometry (vide p. 154).

Prop. 25 p. 170.

वअजतप्रमाणयोगो द्वयोर्योजनीयः = Add व अ + ज त to both; *i. e.* to ब व and त द. ब व > त द ∴ ब व + व अ + ज त > त द + व अ + ज त ∴ अ ब + ज त > ज द + व अ ∴ अ ब + झ > ज द + ह.

BOOK VI.

Page 171.

एकरूपनिष्पत्तियुक्ताः = Proportional.

सजातियानि = Similar.

क्षेत्रलम्बः = The altitude of a figure.

त्रैराशिकरूपा = A straight line cut in extreme and mean ratio. Bil calls this line 'A line divided by proportion having a mean and two extremes.'

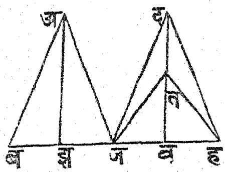
Prop I. p. 171-3.

Alternative proof (p. 172-3).

What is called alternative proof is really speaking the converse of Prop I.

Those figures which are to one another as their bases have equal altitudes.

The triangles अ ब ज and द ज ह are on the base ब ह. The ratio of these triangles is assumed to be equal to that of their bases ब ज and ज-ह. Then the perpendiculars अ झ and द व shall be equal to one another.



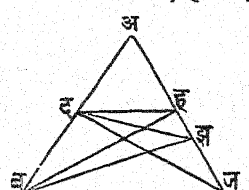
Proof.

If they are not equal, then let व त and अ झ be assumed to be equal. Join त ज and त ह. Then the triangles अ ब ज and त ह ज are as their bases ब जand ज ह.* Thus the ratio of the triangle अ ब ज with the triangles द ज ह and त ज ह is the same. Therefore the triangles द ज ह and त ज ह are equal. This is absurd. Therefore what we required to prove is alone correct.

Prop. II. p. 173-4.

Alternative proof (p. 174).

If the line द ह be parallel to the line ब ज, but the ratio of the parts अ द and द ब be not equal to that of the parts अ ह and ह ज, then let it be equal to that of अ ह and ह झ. Join ब झ and द झ. Then it is clear that the triangles द ब ह and द झ ह are equal.† Therefore it can be ascertained by proof



* (VI. I.).

† (Alternative proof. VI. 1).

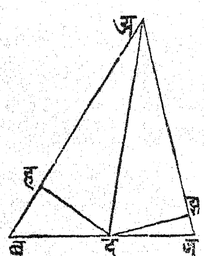
that द ह is parallel to ब झ.* Therefore ब झ and ब ज are both parallel to द ह and therefore parallel to one another.† But they meet one another. This is absurd.

Again if the ratio of अ द and द ब be equal to that of अ ह and ह ज, but if द ह be not parallel to ब ज, then let द झ be assumed as parallel to ब ज. In the above-mentioned manner it may be proved that the ratio of अ द and द ब is equal to that of अ झ and झ ज. Therefore the ratio of अ ह and ह ज is equal to that of अ झ and झ ज. But the line अ ह is less than अ झ. Therefore ह ज is less than झ ज. This is absurd. What we required to prove is alone correct.

Prop. III. p. 174-6.

Alternative proof (p. 176).

From the point द draw the perpendicular द ह on the side अ-ब and द झ on the side अ ज.‡ Then if the two parts of the angle ब अ ज be assumed equal, then these perpendiculars shall be equal. Why? The two angles at the point अ are equal; the angles at ह and झ are right angles, and the side अ द is common to both the triangles. Therefore the lines द ह and द झ are equal§ altitudes in the triangles ब अ द and ज अ द. Therefore the triangles ब अ द and ज अ द are as their sides ब अ and ज अ.¶ Again these triangles are as to their sides ब द and द ज‖. Therefore the ratio of ब द and द ज is equal to that of ब अ and अ ज.



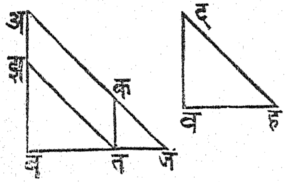
Again if the ratio be such, then the angle shall be bisected. Why? The ratio of the triangles is equal to that of ब द and द-ज and also equal to that of ब अ and अ ज. When ब अ and अ ज are assumed as bases, the ratio of these triangles shall be equal to that of their bases. Therefore the perpendiculars द ह and द झ shall be equal.$ The side अ द is common to both the triangles. Therefore the angles ह अ द and झ अ द shall be equal.+

* (I. 39). † (I. 30). ‡ (I. 12). § (I. 26).
¶ (VI. 1). ‖ (VI. 1). $ (Alternative proof VI. 1).
+ अ ह=अ झ (I. 47) and the angles at अ are equal (I. 8).

Prop. IV. p. 176-7.

Alternative proof (p. 177).

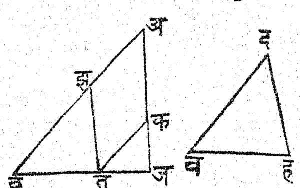
In the triangles अ ब ज and द व ह let the angles अ and द be equal to one another, also the angles व and ब and the angles ज and ह be equal to one another. If the sides अ ब and द व be equal, the remaining sides shall also be equal* and what is promised to be proved shall be proved. But if अ ब and द व be not equal, let अ ब be assumed to be greater. From it cut off ब झ equal to व द.† Draw the line झ त parallel to अ ज.‡ Then the triangles झ ब त and द व ह shall be equal.§ अ झ shall be to झ ब as ज त to त ब,¶ and अ ब shall be झ ब as ज ब to त ब.|| But ब झ is equal to व द and ब त to व ह. Therefore अ ब is to द व as ज ब to ह व. Again if त क be drawn parallel to ब अ, it can be proved that ज ब is to ब त as ज अ is to अ क. This is just what was wanted.



Prop. V. p. 178-9.

Alternative proof (p. 178-9).

In this case the figure is the same as in the alternative proof of the fourth Prop. Let अ ब ज and द व ह be two triangles. If their sides are equal, what we wish is proved. If they are not equal, let अ ब be greater than द व. Cut off ब झ equal to व द, ब त equal to व ह and अ क to द ह.$ Join झ त and त क. Then the ratio of अ ब to झ ब which is equal to द व shall be equal to that of ज ब to ब त which is equal to व ह. Therefore अ झ shall be to झ ब as ज त to त ब.** Therefore the line झ त shall be parallel to अ ज.††



---

* (I. 26). † (I. 3). ‡ (I. 31).

§ (I. 26), the angle झ त ब is equal to the angle क ज त (I. 29) and consequently to the angle द ह व.

¶ (VI. 2). || (V. 18).

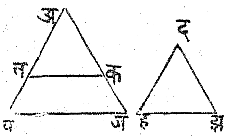
$ (I. 3). ** (Converse of V. 18). †† (VI. 2).

In the same manner त क may be shown to be parallel to ब अ. Then अ क shall be equal to झ त.* The sides of the triangles ब झ त and ब द ह shall be equal. The angles of the triangles ब झ त and ब अ ज shall be equal.† Therefore the angles of the triangles ब अ ज and ब द ह shall be equal.

Prop. VI. p. 179-80.

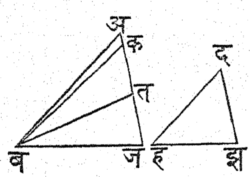
Alternative proof (p. 179-80).

If the sides ब अ and अ ज be equal to ह द and द झ, then what we promised to prove is proved. But if they are not equal, let ब अ and अ ज be greater (than ह द and द झ). Cut off अ त equal to द ह and अ क equal to द झ.‡ Join त क. Then ब अ shall be to अ त as ज अ to अ क. Therefore ब त shall be to त अ as ज क to क अ.§ Therefore ब ज and त क shall be parallel to one another.¶ Therefore the angles of the triangles ब अ ज, त अ क, and ह द झ shall be equal.‖



Prop. VII. p. 180-1.

In the preceding Prop. (Prop. VII. preceding figure) it is said that the angles ज and झ may be less than a right angle or not. This is what we mean by it. Let the two triangles अ ब ज and द ह झ be similar; and acute-angled. Let अ ब be greater than ब ज. From the point ब draw the perpendicular ब त on अ ज.$ Therefore अ त is greater than त ज.** Again cut off त क equal to त ज.†† Join ब क. Then ब क shall be equal to ब ज.‡‡ Again in the triangles अ ब क and द ह झ, the angles at अ and द are equal.



---

* (I. 34).
† (I. 29).
‡ (I. 3).
§ (Converse of V. 18).
¶ (VI. 2).
‖ (I. 29 and I. 4).
$ (I. 12).
** अ ब > ब ज. ∴ <अ ज ब > <ब अ ज (I. 18).
∴ <ज ब त <the angle अ ब त (I. 32 and 5 Ax.).
∴ ज त <अ त (I. 19).
†† (I. 3).
‡‡ (I. 4).

अ ब is to द ह as ब क which is equal to ब ज is to ह झ. These two triangles are not similar. Why ? Because the angle ब क अ is greater than a right angle,* and the angle ह झ द is less than a right angle.

Thus the meaning is that both the remaining angles should be acute or obtuse. It will not do if one is acute and the other obtuse.

Again it is said, 'let the angle be either an acute angle or not.' It is not said, 'let it be an acute or an obtuse angle.' Why ? Because a right angle is also desired.

In other words, समकोणाद्न्यूनो भवतु मा वा भवतु = Each of the remaining angles may be either less or not less than a right angle or one of them may be a right angle. But if the expression न्यूनकोणो भवतु वाऽधिककोणो भवतु वा were used in place of 'समकोणाद्न्यूनो भवतु मा वा भवतु', right angles would have been excluded, each of the remaining angles would, in that case, have to be taken as either acute or obtuse.

Prop. VIII. p. 181-2.

अस्मात्क्षेत्रादिदं निश्चितं &c. p. 182 = From this Prop. it follows that the perpendicular (drawn from the right angle of a right-angled triangle) is a mean proportional between the segments cf the base, and that each of the sides is a mean proportional between the base and the segment of the base adjacent to that side.

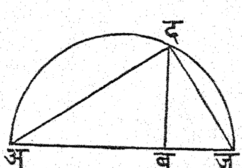
आबाध = Segments of the base.

Prop. IX. p. 182-3.

This is Prop. XIII. in English books, in Bil. and in Greg.

Alternative proof (p. 182).

(Take two unequal lines). Let one line be placed on the other. Making the larger line a diameter, describe a semi-circle. From the end of the smaller line draw a perpendicular meeting the circumference. Draw another line from the point where the per-



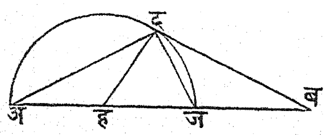
* (I. 16).

pendicular meets the circumference to the end of the line. This line shall be the required line. This is evident from the preceding figure of the proposition.

अ ब ज is the greater line and the smaller line being placed on अ ज stands as ज ब. Complete the figure as shewn in the text. Then ज ब is to ज द as ज द to अ ज (VI. 8 Cor.). Thus ज द is the mean proportional between ज अ and ज ब or the smaller line.

Another alternative proof. (p. 182-3).

Assuming the difference of the two lines as अ ज, describe a semi-circle. Let it be अ ज द. From the point ब draw the tangent ब द.* This line shall be a mean proportional between the lines अ ब and ब ज.



Proof.

Join द अ, द ज, and द ह.† Then the angles अ द ज and ब द ह are, each, a right angle.‡ From these take away the angle ह द ज. Then the remaining angles ज द ब and ह द अ shall be equal. Also the angles ह द अ and ह अ द are equal. Therefore in the triangles ब अ द and ब द ज, the angle ब is common, and the angles द अ ब and ज द ब are equal. Then the angles ब द अ and ब ज द shall also be equal.§ Therefore the ratio of अ ब to ब द shall be equal to that of ब द to ब ज.¶

From this proposition it follows that if the perpendicular drawn from the point where two lines meet be the mean proportional between the two lines, then the semi-circle that can be drawn with the sum of the two lines as diameter shall meet the end of the perpendicular.

Prop. X. p. 183-4.

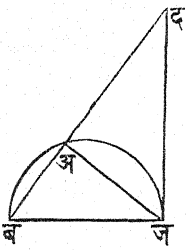
This is Prop. XI. in English books, Bil. and Greg.

---

* (III. 16).
† ह is the center of the circle.
‡ (III. 30, and 17).
§ (I. 32 and 3 Ax.)
¶ (VI. 4).

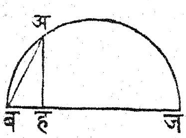
Alternative proof (p. 183-4).

Let a right angle be formed by the two given lines. Let it be अ. Draw the hypotenuse ब ज. Describe the semi-circle ब अ ज. From the point ज draw the perpendicular ज द on the line ब ज.* Produce the line ब अ so as to meet the line ज द in the point द. Then अ द shall be the required line. How? Because the perpendicular ज अ is drawn from the right angle ज on the hypotenuse. Therefore the ratio of ब अ to अ ज shall be equal to that of अ ज to अ द.†



Another alternative proof (p. 184).

Describe a semi-circle ब अ ज on the greater line. Draw the chord ब अ equal to the smaller line. From the point अ draw the perpendicular अ ह on the line ब ज.‡ Then ब ह shall be the required line. This is evident from what is stated above.§

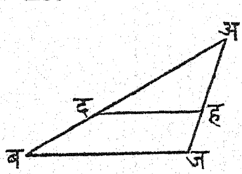


Prop. XI. p. 184-5.

This is Prop. XII. in English books, Bil. and Greg.

Alternative proof (p. 185).

Let the first line and the second line be अ ब and अ ज. Let them meet in the point अ so that the angle ब अ ज may be formed. Join the line ब ज. Let अ द be the third line. Let it be placed on अ ब. From the point द draw the line द ह parallel to the line ब ज. Then अ ह shall be the line we want.¶



Prop. XII. p. 185-6.

---

* (I. 11). † (VI. 8 Cor.). ‡ (I. 12).

§ If अ ज is joined, ब अ ज shall be a right-angled triangle. Therefore ब ज shall be to ब अ as ब अ is to ब ह (VI. 8 Cor.).

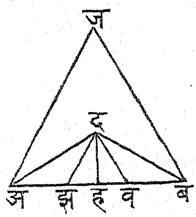
¶ अ द : द ब :: अ ह : ह ज (VI. 2) ∴ अ ब : अ द :: अ ज : अ ह (V. 18)

∴ अ ब : अ ज :: अ द : अ ह (V. 16).

This is Prop. IX. in English books, Bil. and Greg.

Alternative proof of trisecting a line (p. 185-6).

Take a line अ ब and upon it describe the equilateral triangle



अ ब ज.* Bisect the angles अ and ब by lines meeting in the point द.† Bisect the angle अ द ब by the line द ह, and the angles अ द ह and ब द ह by lines द झ and द व.‡ Then the line अ ब is trisected in the points झ and व.

Proof.

An angle of an equilateral triangle is equal to two-thirds of a right angle. Therefore the angles द अ ब and द ब अ are each one-third of a right angle. Then the angle अ द ब is equal to one right angle together with a third part of it. Again the angles अ द झ and ब द व are each equal to one third of a right angle. The angles झ अ द and झ द अ are equal to one another. Therefore झ अ and झ द are equal to one another.§ Similarly the lines ब व and व द are equal to one another. Again the sum of the angles अ and द (अ द झ) and of the angles ब and द (ब द व) is equal to two thirds of a right angle. Therefore the angle झ द व is equal to two thirds of a right angle.¶ Then the angles द, झ and व are each equal to two thirds of a right angle.‖ Therefore the sides द झ, झ व, and व द are equal. But अ झ is equal to द झ and ब व to द व. Therefore अ झ, झ व, and व ब are equal. This is just what we wanted.

It may be noted that though the enunciation states कश्चन विभागः, a particular case only, viz. तृतीयांशविभागकरणम्, is given in the book.

Prop. XIII. p. 186-7.

This is Prop. X. in English books, Bil., and Greg.

Prop. XV. p. 188-9.

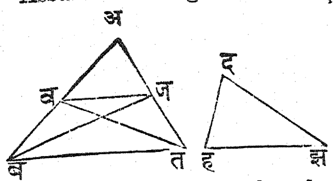
---

* (I. 1). † (I. 9). ‡ (I. 9).

§ (I. 6). ¶ (I. 32 and 3 Ax.). ‖ (I. 32).

Alternative proof (p. 188-9).

Assume the angles अ and द of the triangles अ ब ज and द ह झ



to be equal. If the sides अ ब and द ह be equal, then what we want is evident. Because the two triangles are equal. Because the two triangles being equal, the sides अ ज and द झ shall be equal. How? If the side अ ब be placed on the side द ह and the angle (अ) on the angle (द), if the side अ ज does not fall on the side द झ, then it must be greater or smaller. Therefore if the sides अ ज and द झ be equal, then the same ratio shall be arrived at.*

Again if the sides be in this ratio, then अ ज and द झ shall be equal and the two triangles shall also be equal.

But if the sides अ ब and द ह be unequal, let अ ब be the greater of the two. Cut off अ व equal to द ह from अ ब.† Join व ज. Then if the two triangles be equal, then the side द झ must be greater than the side अ ज. Why? Because if it be equal to it or less than it, the triangle द ह झ shall be less than the triangle अ ब ज. Again make अ त equal to द झ.‡ Join the lines त व and त ब. Then the triangle अ व त shall be equal to the triangle द ह झ and also to the triangle अ ब ज. (Therefore the triangles अ ब ज and अ व त shall be equal to one another). From these take away the triangle अ व ज. Then there remain equal triangles व ब त and व त ज. Therefore the line व ज shall be parallel to ब त.§ ¶

Again if the two ratios be equal, then the line अ व, which is equal to द ह, shall be less than the line अ ब. Then the line अ ज shall be less than द झ. Complete the figure. Then by the equality of the two ratios it is clear that the triangles व-

---

* (VI. 4). † (I. 3). ‡ (I. 3). § (I. 39).

¶ ∴ अ व : व ब : : अ ज : ज त (VI. 2) ∴ अ ब : अ व : : अ त : अ ज (V. 18)
∴ अ ब : द ह : : द झ : अ ज.

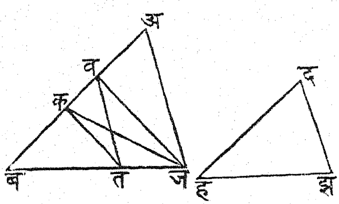
ब ज and ब त ज are equal.* Add the triangle अ ब ज. Then the equality of the triangles shall be evident.

Prop. XVIII. p. 191-2.

This is Prop. XIX. in English books, Bil. and Greg.

Alternative proof (p. 191-2).

If द ह be equal to अ ब, the two triangles shall be equal.† This is evident. But if they are not equal, let द ह be less than अ ब. From ब अ cut off ब व equal to द ह.‡ Cut off ब त equal to ह झ.§ Take a third proportional ब क to these two sides.¶ Join the lines व ज, व त, क ज and क त. The ratio of ब ज to ब त being equal to that of ब व to ब क, it is evident that the lines क त and व ज are parallel.|| The equality of the triangles ब व त and ब क ज is proved.$ But the triangle ब व त is equal to the triangle द ह झ.** The ratio of the triangles अ ब ज and ब क ज is equal to that of अ ब to क ब.†† Therefore the ratio of the triangles अ ब ज and द ह झ is equal to that of अ ब to ब क. This ratio shall be equal to the duplicate ratio of ब अ to ब व. This is just what we wished.



Prop. XIX. p. 192.

This is Prop. XX. in English books, Bil. and Greg.

Prop. XX. p. 193.

This is Prop. XVIII. in English books, Bil. and Greg.

Prop. XXIII. p. 195.

This is Prop. XXIV. in English books, Bil., and Greg.

Prop. XXIV. p. 195-6.

This is Prop. XXVI. in English books, Bil., and Greg.

---

* (VI. 2 and I. 37).

† (I. 26). ‡ (I. 3). § (I. 3). ¶ (VI. 10).

|| (VI. 2). $ (VI. 15).

** ∴ △ ब क ज = △ द ह झ. †† (VI. 1.).

Prop. XXV. p. 196.

This is Prop. XXIII. in English books, Bil., and Greg.

Prop. XXVI. p. 196-67.

This is Prop. XXV. in English books, Bil., and Greg.

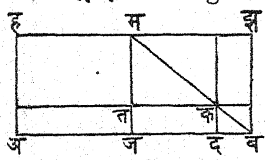
Prop. XXVII. p. 197-98.

Propositions XXVII., XXVIII., and XXIX. are omitted in English books, 'as they appear now to be never required, and have been condemned as useless by various modern commentators.'

They are given in Bil. and Greg.

If a parallelogram be described upon half the given line, and if upon a greater part of the line a parallelogram is so described that the figure on the remaining part of the line may be similar to it, then the figure on half the line shall be greater than that on the greater part.

Let अ ब be the given line. Bisect it in ज. Apply the parallelogram ज झ to the line ज ब. Complete the figure ज ह. Let अ द be the greater part of the line अ ब. On it describe अ क so that the figure on the remaining part, *viz.* ब क, may be similar to ज झ. Then the figure अ म shall be greater than अ क.



Proof.

Join the diagonal ब म. Now the figure ह त is equal to त झ.* त झ is greater than झ क. Therefore ह त is greater than झ क. But झ क is equal to ज क.† Therefore ह त is greater than ज क. Add अ त to ज क. The result is the figure अ क. Again add अ त to ह त. The result shall be the figure अ म. This is the figure on half the line. This shall be greater than the figure on the greater part. This is just what was wished.

This Prop. contains a theorem relating to the theory of maxima and minima.

---

* (I. 36).

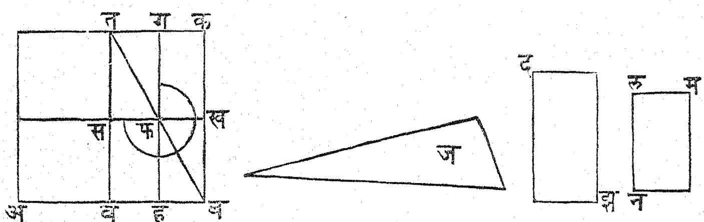
† (I. 43).

'If a parallelogram is divided into two by a straight line cutting the base, and if on half the base another parallelogram be constructed similar to one of those parts, then this third parallelogram is greater than the other part.'

Prop. XXVIII. p, 198-9.

On a part of a given line to describe a parallelogram that shall be equal to a given rectilineal figure, so that the figure produced on the other part shall be similar to another given figure. The figure, to which the parallelogram is to be made equal, shall not be greater than the figure formed on half the line, which should be similar to the given figure.

Let अ ब be the given line. Let ज be the figure to which



an equal figure is to be constructed. Let द झ be the given similar parallelogram.* Now on a part of the line अ ब a parallelogram equal to ज is to be constructed, so that the figure produced on the other part may be similar to the figure द झ. Bisect अ ब in व.† On ब व, describe the figure व क similar to द झ.‡ Complete the figure अ त. If अ त be equal to ज, what we want is proved. But if अ त be greater than ज, let न म be equal to the difference between अ त and ज, and similar to द झ. The figures व क and न म similar to द झ shall be similar to one another.§ The angle ल is assumed to be equal to त. The side न ल is similar to the side व त. Cut off त स equal to ल न and त ग equal to ल म.¶ Draw ग ह parallel to त व and स फ ख parallel to अ ब.|| Join the diagonal ब त. Then अ फ shall be the figure required.

---

* *i. e.* the parallelogram to which the defect of the parallelogram on the greater part of the given line is to be similar.

† (I. 10). ‡ (VI. 20). § (VI. 21).
¶ (I. 3). || (I. 31).

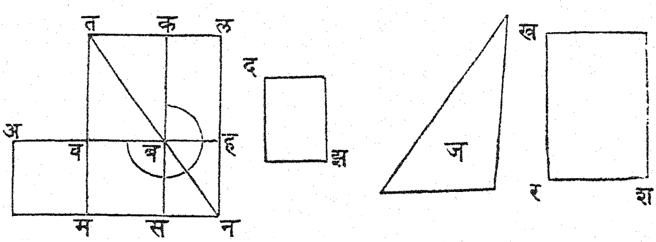
Proof.

स ग, equal to न म, is equal to the difference between अ त, which is equal to व क, and ज. Therefore the figure स फ ख, equal to अ फ,* shall be equal to ज. Therefore the figure अ फ is constructed on the part अ ह of the line अ ब and is equal to ज. The figure ह ख, formed on the other part ह व, is similar to the figure द झ. This is just what we wished.

Prop XXIX. p. 199-201.

Upon a right line of which the given line forms a part to draw a parallelogram which shall be equal to a given rectilineal figure so that the figure on the excess of the line over the given line shall be similar to another equilateral quadrilateral figure.

Let अ ब be the given line. Let ज be the figure to which an



equal figure is to be drawn. Let द झ be a similar parallelogram.† It is required to apply to the line अ ब a parallelogram equal to the figure ज so that अ ब may become a part of a side of it. On the excess of that side over अ ब the figure described shall be similar to the figure द झ.

Bisect अ ब in व.‡ On ब व describe the figure व क similar to द झ§. Describe the figure ख श equal to the sum of the figures ज and व क so that it may be similar to द झ.¶ Then the figures ख श and व क shall be similar to one another.‖ Assume the angles र and त to be equal and the sides त व and र ख to be similar. Produce the side त व so that त म may be

---

* ∴ ख ग=स ह, add फ ब ∴ ग ब=स ब=अ स; add व फ

∴ ग ब=स ब=अ स. Add व फ

∴ अ फ=the gnomon स फ ख.

† *I. e.* a parallelogram which shall be similar to the figure on the excess of the line over the given line.

‡ (I. 10). § (VI. 20). ¶ (VI. 26). ‖ (VI. 21).

equal to र ख. Produce also the side त क so that त ल may be equal to र श. Again from the points म and ल draw म न and ल न parallel to अ ब and क ब.* Complete the figure. Then अ-न shall be the figure required.

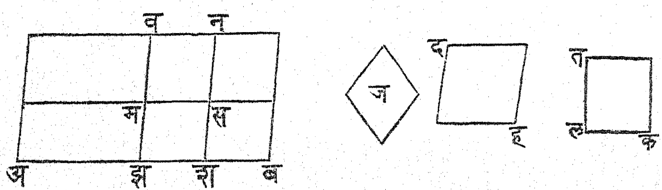
Proof.

The figure म ल is equal to the figure ख श and is equal to the sum of the figures ज and व क. †Therefore (the gnomon) व न क, which is equal to अ न, shall be equal to the figure ज. There remains the figure ह स similar to the figure द झ. This is what is wanted.

Alternative proof.

It is required to construct a parallelogram equal to the figure ज on the line अ ब so that on the excess of a side of it over अ ब there may be formed a figure similar to द ह.

Besict अ ब in झ.‡ On ब झ describe the figure ब व similar to द ह.§ Complete the figure अ व. Now the side of the figure



which is to be constructed is either greater or less than अ ब. If it be less, it is evident that the figure ज must be greater than the figure अ व. If the figure ज be equal to to अ व, then the required figure is constructed. But if it is not so, let अ व be the difference between the (required) figure and ज. If the side is to be greater than the line अ ब, then take the sum of both (अ व and ज). Draw the figure त क similar to द ह, equal to the difference or the sum (of अ व and ज).¶ This figure shall be similar to ब व.‖ Let the angles ल and द be equal and the sides त ल and झ व be similar. Therefore make व म

---

* (I. 31).

† म ल=ख श =ज+व क; subtract व क. ∴म ल—व क *i. e.* व न क=ज. Again because अ म=ब म (I. 36); but व म=क ह (I. 43). ∴अ म=क ह, add व न. ∴अ-न=व न क.

‡ (I. 10). § (VI. 20). ¶ (VI. 26). ‖ (VI. 21).

equal to ल त, and ब न to ल क.* Draw the lines म स and न स parallel to the sides of the figure ब व. Then the figure अ स shall be equal to ज and the figure श ब स, which is formed on the difference between the side of the figure अ स and the line अ ब, shall be similar to द ह.

If the figure to be constructed is required to be a square, then bisect अ ब in द. If the figure ज is equal to the square on half the line bisected, and the side is less than the line, then on half the line there shall be the square required. But if the figure ज is not equal to it, then describe a square equal to the difference between the square on half of अ ब and ज. If the side is required to be greater than the line, then describe a square equal to the sum of both (the square on half अ ब and ज). Again describe a square and cut off from half the line अ-ब a portion equal to a side of the square. Let it be द ह. If the side is less than half the line, then do so. But if it be greater, then add द ह to half the line. Then a figure equal to the rectangle अ ह. ह ब shall be the required figure. Why? Because the difference between the rectangle अ ह. ह ब and the square on द ब shall be the square on द ह and the difference between the rectangle अ ह. ह ब and the square द ह shall be the square on द ब.

Prop. 28 and 29 contain problems which may be said to be solutions of quadratic equations. They come to what follows:—

"To describe on a given base a parallelogram and to divide it either internally (Prop. 28) or externally (Prop. 29) from a point on the base into two parallelograms of which the one has a given size (is equal in area to a given figure) while the other has a given shape (is similar to a given parallelogram).

If we express this in symbols, calling the given base a, the one part x, and the altitude y, we have to determine x and y in the first case from the equations.

$$(a-x)\,y=k^2$$

$$\frac{x}{y}=\frac{p}{q}$$

* (I. 3.).

k^2 being the given size of the first, and p and q the base and altitude of the parallelogram which determine the shape of the second of the required parallelograms.

If we substitute the value of y we get

$$(a-x)\,x=\frac{pk^2}{q}$$

or

$$ax-x^2=b^2$$

Where a and b are known quantities, taking $b^2=\frac{pk^2}{q}$

The second case (Prop. 29) gives rise in the same manner to the quadratic

$$ax+x^2=b^2."$$

(Vide Encyclopædia Britannica p. 376).

Prop. XXX. p. 201-2.

'It leads to the equation $ax+x^2=a^2$. It is only a special case of the last and an old acquaintance, the same problem as proposed in Book II. Prop. XI.'

Prop. XXXI. p. 202-3.

This is Prop. XXXII. in English books, Bil., and Greg.

Prop. XXXII. p. 203-4.

This is Prop. XXXI. in English books, Bil., and Greg.

APPENDIX.

Collation of the Ms. (V.) of the Rekhâgaṇita in the Benares Sanskrit College Library, the one copied by Lokamaṇi under instructions from Jayasiṁha.

BOOK I.

The Ms. begins with सिद्धिः श्रीगणेशाय नमः and gives the following as the first two verses:—

गजाननं गणाधिपं सुरासुरार्चितं सदा ।
समस्तभक्तकामदं शिवासुतं सुखप्रदम् ॥
वितण्डचण्डयोगिनीसमाजमध्यवर्तिनम् ।
प्रशस्तभूतिभूषितं नमामि विघ्नवारणम् ॥

Page 1 L. 9 The Ms. notices श्रीगोविन्दसमाह्वयादिपुरुषान् as another reading.

" L. 11 The Ms. notices दर्पसमुन्नतान् as another reading.

Page 2 L. 2 गणिते तथा ॥

" L. 5 तदुच्छिन्नं

Page 3 L. 1 अथ रेखागणितम् ।

" L. 2 अथ उकलीदग्रन्थो लिख्यते । अत्र ग्रन्थे पञ्चदशाध्यायाः सन्ति अष्टसप्तत्युत्तरचतुःशतं शकलानि सन्ति ।

" L. 3 शकलानि सन्ति ॥

" L. 5 स बिन्दुर्वाच्यः ।

" L. 7 विस्तारदैर्घ्ययोर्यद्भिवते तद्धरातलं देवक्षेत्रम् । तद द्विविधम् । एकं जलवत् समं द्वितीयं विषमम् ।

" L. 10-11 °बिन्दुनाच्छाद्यन्ते सा सरलान्यथा कुटिला ।

" L. 12-13 धरातलमपि समं विषमं च ज्ञेयम् । समं यथा । यत्र बिन्दून् &c.

" L. 15 The Ms. drops अन्यथा विषमम् ।

" L. 17 स कोणः ।

" L. 18 समकोणो विषमकोणश्च । अथ समकोणविषमकोणलक्षणम् । समानरेखायां &c.

" L. 19 लम्बरूपे भवतः ।

Page 4 L. 4 समकोणस्तु सरलरेखाभ्यामेव भवति ।
,, L. 5 विषमकोणः सरलरेखाभ्यां कुटिलरेखाभ्यां च भवति ।
,, L. 7 क्षेत्रसंज्ञमुच्यते ।
,, L. 8 The Ms. drops तच्च.
,, L. 11-12 सर्वतः कृत्वा तस्मादेव बिन्दुतः सर्वाणि सूत्राणि या स्पृशति कुटिला रेखा तद्वृत्तं ज्ञेयम् ।

Page 5 L. 1 मध्यबिन्दुः केन्द्र°.
,, L. 2 भवति for स्यात्.
,, L. 4 केन्द्रगा न भवति पालिसंलग्ना स्यात्.
,, L. 10 त्रिविधं त्रिभुजं
,, L. 11 तत् त्रिभुजं समकोण°
,, L. 12 यत्रैको°......तदधिककोणं त्रिभुजं...

Page 6 L. 1 The Ms. drops च.
°स्तन्न्यूनकोणं भवेत् ।
,, L. 3 अथ च कोणचतुष्टयमपि ।
,, L. 5 अथ च सन्मुखबाहुद्वयं मिथः समानं.
,, L. 6 आयतं च ज्ञेयम् ।
,, L. 7 The Ms. drops च.
विषमकोणं सम°

Page 7 L. 1-2 विषमकोणं विषमचतुर्भुजं च ज्ञेयम् ।
,, L. 6 °वान्यरेखया युक्ता
,, L. 7 °योगेन । दर्शनम्—
,, L. 8-14
The word राशि is corrected into रेखा al-through.

Page 7 L. 11-12 The Ms. drops च and अपि.
,, L. 13 ये च राशयः
,, L. 16 ते पूर्वमपि
,, L. 17 तेऽपि सर्वे
,, L. 18 राशिः रेखा वा
,, L. 19 क्षेत्रं प्रसिद्धानि

Page 8 L. 1 The Ms. drops अथ.
चिह्नोपरि तिष्ठति......रेखा तिष्ठति
,, L. 2 °धरातले तिष्ठतीति प्रसिद्धम् ।

Page 8 L. 5 ये चिह्ने भवतस्तयोरुपरि सरलैकरेखा
,, L. 8 सर्वे समानाः
,, L. 9 अथ सरल°
,, L. 11 The Ms. has the words किन्तु विषमान्तरं भवति struck off.
,, L. 13 यत्राल्पमन्तरं भवति
,, L. 20 तत्र is dropped.

Page 9 L. 2 द्वितीयं is dropped.
,, L. 4 च is dropped.
,, L. 5 एवमत्र is dropped.
,, L. 5 जातं समानत्रिभुजम् ।
,, L. 7 अत्र is dropped.
,, L. 8 °समानास्ति । कुतः । अज°
,, L. 9 पुनर् is omitted.
,, L. 12 तत्र is dropped.
,, L. 14 रेखा बजम् ।
,, L. 18 च is dropped.
,, L. 19 पुनर् is dropped.

Page 10 L. 1 °दझरेखासमानास्ति ।
,, L. 2 तत्र is dropped; दब रेखासमाना ।
,, L. 3 च and पुनर् are dropped.
,, L. 4 च is dropped.
,, L. 8 इति चेत् is omitted.
,, L. 9 तत्र is dropped.
,, L. 10 निष्कासनीया
,, L. 13 अझरेखामद्रेखासमाना
,, L. 16 चतुर्थशकलम् ॥
,, L. 19 यदि भवति

Page 11 L. 5 समानौ for च समौ
,, L. 10-11 तत्र is dropped. न्यसेत् for न्यस्ता, न्यस्तः and न्यस्तम्.

Page 11 L. 12 तदा is omitted.
,, L. 14 शकलम् for क्षेत्रम्.

Page 11 L. 15 तत्र is dropped.

„ L. 16-17 अथ is dropped.

स्वसार्गत्र्वद्वं कृतं सत्.................समुत्पन्नं कोण°

„ L. 20 अबरेखा वर्धनीया ड्पर्यन्तं........अङ्गरेखा वर्धिता ।

Page 12 L. 9 पुनः is dropped.

„ L. 13 तत्र is dropped.

„ L. 17 च is dropped.

„ L. 20 एवं is dropped.

„ L. 22-24 पुनः and एवं are dropped.

Page 13 L. 1 अथ षष्ठक्षेत्रम्.

„ L. 5 तत्र is dropped.

„ L. 8 कल्पितम् ।

„ L. 10 एवं is dropped.

„ L. 13 भवति ॥

„ L. 14 सप्तमक्षेत्रम् ।

„ L. 15 रेखाद्वयं निःसृतं

„ L. 16 °द्वयमिलनं न भवति ॥

Page 14 L. 2-3 अथ च is dropped.

Page 14 L. 4 तदा is dropped.

„ L. 10 अथाष्टमशकलम् ।

„ L. 21 तदा is omitted.

Page 15 L. 8 नवमक्षेत्रम् ।

„ L. 17 अङ्कसुभयो°

„ L. 21 भवेत् for भवति.

Page 16 L. 2 समौ जातौ ।

„ L. 11 °द्वींकरणम् ।

„ L. 12 तत्र is dropped.

„ L. 17 °क्षेत्रोक्तोपपत्त्या

„ L. 21 दशमक्षेत्रम् ।

Page 17 L. 9 °कादशक्षेत्रम् ।

„ L. 15-16 इयमेव लम्बः ।

Page 18 L. 12 पुनः is dropped.

Page 18 L. 14 द्वादशशकलम् ।
,, L. 17 निष्काशितो°

Page 19 L. 4 च is dropped.
,, L. 6-7 तस्मात् and जाता: are dropped.
,, L. 8 जात: is dropped.

Page 20 L. 2-3 तत्र is dropped.
रेखाया उभयदिशि कोणद्वयं जातं तत् ।
,, L. 8 यदा is omitted.
,, L. 10-11 अथ and तदा are omitted.
,, L. 12 द्वितीयकोणे is omitted.
,, L. 18 निष्काशित°
,, The enunciation of Prop. 14 is given as noted in the foot-page on p. 20 रेखाद्वयमन्यरेखया &c. and the enunciation in our text is noticed in the margin.

Page 21 L. 3 जातौ is dropped.
,, L. 5-6 तदा and तत्र are omitted.
,, L. 8 जातौ is dropped.
,, L. 11 इति is dropped.
,, L. 20-1 अस्ति and स्त: are dropped. दूरीकृतस्तदा.
,, L. 22 जातम् is dropped.

Page 22 L. 1 च is omitted.
,, L. 5 °पार्श्वस्थितान्यसन्मुखकोणाभ्या°.
,, L. 8 and 12 तत्र is omitted.
,, L. 12 च is dropped.
,, L. 13 च is dropped.
,, L. 17-18 तदा is omitted.

Page 23 L. 7 इदमेवास्माकमभीष्टम् for तस्मादुक्तमेवोपपन्नम् ।
,, L. 12 स्त: is omitted.
,, L. 14-15 **अजद्**कोण: **अजब**कोणश्चानयोर्योग:
,, L. 17 **ब** कोण: **अजब**कोणश्चानयोर्योग:
,, L. 18 अनेन प्रकारेण for एवम्. यथोक्तम् is dropped.

Page 23 L. 19 शकलम् for क्षेत्रम् ।
,, L. 20 तत्र is dropped.
Page 24 L. 4 यदि is dropped.
,, L. 5 कार्या for क्रियते.
,, L. 10 °प्रकारान्तरेण.
,, L. 11-12 च is dropped. अबद्कोणः अद्बकोणश्चैतौ
,, L. 14-15 महानस्ति अबजकोणात्.
,, L. 17 यथोक्तम् is dropped.
,, L. 18 प्रकारान्तरेण.
Page 25 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 18 कुतः for अत्रोपपत्तिः.
,, L. 20-21 च is dropped.
,, L. 23-24 °दधिकोऽस्ति ॥
Page 26 L. 9 The sentence beginning with तस्माद्° is omitted.
,, L. 11 पुनर्विंशतितमं क्षेत्रं तृतीयप्रकारेणाह for पुनः प्रकारान्तरम् ।
,, L. 12 तत्र is dropped.
,, L. 13 भविष्यति वा ।
,, L. 15 तदा is dropped.
,, L. 17 जअद्कोणः बअद्कोणश्चैमौ ।
,, L. 18 पुनः is dropped. जद्अकोणः बद्अकोणश्चैतौ ।
,, L. 19 जअद्कोणः बअद्कोणश्चैमौ कोणौ.
,, L. 20 The Ms. drops from त्रिभु° to भवति ।
,, L. 24 जातः is dropped इदं बाधितम् ।
Page 27 L. 21 पुनरेकविंशतितमं क्षेत्रं द्विती°.
Page 28 L. 4 तदा बअअहयोगो बह°
,, L. 5 इदं बाधितम् ।
,, L. 11 तर्हि is omitted.
,, L. 13 तुल्यः स्याद्यदि जदं जझेन तुल्यं स्यात् । पुनर्जझद्कोणो जद्झकोणादधिकः स्याद्यदि जदं जझादधिकं स्यात् । तदनन्तरं
,, L. 21 चेत् and तत्र are omitted.
,, L. 24 इदं बाधितम्. The Ms. notices इदमनुपपन्नम् also.

Page 29 L. 11-12 कर्त्तव्यमित्यपेक्षास्ति ।

तत्र त्रयो भुजाः कल्पनीयाः । भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिको भवति यथा तथा कल्पनीयास्ते त्रयो भुजाः ।

,, L. 13 च is dropped.

,, L. 18 पुनर् is dropped.

,, L. 20 तदा is omitted. अस्ति for भवति. पुनर् is dropped.

,, L. 21 तत्र is dropped.

Page 30 L. 1 च and पुनर् are dropped.

,, L. 3 अथ is omitted.

,, L. 4-6 भवति । इदं किमर्थमुक्तम् । पूर्वमुपपत्त्या साधितमस्ति रेखाद्वययोगस्तृ.........प्रतिपादितमस्ति । अतः कारणाद्वृत्त°

,, L. 17 एवं is dropped.

,, L. 19 इति is dropped.

Page 31 L. 11 भवति for कार्यम्

,, L. 18 चास्ति is omitted.

,, L. 19 अस्ति is dropped.

,, L. 22 स्यादेव । अत्र किं चित्रम् ।

Page 32 L. 1 अथ is dropped.

,, L. 7 एवम् and अस्ति are dropped.

,, L. 8 अपि is dropped.

,, L. 10 अथ प्रकारान्तरेण चतुर्विंशतितमं क्षेत्रम् ।

,, L. 18-19 **दझदव**रेखे कार्ये **तक**पर्यन्तम् । **झव**रेखा च कार्या is dropped.

,, L. 20-1 **तझव**कोणः **कवझ**कोण एतौ तुल्यौ.

,, L. 22-3 एवम्, तु and तदा are omitted.

Page 33 L. 2 च is dropped.

,, L. 7 **अज**भुजश्च.

,, L. 18 पुनः प्रकारान्तरेणाह ।

,, L. 19 **दझा**र्धव्यासेन.

Page 34 L. 1 षड्विंशं शकलम् । The Ms. also notices the reading of the text.

Page 34 L. 2 तत्र is dropped.
,, L. 4 भविष्यन्ति. च is dropped.
,, L. 7 कल्पितौ अथवा is dropped.
,, L. 8 च is dropped.
,, L. 10 यदि अबभुजदहभुजौ तुल्यौ कल्पितौ is omitted.
,, L. 11-12 तत्रेदं दूषणम् । कुतः
,, L. 13 अत्रोपपत्तिः is omitted.
,, L. 14 च is dropped.
,, L. 19 बअभुजः हदभुजः एतौ.
Page 35 L. 7 The Ms. adds तस्मादुक्तमेव सिद्धम् after इदम-नुपपन्नम्.
,, L. 16 कल्पितः for कल्प्यः.
Page 37 L. 3 °स्याकमिष्टम् ।
Page 39 L. 13-14 असमकोणोऽस्ति । झन्यूनकोणश्चास्ति ।
Page 40 L. 10 चतुर्थं क्षेत्रम् ।
,, L. 20 बअहकोणस्तु.
Page 41 L. 12 अबरेखायाः.
,, L. 14 स्तः is dropped.
,, L. 19 तत्र is dropped.
,, L. 21 किं तु is dropped.
Page 42 L. 6 द्वितीयलम्बेऽपि.
,, L. 8-9 समकोणक्षेत्रं न भवति.
,, L. 24 अहरेखायाः.
In the figure on p. 42, the line अम is between वझ and फन.
Page 43 L. 8 लमं मनश्चेतौ हकसमानौ जातौ.
Page 44 L. 8 कार्यः is dropped.
,, L. 24 जदिशि for अजदिशि
Page 45 L. 16 दवहतझय एते लम्बा निष्काशिताः
Page 46 L. 4 सतमक्षेत्रम् ।
,, L. 6 रेखासमानभुजद्वयलम्बा
,, L. 19 बअभुजात्
,, L. 20 हकचिह्नात्
Page 47 L. 11 बकमत्रिभुजा°

Page 48 L. 9-10 बचिह्नात् रेखा कार्या

,, L. 17 संपातः कचिह्ने भविष्यति

,, L. 21-22 द्वितीयरेखायामन्तर्गत°

Page 49 L. 8-9 अबजद्रेखायां

,, L. 20 भवन्ति

Page 50 L. 10 कर्त्तुं चिकीर्षास्ति।

,, L. 19 °स्थितकोणः

,, L. 25 °रेखा कृतास्ति

Page 52 L. 1 पुनः is dropped.

Page 53 L. 13 The Ms. inserts जातौ after समानौ.

,, L. 14 The Ms. drops जअद्कोणः अजबकोणेन समानोऽस्ति।

Page 54 L. 3 °खया झहरेखया च

,, L. 6 °जद्हकोणौ

,, L. 12 बहजदौ च

Page 55 L. 3 चैते is dropped.

,, L. 18 निष्काशित°

,, L. 21 द्वे चतुर्भुजे समाने

,, L. 23 अथाष्टत्रिंशक्षेत्रम्

,, L. 25 ते समाने एव भवतः

Page 56 L. 9 तदैते

Page 58 L. 5 कार्या for देया

Page 59 L. 15-16 पूर्वोक्तवत् is omitted. अस्यैककोणः

,, L. 18 अबोपरि is dropped.

,, L. 21 लअरेखा बवरेखे च

From p. 60 to L. 18 p. 61 missing.

Page 61 L. 18 पुनर् is dropped.

,, L. 19 एवं प्रकारेणापि

Page 62 L. 1 पुनः प्रकारान्तरेणाह।

,, L. 2 पूर्वकृतमेव स्थापितं is dropped.

,, L. 3 यथावस्थितैव स्थापिता

,, L. 4 तत्र for ततो

Page 62 L. 6 वा for अथवा
,, L. 11 एका सरला जाता ।
,, L. 13 अझवं सम°.

Page 63 L. 1 पुनः प्रकारान्तरम् ।
,, L. 13 बद्रेखा वर्धनीया अलरेखा च

Page 64 L. 12 जातम् is dropped.

Page 66 L. 10 पुनर्दचिह्नात् हचिह्नाच्च

Page 67 L. 3 स्तः for भवत इत्युपपन्नम् ।
,, L. 9 हलअजयोः समत्वाच्च for हलअजयोः साम्यात्
,, L. 20 इति सिद्धम् is dropped.

Page 68 L. 7 तत्र is dropped.
,, L. 12 अजभुजस्यास्ति ।
,, L. 14 निश्चीयते for निश्चितं जातं
,, L. 17 यदीदमिष्टं for तत्र and इष्टं तदा is dropped.

Page 69 L. 1 पुनर् is dropped.
,, L. 13 चेत् is dropped.
,, L. 18 पुनः प्रकारान्तरम् ।

Page 70 L. 7 कार्यः for कार्याः

Page 71 L. 1 प्रथमप्रकारो यथा

Page 73 L. 6 उभयोः is dropped.
,, L. 12-13 °कोणयोः समत्वात्

Page 74 L. 8 नेहमजौ शेषभुजौ समौ स्तः ।

Page 75 L. 1 तानि च पूर्वोक्तप्रकारेण समानि स्युः is dropped.
,, L. 6 इदमेवेष्टम् is dropped.
,, L. 15-16 हकतरेखा सरलाप्येकास्ति ।
,, L. 17 पुनर् is omitted.

Page 76 L. 21 बझरेखा कतरेखा दीर्घा कार्या यथा लचिह्नलम्ना स्यात् ।

Page 77 L. 20 °चतुर्भुजात् भुजद्वयवर्गभुजद्वयद्विगुणघातयोगरूपाच्छोध्यः ।

Page 78 L. 15 अचिह्नात् अद्लम्बः
,, L. 22 समभिधारूढितेन प्रणीते ।
From P. 79 to L. 15 p. 93 wanting.

Page 93 L. 21 सममिधारूढितेन प्रणीते ।

Page 94 L. 2 प्रथमशकलम्

,, L. 3 तत्र is omitted.

,, L. 4 तस्मिन् वृत्तपालौ for तत्पालौ.

,, L. 14 एतदशुद्धम् ।

,, L. 18-19 समकोणक्षेत्रद्वयं स्यात् is omitted.

Page 95 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्. Notices क्षेत्रम् also.

,, L. 8 निष्काष्यते

,, L. 10 **झबह**रेखा for **झह**रेखा

,, L. 14 **झबह**रेखाया

Page 96 L. 7 **झहं** तदा **जद**स्य

,, L. 16 समकोणौ for समं कोणौ ।

,, L. 23-24 यद्येकरेखया द्वितीयरेखायाः संपातः कृतः तत्र च सम-कोणद्वयं जातमेकापि रेखा केन्द्रोपरि न गता । इदं बाधितम् ॥

Page 97 L. 3 The Ms. adds कदाचिदेका भवति after न भवतः ।

,, L. 17 स्यादिति प्रतिपाद्यते is omitted.

Page 98 L. 2 **दझ**रेखा वर्धनीया

,, L. 14 **दअ**रेखायास्तुल्यत्वात्

,, L. 16 सप्तमशकलम्

Page 99 L. 2 कार्याः for कार्या

,, L. 12 कार्या for योज्यते

,, L. 15 अथ for यदि. कर्त्तव्यः for क्रियते and कार्या for योज्यते.

,, L. 23 अथाष्टमशकलम्

Page 100 L. 10 कार्या for कार्याः; अधिका भवति । कथम् । यदि

,, L. 19 निष्कास्यते

Page 101 L. 3 **जन**रेखा कार्या

,, L. 10 भवति for भविष्यति

,, ,, **मस**रेखा कार्या

Page 102 L. 14 अथ नवमशकलम्

,, L. 18 **जब**रेखा**जद**रेखा**जह**रेखाः

,, L. 22-23 समकोणौ जातौ for समानौ जातौ

Page 103 L. 1 निष्काष्या
,, L. 24 पुनः प्रकारान्तरेणाह
Page 104 L. 6 अथैकादशं शकलम्
,, L. 25 तस्मादियं झअरेखाया
Page 105 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 20 अथ त्रयोदशशकलम्
Page 106 L. 3 अस्योपपत्तिः
Page 107 L. 4 अधिका भवेत्
Page 108 L. 2 कार्या for क्रियते
,, L. 3 इदं बाधितम् is noted in the margin after भविष्यति.
,, L. 7 जाता for भविष्यति
,, L. 11 निष्काशितलम्बो
,, L. 18 कल्पितम्
Page 109 L. 12 अस्माच्छकलादिदं
,, L. 14 द्वितीयप्रकारः
,, L. 23 अथ षोडशशकलम्
,, L. 24 वृत्तपालिमात्रसंलग्ना
Page 110 L. 5 संयोज्या for योज्या
,, L. 12 पुनः प्रकारान्तरम्
,, L. 15 समकोणसमचतुर्भुजक्षेत्रभुजतुल्या for तद्भुजतुल्या. It is marginally noted.
Page 111 L. 12 अथाष्टादशशकलम्
,, L. 21 अथैकोनविंशं शकलम्
Page 112 L. 7 शकलम् for क्षेत्रम्

The portion from इयमुपपत्तिस्तदैव स्यात् L. 12 P. 112 to वक्ररेखा वत° L. 11 P. 127 is wanting in the Ms.

Page 127 L. 16 अथ द्वितीयशकलम्
Page 128 L. 21 अथ तृतीयशकलम्
Page 129 L. 17 पुनः प्रकारान्तरम्
Page 130 L. 12-13 तस्माच्छेषौ दकोण°

Page 131 L. 1 अथ पञ्चमशकलम्

Page 133 L. 1 अष्टमशकलम्

,, L. 9 °व्यासार्धं कृत्वा

,, L. 10 अथ नवमशकलम्

,, L. 18 अथ दशमशकलम्

Page 134 L. 17 अथवा प्रकारान्तरेण

Page 135 L. 11 निष्काश्य:

,, L. 23 अथैकादशशकलम्

,, L. 25 दशमशकलोक्तवत्

Page 136 L. 13 पुन: प्रकारान्तरम्

,, L. 15 °स्तादृशत्रिभुजस्य भूमितुल्यकोण: कार्य:

Page 137 L. 3 शकलम् for क्षेत्रम्

Page 138 L. 2 दशमशकलोक्त°

,, L. 12 जाता इत्युपपन्नम्

,, L. 13 अथ त्रयोदशशकलम्

,, L. 22 प्रत्येकमनयो: कोण: पञ्च°

Page 139 L. 23 अनेन प्रकारेण

Page 141 L. 2 इदमेवास्माकमिष्टम् is omitted.

,, L. 3 अथ चतुर्दशशकलम्

,, L. 4 वृत्तचिकीर्षास्ति is adopted and एकं वृत्तं कार्यम् is struck off.

Page 142 L. 3 अथ पञ्चदशशकलम्

,, L. 19 अनेन शकलेनायं

,, L. 21 अथ षोडशं शकलम्

Page 143 L. 13 समाप्त: is omitted.

Page 144 L. 2 °विंशतिशकलानि

,, L. 3 तत्र प्रथमशकलं निरूप्यते for तत्र प्रथमं परिभाषा निरूप्यते.

,, L. 6-7 from यदि बृहत्प्रमाणं to °तुल्यं भवति omitted.

The Ms. has in the margin (on p. 89 of the Ms.) प्रमाणस्य यवनभाषायामेकदार इति संज्ञास्ति । त्रैराशिकस्य फलस्य निझबतिसंज्ञा ।

Page 144 L. 20 °निष्पत्तिसंज्ञा ज्ञेया

Page 145 L. 11 प्रत्येकप्रमाणद्वय°

,, L. 12-13 तस्यां निष्पत्तौ

,, L. 17 यथा प्रथमपङ्क्तौ द्वितीयतृतीययोर्निष्पत्तिः सैव

,, L. 20 अथ च for पुनः

,, L. 21 °तृतीययोर्या निष्पत्तिः

Several Arabic terms are used on the margin on pages 89 and 90 of the Ms. They are as follows :—

इबदालिनिझबति,

तफ्झाले निझबति,

अस्य अक्तनिझबति संज्ञा ॥ ११ ॥

(The copyist seems to refer the reader to L. 11 of the Ms. in which the term विनमयनिष्पत्ति occurs.),

तर्कीबेनिझबति १३ (referring to योगनिष्पत्तिः L. 13),

कलबेनिझबति १६ (referring to अन्तरविलोमनिष्पत्तिः L. 16),

मुसावा १ (referring to L. 1 *i. e.* to def. 5 यत्र राशिचतुष्टय &c.)

(P. 90 मुंतजिमेनिझबति ५ referring to यथाक्रमनिष्पत्ति L. 5 P. 90.),

(P. 90) मुजतरेबनिझबति.

Page 146 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्

,, L. 3 यद्गुणं भवति तद्गुणं

,, L. 16 द्वितीयशकलम्

,, L. 18 तद्गुणितं चतुर्थप्रमाणं

Page 147 L. 11 तृतीयशकलम्

,, L. 14 पुनर् is omitted.

,, L. 25 जतुल्य° is omitted in जतुल्यबलप्रमाणे.

Page 148 L. 4 इदमेवास्माकमिष्टम्

,, L. 5 चतुर्थशकलम्

Page 148 L. 10 सैव तृतीयस्य चतुर्थेन स्यात्

,, L. 21 तत्र is omitted.

Page 149 L. 1 पञ्चमशकलम्

,, L. 2 तत्र प्रमाणद्वयमध्ये is omitted.

,, L. 3 मध्ये is omitted.

,, L. 5 गुणगुणितं

,, L. 10 ह्रबसमानम् is omitted.

,, L. 11 तदा is omitted.

,, L. 15 षष्ठशकलम्.

,, L. 17 तद्भिन्नतृतीयप्रमाणद्वयं

Page 150 L. 14 सप्तमशकलम्

,, L. 17 निष्पत्तिस्तुल्यैव and inserts on the margin स्यात्तदा तानि प्रमाणानि समानानि भवन्ति

Page 151 L. 10 पुनः is omitted.

Page 152 L. 3-4 जप्रमाणस्यापि तावन्तो घाता ग्राह्याः । अस्य फलं बलं कल्पितम् ।

,, L. 12 अस्ति for जातम्

,, L. 20 नवमशकलम्.

Page 153 L. 9 इदमेवास्माकमिष्टम् for अस्मदिष्टं समीचीनम्

,, L. 10 दशमशकलम्

,, L. 14 मध्ये is omitted.

,, L. 24 अस्ति for जातम्

Page 154 L. 3 बप्रमाणात्.

,, L. 11 अथैकादशशकलम्

Page 155 L. 4 वा after अधिके is omitted.

,, L. 6 समे वा भवतः

,, L. 8 शकलम् for क्षेत्रम्

,, L. 9 तत्र is omitted.

,, L. 21 कल्पिते for कल्पिताः

Page 156 L. 6 भविष्यतः for स्तः

,, L. 11 त्रयोदशशकलम्

Page 156 L. 16 तथा for तथैवास्ति
,, L. 17 जाता is omitted.
Page 157 L. 7 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 19-20 °दंप्रमाणादधिकास्ति जप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन यास्ति तस्याः । बप्रमाणमधिक°
Page 158 L. 1-2 यदि न्यूनं चेत्
,, L. 7 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 17-18 अबप्रमाणदलप्रमाणयोः
,, L. 23 षोडशशकलम्
Page 159 L. 24 सप्तदशशकलम्
Page 160 L. 2 °रन्तरस्य निष्पत्ति°
,, L. 20 मनतृतीयप्रमाणं
Page 161 L. 14 Before पुनः अबस्य° the Ms. inserts तस्मात् अबप्रमाणस्य निष्पत्तिः तदप्रमाणेन तथा हबप्रमाणस्य निष्पत्तिः झदप्रमाणेन
,, L. 17 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 19 तृतीयचतुर्थयोर्निष्पत्तिः । तत्र
,, L. 20 निष्पत्तिर्भवति यथा
Page 162 L. 1-2 °हझप्रमाणयोर्निष्पत्तिस्तुल्या कल्पिता ।
,, L. 17 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 163 L. 2 झदमुर्वरितम्
,, L. 3 एवं is omitted.
,, L. 7 तदा is omitted.
,, L. 8 पुनः प्रकारान्तरम्
,, L. 13 इदमेवास्माकमिष्टम्
,, L. 14 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 163 L. 15-17 तत्र is omitted.
,, L. 17 प्रथमप्रकारे आदिप्रमाणादन्त्यप्रमाणं
,, L. 18 °दिप्रमाणादन्त्यप्रमाणमधिकं स्यात्
,, L. 21 तत्र is omitted.
Page 164 L. 7-8 इयं जन्यूनप्रमाणस्य निष्पत्तिर्बप्रमाणेन झहनिष्पत्ति-तुल्यास्ति तस्याः अधिकास्ति । तस्मात्

Page 164 L. 11 न्यूने न्यूनम् is omitted.
,, L. 12 द्वितीयप्रकारान्तरम्
,, L. 15 हृप्रमाणेन इयमबनिष्पत्ति°
,, L. 20-21 इदमेवास्माकमिष्टम् for तदेवमुप°
,, L. 22 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 165 L. 8 चेदथ बज°
,, L. 8-9 तुल्या चेत्तदा अप्रमाण°
,, L. 15 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 166 L. 4 एकरूपघाता ग्राह्याः
,, L. 14 °मेकरूपघाता
Page 167 L. 10 शकलम् for क्षेत्रम्
,, L. 13 चेत् is omitted.
Page 168 L. 16 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 169 L. 17 शकलम् for क्षेत्रम्
Page 170 L. 5 न्यूनं कृतम् ।
,, L. 14 इत्येवेष्टम् is omitted.
Page 171 L. 1 षष्ठाध्यायः
,, L. 2 अत्र for तत्र; शकलानि for क्षेत्राणि
,, L. 3 तत्र प्रथमशकलम् for तत्र परिभाषा
,, L. 18 निष्पत्तिरस्ति तथा बृहत्खण्डस्य
On the margin P. 107 the Ms. has प्रथमाङ्कस्य द्वितीयाङ्कतुल्यविभागा निष्पत्तिशब्दवाच्या
,, L. 20 प्रथमशकलम्
,, L. 21 भवतः for उभयतः
,, L. 22 तत्र for तत्
,, L. 23 तत्र for तर्हि
Page 172 L. 20 पुनः प्रकारान्तरम्
Page 173 L. 3 भूम्योर्निष्पत्त्या
,, L. 8 द्वितीयशकलम्
Page 174 L. 1 °निष्पत्तेस्तुल्यास्ति
,, L. 22 तृतीयशकलम्
Page 175 L. 4 कल्पिता for कृता
,, L. 4-7 The portion from पुनर्दअरेखा बअजकोणस्य

to अस्योपपत्तिः, with तदा (L. 5) omitted, is found in the Ms. after °कोणौ समानौ भविष्यतः (L. 11).

Page 175 L. 11 तदा is dropped.
,, L. 12 तदा and च are dropped.
Page 176 L. 11 यद्येतादृशी
,, L. 13 °निष्पत्त्यापि
,, L. 19 चतुर्थशकलम्
,, L. 24 पुनर् before बजअकोण° is omitted.
Page 177 L. 2 कल्प्यम् for स्थाप्यम्
,, ,, L. 25 तदेव for तदैवं
Page 178 L. 1 पञ्चमशकलम्
,, ,, L. 15 पुनःप्रकारान्तरम्
Page 179 L. 1 झतरेखा तुल्या भविष्यति
,, ,, L. 5 शकलम् for क्षेत्रम्.
,, ,, L. 21 द्वितीयप्रकारः
Page 180 L. 4 सप्तमशकलम्
,, ,, L. 25 पूर्वशकले यदुक्तं
,, ,, L. ,, न्यूनौ भवतो वा न्यूनौ न भवत°
Page 181 L. 14 शकलम् for क्षेत्रम्
,, ,, L. 18-19 निष्कासितः
Page 182 L. 7 अस्माच्छकलादिदं
,, ,, L. 9 शकलम् for क्षेत्रम्
,, ,, L. 15-16 अस्योपपत्तिः । दअरेखा दजरेखा च संयोज्या । अदजकोणः समकोणो भविष्यति । after भविष्यति
,, ,, L. 17 तस्मादयं रेखाद्वयमध्ये
Page 183 L. 10 अस्माच्छकलादिदं
,, ,, L. 14 दशमशकलम्
,, ,, L. 18 पृथक् च कार्या
Page 184 L. 11 शकलम् for क्षेत्रम्
,, ,, L. 16 दचिह्ने तयोर्योगः कार्यः यथा
Page 185 L. 8 शकलम् for क्षेत्रम्
,, ,, L. 13 भिन्नाः is omitted.

Page 185 L. 15-16 तृतीयांशं भिन्नं करिष्यति ।

Page 186 L. 9 प्रत्येकं

" " L. 10 झदवकोणोऽपि समं°

" " L. 12 प्रत्येकं

Page 187 L. 1 अत्रोपपत्तिः

" " L. 5 शकलम् for क्षेत्रम्

" " L. 25 उभयोः क्षेत्रयोरेकक्षेत्रेण निष्पत्तिसाम्यात् क्षेत्रद्वयं समानं जातम् ।

Page 188 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्

" " L. 18 कल्पते

" " L. 24 समत्वं for साम्यं

Page 189 L. 1 The MS. inserts त्रिभुजद्वयं समानं न भविष्यति after न्यूनाधिको भविष्यति.

" " L. 16 after भविष्यति the MS. inserts पुनरबरेखाया दहतुल्याऽवरेखाया निष्पत्तिः दझतुल्याऽजरेखाऽतरे-खयोर्निष्पत्तितुल्या भविष्यति ।

Page 190 L. 23 बरेखावर्गतुल्योऽपि भविष्यति

Page 191 L. 1 शकलम् for क्षेत्रम्

" " L. 2-3 °रेकत्रिभुजभुजस्य

" " L. 22 बजबतनिष्पत्तिबवबकरेखा°

Page 192 L. 9 The Ms inserts समानानि before भवन्ति which begins the line.

" " L. 10 भवति for भविष्यति

The MS. has on the margin on p. 121 dealing with prop. 18 and 19 Book VI. यावन्ति प्रथमक्षेत्रे तावन्त्येव द्वितीयक्षेत्रे त्रिभुजानि तावन्त्येव भवन्ति ।

Page 193 L. 12 तबक्षेत्रजदक्षेत्रं सजातीयं भविष्यति

Page 194 L. 4 कबक्षेत्रलद्क्षेत्रे (These figures are rectangles in the MS.).

„ „ L. 6 अन्यप्रकारजे

„ „ L. 11 बकक्षेत्रलद्क्षेत्रनिष्पत्तिः

„ „ L. 15 कबक्षेत्रलद्क्षेत्रनिष्पत्ति°

Page 194 L. 20 कबक्षेत्रलद्क्षेत्रयो°

„ „ L. 21-22 कबक्षेत्रलद्क्षेत्रयो°

Page 195 L. 18 तत्कर्णपतितं

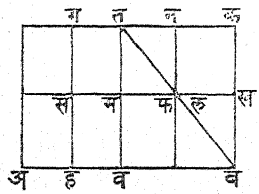
Page 196 L. 4 इदमेवेष्टम् ॥

Page 197 L. 11 °निष्पत्तिवर्गतुल्यास्ति

Page 198 L. 17 तत्र अबरेखायाः खण्डोपर्यै°

17-18 क्षेत्रमिष्टं कर्त्तव्यमस्ति तत् तथा कार्यं यथा

The figure for Prop. 28 in the MS. is as under :—



Page 199 L. 3-4 पुनस्तगं तनतुल्यं पृथक् कार्यम् । मसं लमतुल्यं पृथक् कार्यम्

„ „ L. 8 मगक्षेत्रं for सगक्षेत्रं

„ „ L. 9 हखक्षेत्रं for सफखक्षेत्रं

„ „ L. 10 हवखण्डोपरि for अहखण्डोपरि

„ „ „ „ हखक्षेत्रं for अफक्षेत्रं

„ „ „ „ अहद्वितीय° for हबद्वितीय°

असक्षेत्रं for हखक्षेत्रं

Page 199 L. 18 कर्त्तुमिष्यते तत् ।

Page 200 L. 1 °खण्डं यथा भवति

Page 201 L. 4 पुनर्लकोणवकोणौ

Page 201 L. 6 च before **वमं** is dropped.

,, ,, L. 9 सजातीयं जातम्

,, ,, L. 11 **जक्षेत्रमर्धरेखा**°

,, ,, L. 18 योज्यं कार्यम्

Page 202 L. 14 समानान्तरित:

,, ,, ,, ,, द्वितीयत्रिभुजस्य द्वितीयभुज:

Page 203 L. 4-5 समकोणद्वयतुल्योऽस्ति ।

तस्मात् **जबअजबद**योः कोणयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यो भविष्यति । तस्माद् **अबदं** &c.

Page 205 L. 4 **बजजअ**क्षेत्रयोग°

,, ,, L. 11-12 **व**कोण**त**कोणनिष्पत्तितुल्यापि भविष्यति

,, ,, L. 21 **हन**चापसमं वा

Page 206 L. 2 इदमेवास्मदिष्टम्

,, ,, L. 8 समास: is omitted.

ERRATA.

Page.	Line.	Incorrect.	Correct.
5	4	केन्द्रगा	न केन्द्रगा
17	11	दत्वा	दत्त्वा
21	25	दूरीकृता तदा	दूरीकृतस्तदा
27	12	बहाद्	बहाद
30	17	वृत्तं अन्य°	वृत्तमन्य°
31	14	भुजद्वयं अन्य°	भुजद्वयमन्य°
69	16	योज्यते	योज्येते
70	15	सामान्येन	साम्येन
72	6	बहवर्गो	बहवर्गो
75	5	अबचतु°	अवचतु°
76	22	After कार्या	insert यथा
104	23	अबवृत्तस्य	अववृत्तस्य
106	7	समकोणौ	समकोणौ
108	17	अयं	अयं
,,	21	समकोणौ	समकोणौ
109	3	अयं	अयं
111	3	अयं	अयं
,,	16	अयं	अयं
117	4	अनयो°	अनयो°
,,	6	अनयो°	अनयो°
122	10	हकद्कोणेन	हद्ककोणेन
124	8	वझवर्गो	वझवर्गो
128	22	तथा	यथा
133	17	°रेखा व्यासा°	°रेखाव्यासा°
138	9	पञ्चसमभुजसमान°	पञ्चसमभुजसमानकोण°
139	5	समकोणत्वेन	समकोणत्वेन
140	20	अझब	अझबं
148	13-14	बदावा°	बदाव°

148	23	°वप्रमाणयो	वप्रमाणयो-
154	16	तस्मात् ।	तस्मात्
155	24	न	न
157	10	तृतीयापेक्षयान्न्यून°	तृतीयापेक्षया न्यून°
163	21	Name the line not named द.	
171	22	तत् क्षेत्र°	तत्क्षेत्र°
175	14	अहरेखा अज°	अहरेखाअज°
177	2	for जहरेखायां	read बजहरेखायां
181	5	पुनः तज°	पुनस्तज°
„	18	असमकोणात्	असमकोणात्
184		The line ज should be equal to दत.	
187	13	read the line अद.	
189	12	जब	तब
196	10	सरलै°	सरलै°
199	11	°खण्डोप्युत्पन्नं	°खण्डोपर्युत्पन्नं
204	7	°वंजबअ°	°बजबअ°